

Sur la propriété de décomposition du système M/G/1 avec rappels

N. DJELLAB

Département de Mathématiques
Université Badji Mokhtar Annaba.
Tél. (213) 34 21 51 88
email : djellab@yahoo.fr

Résumé Les systèmes de files d'attente avec rappels ont fait l'objet de nombreuses recherches. Les progrès récents dans ce domaine sont résumés dans Aissani (1994), Falin et Templeton (1997). Parmi les principales approches développées ces dernières années, on rencontre la décomposition stochastique. Elle offre les avantages de simplification de résolution de modèles complexes.

Nous nous intéressons à la propriété de décomposition du système de files d'attente M/G/1 avec rappels. Nous considérons les résultats de décomposition obtenus à l'aide de la méthode de la chaîne de Markov induite. Ces résultats concernent les modèles avec serveur fiable et celui sujet à des pannes aléatoires, ainsi que les distributions exponentielle et générale du temps inter-rappels.

Mots clés : approximation, décomposition stochastique, panne, chaîne de Markov induite.

Introduction

Les systèmes de files d'attente avec rappels ont fait l'objet de nombreuses recherches. Les progrès récents dans ce domaine sont résumés dans Aissani (1994), Falin et Templeton (1997). Parmi les principales approches développées ces dernières années, on rencontre la décomposition stochastique. Elle offre les avantages de simplification de résolution de modèles complexes.

Nous nous intéressons à la propriété de décomposition du système de files d'attente M/G/1 avec rappels. Nous considérons les résultats de décomposition obtenus à l'aide de la méthode de la chaîne de Markov induite. Ces résultats concernent les modèles avec serveur fiable et celui sujet à des pannes aléatoires, ainsi que les distributions exponentielle et générale du temps inter-rappels.

La propriété de décomposition du système M/G/1 avec rappels et serveur fiable a été établie par Yang et Templeton (1987). En supposant le temps inter-rappels exponentiel, les auteurs ont prouvé que la fonction génératrice du nombre de clients dans le système M/G/1 avec rappels est le produit de deux fonctions génératrices : la première est la fonction génératrice du nombre de clients dans le système M/G/1 classique à espace d'attente illimité. La seconde est la fonction génératrice du nombre de clients dans le système M/G/1 avec rappels étant donné que le serveur est libre. Yang et al. (1994) ont exploré la propriété

de décomposition du système de files d'attente avec rappels et serveur fiable et ont prouvé que la propriété est toujours vraie pour la distribution générale du temps inter-rappels.

La décomposition stochastique devient encore plus intéressante pour le système de files d'attente avec rappels et serveur non fiable. En supposant le temps inter-rappels exponentiel, et en introduisant un système auxiliaire à espace d'attente illimité, pannes du serveur et option pour quitter le système à la panne, Aïssani et Artalejo (1998) ont obtenu la décomposition stochastique pour la chaîne de Markov induite aux instants où le serveur devient libre et opérationnel. Dans ce résultat, le premier facteur de la décomposition est la fonction génératrice de la distribution stationnaire de la chaîne de Markov induite liée au système auxiliaire sans rappels. Le second facteur est la fonction génératrice qui définit la distribution stationnaire du nombre de clients en orbite étant donné que le serveur est libre et opérationnel. Nous supposons que ce résultat est toujours vrai dans le cas de la distribution générale du temps inter-rappels, de la même manière que le résultat établi par Yang (1987), (1994) pour les modèles avec rappels et serveur fiable.

Vu la difficulté d'obtenir la solution analytique exacte à partir des résultats cités ci-dessus, nous considérons la solution approximative. La méthode d'approximation a été initialement élaborée pour le modèle avec serveur fiable et distribution arbitraire du temps inter-rappels (Yang et al., 1994). L'approximation porte sur le taux de rappels. Nous adaptons cette méthode pour le modèle avec pannes du serveur.

Pour étudier la performance de l'approximation dans le cas d'un serveur non fiable, les modèles avec rappels et pannes $M/M/1$, $M/E2/1$ et $M/H2/1$ où les distributions du temps inter-rappels sont : exponentielle, Erlang de degré 2 et hyper-exponentielle de degré 2, sont considérés. Nous comparons la solution approximative avec celle de la simulation. La conclusion suivante peut être donnée. La performance de l'approximation est très affectée par le type de distribution du temps de service ainsi que par le type de distribution du temps inter-rappels. Autrement dit, l'accroissement du coefficient de variation du temps de service et de celui du temps inter-rappels a une influence négative et significative sur la performance de l'approximation. Les pannes détériorent également sa précision. La méthode réussit quand le temps moyen inter-rappels est suffisamment petit par rapport au temps moyen de service.

Références

1. A. Aïssani. A survey on retrial queueing models. *Actes des Journées Statistiques Appliquées, U.S.T.H.B., Alger*, 1-11, 1994.
2. A. Aïssani and J. R. Artalejo. On the single server retrial queue subject to breakdowns. *Queueing Systems* 30(3-4), 309-321, 1998.
3. G. I. Falin. A survey of retrial queues. *Queueing Systems* 7, 127-168, 1990.
4. G. I. Falin and J. G. C. Templeton. Retrial Queues. *Chapman and Hall*, 1997.
5. S. W. Fuhrmann and R. Cooper. Stochastic decompositions in the $M/G/1$ queue with generalized vacations. *Operations Research*, 33, 1117-1129, 1985.
6. E. Gelenbe and R. Iasnogorodski. A queue with server of walking type. *Annales de l'Institut Henri Poincaré (B)* 16(1), 63-73, 1980.

7. V. G. Kulkarni and B. D. Choi. Retrial queue with server subject to breakdowns and repairs. *Queueing Systems* 7, 191-208, 1990.
8. T. Yang et al. An approximation method for the M/G/1 retrial queue with general retrial times. *European Journal of Operational Research* 76, 552-562, 1994.
9. T. Yang and J. G. C. Templeton. A survey on retrial queues. *Queueing Systems* 2, 201-233, 1987.