

Etude de quelques modèles de couverture d'options

Mohamed Riad REMITA

Université Badji Mokhtar, Annaba

R_remita@yahoo.fr

Résumé

Dans les problèmes de l'évaluation et la couverture des options, la *volatilité* revêt une importance particulière. C'est un instrument incontournable de la gestion dans les marchés financiers. Le modèle de Black & Scholes qui remonte à 1973 reste, malgré ses hypothèses simplificatrices, très utilisé par les opérateurs sur les marchés. La *volatilité* implicite mise en évidence par Latane & Rendleman en 1976 est utilisée comme prédicateur de la *volatilité* future sur les marchés d'options.

Dans cet exposé je vais faire un aperçu de certains modèles à volatilité stochastique en distinguant à l'intérieur de cette classe de *modèles* deux approches qui vont mener successivement :

- aux *modèles* à *volatilité stochastique* en temps discret : Duan a développé un modèle GARCH d'évaluation d'options qui peut se révéler parfaitement adapté aux données disponibles sur les marchés financiers (qui ne l'oublions pas sont des données discrètes).
- aux *modèles* à *volatilité stochastique* en temps continu : Johnson et Shanno (1987), Hull et White (1987), Wiggins (1987), Stein-Stein (1991), Heston (1993).

Mots clés : Modèles de couverture d'option, volatilité, modèles stochastique, temps discret, temps continu.

Dans les problèmes de l'évaluation et la couverture des options, la *volatilité* revêt une importance particulière. C'est un instrument incontournable de la gestion dans les marchés financiers. Le modèle de Black & Scholes qui remonte à 1973 reste, malgré ses hypothèses simplificatrices, très utilisé par les opérateurs sur les marchés. La *volatilité* implicite mise en évidence par Latane & Rendleman en 1976 est utilisée comme prédicateur de la *volatilité* future sur les marchés d'options. Dans les années quatre-vingt, apparaissent des *modèles* discrets, établis par Engle en 1982 sous le nom de processus ARCH ou GARCH, ayant pour

caractéristique essentielle la description des moments d'ordre deux de la distribution des rendements.

Les travaux de Nelson (1990) ont permis d'établir le lien entre les résultats économétrique en temps discret et leur convergence vers les *modèles à volatilité stochastique* en temps continu. Ce type de *modèles* va apparaître réellement en 1987, où la modélisation de la *volatilité stochastique* va faire l'objet de plusieurs publications par Hull & White, Wiggins, Scott, Stein & Stein et Johnson & Shanno. Ces *modèles* supposent un processus de diffusion sur la *volatilité* et évaluent le prix d'une option européenne. Depuis, ce thème a fait l'objet de nombreux travaux, dus essentiellement aux raisons suivantes : Les *modèles à volatilité stochastique* permettent de décrire, avec plus de précision que le modèle classique, la distribution réelle des rendements. Cette distribution est décrite dès 1965 par Fama comme plus leptokurtique que la distribution normale avec un effet d'asymétrie. Ces *modèles* permettent d'expliquer les biais liés au modèle de Black & Scholes.

Ces *modèles* ont une certaine applicabilité dans le domaine de la gestion de portefeuille à travers des stratégies telles que la stratégie delta / sigma mise en évidence par Hull & White. Renault & Touzi, en 1992, montrent qu'une stratégie mixte, utilisant les ratios de couverture du modèle de Black & Scholes, calculés pour un niveau de *volatilité* implicite qui les égalise avec le delta du modèle de Hull & White, permet une meilleure couverture des options hors la monnaie. Ces *modèles* se distinguent par la spécification de *volatilité* supposée par chaque auteur. Elle peut être de type géométrique (Hull & White, Wiggins, Johnson & Shanno 1987...) ou de type arithmétique (Scott 1989, Stein 1989, Merville & Pieptea 1989..). La dynamique de la *volatilité* peut aussi être représentée par un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (Stein et Stein 1991, Heston 1993). Ces *modèles* ont, cependant, l'inconvénient de ne pas donner une solution analytique close au problème de l'évaluation d'une option. Un recours à des simulations de type Monte Carlo, ou méthode des différences finies est donc nécessaire pour obtenir le prix de l'option. Plusieurs essais, notamment par Stein & Stein en 1991 avec des séries de Fourier et par Heston en 1993 avec des fonctions caractéristiques, font apparaître des solutions quasi-analytiques. Un deuxième inconvénient de ces *modèles* réside dans le fait qu'on ne peut observer la *volatilité*.

Dans cet exposé je vais faire un aperçu de certains modèles à volatilité stochastique en distinguant à l'intérieur de cette classe de *modèles* deux approches qui vont mener successivement :

- aux *modèles à volatilité stochastique* en temps discret : Duan a développé un modèle GARCH d'évaluation d'options qui peut se révéler parfaitement adapté aux données disponibles sur les marchés financiers (qui ne l'oublions pas sont des données discrètes).
- aux *modèles à volatilité stochastique* en temps continu : Johnson et Shanno (1987), Hull et White (1987), Wiggins (1987), Stein-Stein (1991), Heston (1993).