

استخدام التمثيلات الرياضية (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد) للكشف عن مستوى أداء طلبة الصف السابع في الكسور بسلطنة عمان

Using mathematical representations (circles, rectangles, and number lines) to detect the performance level of seventh-grade students in fractions in the Sultanate of Oman

سالم بن سعيد الوهبي

باحث تربوي- وزارة التربية والتعليم بسلطنة عمان- ss.alwahaibi.75@gmail.com

عبيد بن علي الحوسني

رئيس قسم مناهج الرياضيات - وزارة التربية والتعليم بسلطنة عمان- obaid_alhosni@moe.om

تاريخ القبول: 2025/11/16

تاريخ الإرسال: 2025/09/02

الملخص: هدف البحث الحالي إلى الكشف عن مستويات التمثيل الرياضي لدى طالبات الصف السابع بسلطنة عمان باستخدام ثلاثة أنواع من التمثيلات الرياضية: الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد، حيث تم استخدام الاختبار كأداة للبحث مكون من 18 مفردة، وزعت بالتساوي على التمثيلات الرياضية الثلاثة بمعدل 6 مفردات لكل نوع، وتكونت عينة البحث من 26 طالبة بمعدل فصل واحد من فصول الصف السابع بمدرسة أم جعفر الطيار للتعليم الأساسي للصفوف (5-9) بمحافظة شمال الباطنة، وأظهرت النتائج انخفاض مستوى الطالبات في التمثيل الرياضي بشكل عام، وأظهرت النتائج أن مستوى أداء الطالبات في التمثيل بالمستطيلات كان الأعلى يليه التمثيل بالدوائر، في حين كان أدائهن متدني في التمثيل بخط الأعداد، ما يشير بأن الطالبات يجدن سهولة نسبية في التعامل مع التمثيلات الرياضية بالدوائر والمستطيلات، بينما يواجهن صعوبة واضحة في الانتقال إلى التمثيلات الأكثر تجريداً كالتمثيل بخط الأعداد، وعليه يوصي البحث بضرورة تعزيز الممارسات التدريسية التي تركز على تنمية فهم الكسور من خلال التمثيل بخط الأعداد، باعتباره أداة أساسية لتنمية التفكير المجرد، وللربط بين الكسور والمفاهيم العددية الأكثر تقدماً.

الكلمات المفتاحية: الكسور؛ التمثيلات الرياضية.

Abstract: The current research aimed to reveal the levels of fractional knowledge among seventh-grade female students in the Sultanate of Oman using three types of mathematical representations: circles, rectangles, and the number line. The test was used as a research tool consisting of 18 items, distributed equally across the three mathematical representations (6 items for each type). The research sample consisted of 26 female students, representing one seventh-grade class at Umm Jaafar Al Tayyar Basic Education School for grades (5-9) in North Al Batinah Governorate. The results showed a general low level of fractional knowledge among female students. The results showed that the students' performance level in representing with rectangles

was the highest, followed by representing with circles, while their performance was low in representing with the number line. This indicates that female students find it relatively easy to deal with typical representations (such as circles and rectangles), while they face clear difficulty in moving to more abstract representations (such as the number line). Accordingly, the research recommends the need to enhance teaching practices that focus on developing an understanding of fractions through representation with the number line, as it is an essential tool for developing abstract thinking and for linking fractions. And more advanced numerical concepts.

Key Words: Fractions; Mathematical Representations.

مقدمة:

يعتبر موضوع الكسور محورا رئيسا لتطوير مهارات التفكير العددي والحسابي لدى الطلبة، وأحد المفاهيم الرياضية المجردة التي تشكل تحديًا كبيرًا لفهمه في المراحل الأولى للتعليم المدرسي نظرا لارتباطه بمعانٍ متعددة مثل الجزء من الكل، والنسبة، والقسمة، والقياس (Celebioglu, 2014)، وتبرز أهمية فهم الطلبة للكسور بشكل جيد حتى تساعدهم في إدراك العلاقة بين الجزء والكل التي تعتبر أساسا لفهم المفاهيم الرياضية الأكثر تعقيدًا فيما بعد (Siegler, 2010).

ويؤكد البحث التربوي أن الإتقان الصحيح لمفهوم الكسور أمر ضروري ليس فقط لدراسة الموضوعات اللاحقة مثل الأعداد النسبية والأعداد العشرية والقياس والاحتمال ولكن أيضا لفهم العلاقات بين المفاهيم الرياضية المتقدمة، وتطوير مهارات التفكير الحسابي والتفكير النسي وحل المشكلات (Cetin, 2020 ; Korkmaz Guler & Tarim, 2024) التي تستخدم على نطاق واسع في حل المشكلات وفهم المواضيع الرياضية الأخرى مثل الهندسة والجبر والاحتمالات وعلم المثلثات والكثير من المهارات الحياتية الأخرى كحسابات الربح والخسارة وحسابات الفوائد واتخاذ الخيارات المفيدة أثناء التسوق (Beyazit & Kirnap-Donmez, 2017).

كما تشير الأبحاث التربوية إلى أن التعدد في دلالات مفهوم الكسور أسهم بشكل كبير في صعوبة استيعاب الطلبة له، مما انعكس سلبا على قدرتهم في توظيفه في الحياة اليومية أو في استيعاب المفاهيم الرياضية اللاحقة (Cetin, 2020 ; Kavuncu & Invincible, 2021 ; Korkmaz Guler & Tarim, 2024) حيث أكدت على ما جاء في تقرير "البرنامج الوطني لتقييم التقدم التعليمي (NAEP, 2007)" أن 60% من طلبة الصف الرابع في الولايات المتحدة يواجهون تحديات في فهم الكسور نظرا لطبيعة الكسور المجردة، والتي تتطلب فهماً متعدد الأبعاد والدلالات، هذه التعددية في المعاني أدت إلى تشويش فهم الطلبة له، وانعكست سلباً في قدرتهم على تطبيق الكسور في سياقات حياتية وعلمية مختلفة، ولمواجهة هذه الصعوبات والتحديات، يتم استخدام التمثيلات البصرية مثل الدوائر أو القطع الدائرية والمستطيلات وخط الأعداد كأحد الأساليب الفعالة في تعليم الكسور لتجسيد المفاهيم الكسرية، إذ تتيح هذه التمثيلات البصرية تحويل المفهوم المجرد إلى صورة ملموسة تُسهل على الطلبة استيعابه وربط المعلومات النظرية بتطبيقات عملية، وقد أشارت العديد من الدراسات إلى أن الدمج بين التمثيل الرياضي البصري والرمزي يُحسّن من قدرة الطلبة على استيعاب المفاهيم الرياضية (Cetin, 2020).

(2013, Hackenberg ; 2007, NAEP) ومع ذلك، تبقى فعالية هذه التمثيلات واختلاف تأثيرها على الفهم الكسري للطلاب موضع تساؤل.

1- مفهوم الكسر وتطوره المعرفي لدى الطالب

يُعبّر مفهوم الكسر عن العلاقة بين الجزء والكل، ويتطلب استيعابه مستوى معينًا من التفكير المجرد، ووفقًا لنظريات التطور المعرفي، مثل نظرية بياجيه (Piaget, 1972)، ينتقل الطلبة تدريجيًا من التفكير الحسي والحركي إلى التفكير العملي الذي يمكنهم من التعامل مع المفاهيم المجردة كالكسور، وتشير الدراسات إلى أن الخبرات العملية والتمثيلات الرياضية تُساهم في تطوير فهمهم للكسور، كما تساعدهم على تصور كيفية تقسيم الكل إلى أجزاء متساوية (Siegler et al., 2010).

2- التمثيلات الرياضية في تعليم الكسور

تلعب التمثيلات الرياضية دورًا حيويًا في تعليم الكسور، حيث تساهم في تحويل المفاهيم المجردة إلى صور ملموسة تسهل على المتعلمين فهمها واستيعابها. وتُعرف التمثيلات الرياضية بأنها طرق لتنظيم المعلومات بصورة بصرية، مما يساعد المتعلم على تحويل كم كبير من المعلومات إلى هيكل بسيط وسهل الفهم (عباس، 2015)، وتتمثل أهميتها في تعزيز الفهم المفاهيمي لمفهوم الكسر كجزء من وحدة كاملة. على سبيل المثال، استخدام الدوائر أو المستطيلات المقسمة إلى أجزاء متساوية يمكن أن يوضح كيفية تمثيل الكسور بصريًا، وهي مهمة في تبسيط العمليات الحسابية من خلال تقديم صور توضيحية تبسّط على الطلبة إدراك كيفية تجميع أو تفريق الأجزاء، كما تكمن أهميتها في تنمية مهارات التفكير البصري التي تُعتبر أساسًا لتطوير مهارات حل المشكلات في مجالات متعددة وحلها بطرق إبداعية (عباس، 2015).

وتقدّم التمثيلات الرياضية في تعليم الكسور بعدة أشكال منها: النماذج المادية مثل قطع الكسور أو المكعبات المتداخلة، التي تسمح للطلبة بالتفاعل المباشر مع المفاهيم الرياضية وتجسيدها بشكل ملموس، وكذلك الرسوم البيانية: كالمستطيلات أو الدوائر المقسمة، التي تساعد في توضيح كيفية تقسيم الكل إلى أجزاء متساوية وتمثيل الكسور المختلفة، وأيضًا خط

الأعداد: يُستخدم لتمثيل الكسور على خط مستقيم، مما يساعد الطلبة على فهم ترتيب وحجم الكسور بالنسبة لبعضها البعض.

1-2 تمثيل الكسور باستخدام الدوائر

يُعدُّ تمثيل الكسور باستخدام الدوائر أو القطع الدائرية من الأساليب الرياضية الفعّالة في تعليم مفهوم الكسور وتسهيل فهمها لدى الطلبة، وتُستخدم الدوائر لتوضيح فكرة "الجزء من الكل" بشكل بصري واضح؛ حيث يُمكن تقسيم الدائرة إلى أجزاء متساوية ويُظَلَّل عدد من هذه الأجزاء لتمثيل الكسر المطلوب لتمثيل كسور معينة، وتساعد هذه الطريقة الطلبة على رؤية العلاقة بين الجزء والكل بصورة ملموسة، مما يساهم في تعزيز فهمهم للنسب والتجزئة. وقد أظهرت أبحاث مثل بحث بيكان (Pekkan, 2015) أن استخدام الأشكال الدائرية يُحفّز التفكير النقدي ويساهم في الربط بين الشكل الهندسي والمفهوم الرياضي.

2-2 تمثيل الكسور باستخدام المستطيلات

يُعتبر استخدام المستطيلات في تمثيل الكسور وسيلة تعليمية فعّالة تساهم في تبسيط المفاهيم الرياضية وتعزيز الفهم البصري لدى الطلبة. ومن خلال هذه الطريقة، يمكن للمعلمين تقديم دروس واضحة وأكثر تفاعلية، مما ينعكس إيجاباً على تحصيل الطلبة وفهمهم لمادة الرياضيات، إذ تُسهِّل عملية تقسيم الكل إلى أجزاء متساوية. ويتيح استخدامها لمقارنة الكسور المختلفة بشكل واضح، كما تُساعد على فهم العلاقة بين الكسر والعدد الكامل. وقد بيّن بحث بيكان (Pekkan, 2015) أن هذا النوع من التمثيل يُعزز من القدرة على إجراء عمليات المقارنة والحساب الذهني بين الكسور.

3-2 تمثيل الكسور باستخدام خط الأعداد

يُعتبر خط الأعداد من أهم التمثيلات الرياضية التي تساعد في نقل فهم الكسور من مجرد أجزاء من كل إلى كميات قابلة للقياس والترتيب، فهو يُظهر الكسور كمواقع محددة على محور مستمر، مما يُتيح للطلاب تصور العلاقة بين الكسور والأعداد الحقيقية والكسور الأخرى، وقد أكد على هذا كل من (Korkmaz & Tarim, 2024; Hackenberg, 2013; Barbosa & Vale, 2021) بأن استخدام خط الأعداد يُمكن أن يُساهم في سد الفجوة بين المفاهيم الحدسية والمفاهيم القياسية

للكسور، وتساعد هذه الطريقة في تنمية مهارات الترتيب والمقارنة وفهم الأبعاد العددية، كما تُسهّم في تحويل مفهوم الكسر من فكرة مجردة إلى مفهوم عددي ملموس (Izsák et al., 2008)، ويتم تمثيل الكسور على خط الأعداد من خلال تقسيم المسافة بين الأعداد الصحيحة فمثلاً: يتم تقسيم المسافة بين العددين 0، 1 إلى أجزاء متساوية بناءً على مقام الكسر، على سبيل المثال، لتمثيل الكسر $\frac{3}{2}$ ، نقسم المسافة إلى ثلاثة أجزاء متساوية وتحدد النقطة عند الجزء الثاني، وكذلك يمكن تحويل الكسر إلى عدد عشري وتمثيله على خط الأعداد، مما يساعد في توضيح العلاقة بين الكسور والأعداد العشرية.

وقد اعتمد البحث الحالي على المعرفة الكسرية التي تصنّف الكسر على أنه الجزء/الكل والقياس مع التركيز على العمليات العقلية كالتقسيم والتكرار، ووفقاً لـ هاكبيرج (Hackenberg, 2013) يُعتبر "الجزء/الكل" هو الأسهل بالنسبة للطلبة من حيث إنه يعتمد على تحديد الأجزاء المرئية في شكل مُقسّم، بينما يتطلب "القياس" تفكيراً مضاعفاً لربط الكسور بوحدات قياس مجردة كما في خط الأعداد.

وقد أظهرت الدراسات التربوية (Charalambous et al., 2007 ; Siegler et al., 2013 ; Korkmaz & Tarim, 2024) أن التمثيلات باستخدام الدوائر والمستطيلات تُستخدم غالباً لدعم معنى الكسر على أنه "الجزء/الكل"، لكنها قد لا تحفز التفكير المتقدم المرتبط بالقياس، فعلى سبيل المثال أشارت دراسة حالة لإيزاك وآخرون (Izsák et al., 2008) إلى أن استخدام خط الأعداد أدى إلى سوء فهم الطلبة للكسر على أنه جزء من كل، بينما نجحوا في تمثيل الكسور عبر الأشكال المستطيلة والدوائر، كما كشفت أبحاث ستيغي وأوليف (Steffe & Olive, 2010) كما ذكر في بيكان (Pekkan, 2015) أن الطلبة يعيدون بناء الكل من الجزء عبر التكرار في التمثيلات الهندسية، لكنهم يجدون صعوبة في تطبيق المنطق ذاته على خط الأعداد، وفي حين أن الدوائر والمستطيلات تعزز التصور البصري المباشر، يتطلب خط الأعداد تنسيقاً بين الوحدات الكسرية والمسافات، مما يعكس الحاجة إلى تدخلات تربوية تدمج التمثيلات المختلفة وفقاً للمستوى المعرفي للطلاب.

وتشير نتائج الدراسات التربوية (Korkmaz & Tarim, 2024 ; Cetin, 2020 ; Hackenberg, 2013 ; Beyazit & Kirnap, 2017) إلى أن تكامل التمثيلات المتعددة يعزز من القدرة على الانتقال بين المفاهيم المختلفة للكسور، وأن الدمج بين التمثيل البصري والرمزي يُعد استراتيجية تعليمية فعالة لتحسين أداء الطلبة في مجال الكسور، وتتمثل أهمية البحث الحالي

في الربط بين النظرية والتطبيق، من خلال تحليل كيفية تفاعل الطلبة مع التمثيلات الرياضية في سياقات متنوعة، ودور ذلك في بناء المعرفة الكسرية المتكاملة (Barbosa & Vale, 2021).

2- 4 مشكلة البحث

تُشير العديد من الدراسات الحديثة إلى أن الطلبة يواجهون تحديات في استيعاب مفهوم الكسر والتعامل معه في سياقات رياضية متعددة، وهو ما يرتبط غالبًا بغياب التصور الصحيح للكسور كأعداد حقيقية تقع على خط عددي متصل، وليس مجرد أجزاء منفصلة من الكل، كما تؤكد الأدبيات التربوية على أهمية التمثيلات الرياضية باستخدام الدوائر والمستطيلات وخط الأعداد في تدريس الكسور، وتُعتبر من أكثر التمثيلات شيوعًا في المناهج الدراسية، كونها تسهل الانتقال من المحسوس إلى المجرد وتساعد على ترسيخ مفهوم الجزء من الكل والتجزئة المتكافئة، وتمثيل الكسر كعدد حقيقي، ما يعزز القدرة على المقارنة والترتيب (Bruce et al., 2023; Barbosa & Vale, 2021).

وتجدر الإشارة إلى أن المناهج الدراسية في سلطنة عُمان عالجت موضوع الكسور بطريقة منهجية تضمنت هذه الأنواع من التمثيلات الرياضية ضمن محتوى مادة الرياضيات وبمستويات تتناسب مع الصف الدراسي، بما في ذلك الصف السابع، إدراكًا لأهميتها في بناء المعرفة الكسرية وتيسير تعلم الطلبة لهذا المجال، ومع ذلك لا يزال من المتوقع وجود تفاوت في مستويات أداء الطلبة تبعًا لنوع التمثيل المستخدم، وهو ما يثير الحاجة إلى دراسات ميدانية تستقصي أثر هذه التمثيلات في سياق التعليم المدرسي.

وبناءً على ما سبق، وانطلاقًا من ذلك، تمحورت مشكلة البحث الحالي في استقصاء مستويات الطلبة في التمثيل الرياضي عند استخدام التمثيلات الرياضية المختلفة (الدوائر، المستطيلات، خط الأعداد)، بهدف فهم مدى تأثير كل تمثيل في بناء المفهوم الكسري والكشف عن الدلالة الإحصائية للفروق بين مستويات الطلبة في التمثيل الرياضي تبعًا لاختلاف نوع التمثيل المستخدم، ويأمل الباحثون أن تُسهم نتائج هذا البحث في إثراء الجهود التربوية الرامية إلى تحسين طرائق تدريس الكسور بطريقة تتناسب مع احتياجات المتعلمين، وتوجيه المعلمين لاختيار التمثيلات الأنسب التي تساعد الطلبة على تجاوز صعوبات التعلم في هذا المجال الحيوي من الرياضيات.

3- أسئلة البحث: يحاول البحث الحالي الإجابة عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: ما مستويات الطلبة في التمثيل الرياضي باستخدام التمثيلات الرياضية (الدوائر، المستطيلات،

وخط الأعداد) لدى طلبة الصف السابع؟

السؤال الثاني: هل توجد فروق دالة إحصائية في التمثيلات الرياضية لطلبة الصف السابع وفقاً لنوع التمثيل

الرياضي (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد)؟

4- فرضية البحث:

لا توجد دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha=0.05$) في التمثيلات الرياضية لطلبة الصف السابع وفقاً لنوع التمثيل

الرياضي (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد).

5- أهداف البحث:

يهدف البحث بشكل عام إلى استقصاء مستويات طلبة الصف السابع في التمثيل الرياضي باستخدام التمثيلات الرياضية المختلفة (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد)، والكشف عن الفروق بينهم وفقاً لنوع التمثيل الرياضي، ويتفرع منه الأهداف الآتية:

- تحديد مستويات طلبة الصف السابع في التمثيل الرياضي عند استخدام التمثيل بالدوائر.
- تحديد مستويات طلبة الصف السابع في التمثيل الرياضي عند استخدام التمثيل بالمستطيلات.
- تحديد مستويات طلبة الصف السابع في التمثيل الرياضي عند استخدام التمثيل بخط الأعداد.
- الكشف عن الفروق ذات الدلالة الإحصائية في التمثيلات الرياضية لطلبة الصف السابع تبعاً لنوع التمثيل الرياضي (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد).

6- أهمية البحث:

تتمثل أهمية البحث في الكشف عن مستويات الطلبة في التمثيل الرياضي باستخدام التمثيلات البصرية (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد) لدى طلبة الصف السابع، ودراسة مدى وجود العلاقة بين التمثيلات الرياضية تبعاً لنوع التمثيل الرياضي، كما أنه يقدم إطار نظري حول التمثيلات الرياضية وأهميتها في تعليم الرياضيات كأحد الأساليب الفعالة في تدريسها، ويأمل الباحثون أن يكون هذا الإطار نواة لأبحاث ودراسات مستقبلية في هذا المجال، وأن تُسهم نتائج البحث في تطوير التفكير الحسابي والنسبي لدى الأسرة التربوية في الرياضيات كونه من الموضوعات الرئيسة في تعليم وتعلم الرياضيات.

7- مصطلحات البحث:

7-1 الكسور:

تُعرّف الكسور في الرياضيات بأنها علاقة نسبية بين جزء من الشيء إلى الشيء كاملاً، بحيث يرتبط العددين بعلاقة جزء إلى كل.

7-2 التمثيلات الرياضية:

التمثيلات الرياضية هي طرق مختلفة للتعبير عن المفاهيم والعلاقات الرياضية، سواء كانت هذه الطرق مادية أو رمزية أو بيانية، تهدف إلى تسهيل فهم المفاهيم الرياضية، وجعلها أكثر وضوحاً وشمولية. وتُعرّف إجرائياً في هذا البحث بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في كل نوع من أنواع التمثيلات الرياضية وهي التمثيل بالدوائر والتمثيل بالمستطيلات والتمثيل بخط الأعداد.

التمثيل بالدوائر:

ويقصد به قدرة الطالب على التعبير عن مفاهيم الكسور والعلاقات الرياضية بينها باستخدام الدوائر أو القطاعات الدائرية.

وتُعرّف إجرائياً في هذا البحث بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار المعد لذلك.

التمثيل بالمستطيلات:

ويقصد به قدرة الطالب على التعبير عن مفاهيم الكسور والعلاقات الرياضية بينها باستخدام المستطيلات.

وتُعرّف إجرائياً في هذا البحث بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار المعد لذلك.

التمثيل بخط الأعداد:

ويقصد به قدرة الطالب على التعبير عن مفاهيم الكسور والعلاقات الرياضية بينها باستخدام خط الأعداد.

وتُعرّف إجرائياً في هذا البحث بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار المعد لذلك.

8- حدود البحث:

تقتصر حدود البحث على طالبات الصف السابع بمدرسة أم جعفر الطيار للتعليم الأساسي للصفوف (5-9) بمحافظة

شمال الباطنة.

9- منهجية البحث:

تم اعتماد المنهج الوصفي لتحقيق أهداف البحث، الذي تمثل في الكشف عن مستويات طالبات الصف السابع في التمثيل الرياضي باستخدام التمثيلات الرياضية (الدائرة، والمستطيل، وخط الأعداد).

9-1 المجتمع

تكون مجتمع البحث من طالبات الصف السابع بمدرسة أم جعفر الطيار للتعليم الأساسي للصفوف (5-9) بمحافظة شمال الباطنة في العام الدراسي 2024/2025م.

9-2 العينة

شملت العينة عدد 26 طالبة وهم يمثلون فصل واحد من فصول الصف السابع بمدرسة أم جعفر الطيار للتعليم الأساسي للصفوف (5-9) بمحافظة شمال الباطنة في العام الدراسي 2024/2025م.

9-3 أداة البحث

بعد الاطلاع على الأدب التربوي المرتبط بمعرفة الطلبة بالكسور عن طريق التمثيلات الرياضية (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد) في الرياضيات تم استخدام أداة الاختبار لجمع البيانات وهو من إعداد الباحثة بيكان (Pekkan,2016) وطوره الباحثون من خلال ترجمته وتكييفه لبيئة البحث.

صدق المحتوى: تم تحكيم الاختبار للتأكد من الصياغة اللغوية وسلامة العبارات، حيث اشتمل في صورته النهائية على 18 سؤال تقيس معرفة الطلبة بالكسور للطلبة موزعة على ثلاثة أبعاد من التمثيلات الرياضية: البعد الأول: التمثيل بالدوائر (1، 4، 7، 10، 13، 16)، البعد الثاني: التمثيل بالمستطيلات (2، 5، 8، 11، 14، 17)، والبعد الثالث: التمثيل بخط الأعداد (3، 6، 9، 12، 15، 18) بمعدل 6 أسئلة لكل مستوى من التمثيل الرياضي، ولتفسير النتائج وتحديد مستويات أداء الطلبة في التمثيل الرياضي، تم تصنيف الأداء وفق معايير شائعة في البحوث التربوية من أمثلتها معيار بلوم، و معيار أبو علام (Bloom,1976 & Abu Allam,2006) وهي تصنيفات تقوم على تحويل الدرجات إلى نسب مئوية من الدرجة الكلية، ثم تصنيفها إلى مستويات وتستخدم في تقويم التحصيل والاختبارات التربوية كما بالجدول (1) الآتي:

جدول (1)

الميزان التقديري لتحديد مستوى التمثيل الرياضي

النسبة المئوية	المستوى
$50\% \leq$ النسبة المئوية للدرجة	منخفض
$50\% \geq$ النسبة المئوية للدرجة $\geq 75\%$	متوسط
$50\% \geq$ النسبة المئوية للدرجة	مرتفع

صدق البناء: تم حساب معامل ارتباط بيرسون لأبعاد الاختبار مع الدرجة الكلية للاختبار، ومعاملات الارتباط البينية للأبعاد كما هو موضح في جدول (2).

جدول (2)

معاملات الارتباط لأبعاد اختبار تقييم التمثيل الرياضي

مع الدرجة الكلية للاختبار، ومعاملات الارتباط البينية للأبعاد

العلاقة	البعد الأول	البعد الثاني	البعد الثالث
البعد الثاني	0.41*		
البعد الثالث	0.51**	-0.1	
الدرجة الكلية للاختبار	0.87**	0.67**	0.62**

*Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

**Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

وبين الجدول (2) نتائج تحليل معاملات الارتباط (Pearson) بين أبعاد الاختبار الثلاثة، حيث تراوحت معاملات الارتباط للأبعاد مع الدرجة الكلية للاختبار (0.87 - 0.62) ووفقاً لتفسير كوهين (Cohen, 1988) فإن هذه القيم تمثل علاقة قوية إلى قوية جداً، ما يدل على أن كل بُعد يساهم بشكل جوهري في التكوين العام للاختبار، كما أظهرت نتائج التحليل أن العلاقة

بين البعد الأول والبعد الثاني بلغت (0.41) وبين البعد الأول والبعد الثالث (0.51) وكلاهما دالة إحصائية، ووفقاً لتفسير كوهين (Cohen, 1988) فإن هذه القيم تمثل ارتباطاً متوسطاً، ما يعكس وجود قدر كبير من الترابط بين هذين البعدين وفي المقابل فإن العلاقة بين البعد الثاني والبعد الثالث بلغت (-0.10) وهي علاقة ضعيفة ولا تُعد ذات دلالة عملية، مما يشير إلى تباين أو استقلال نسبي بين البعدين.

الثبات: تم حساب معامل الثبات الكلي للاختبار ولكل بُعد من أبعاده باستخدام معادلة ألفا كرونباخ كما هو موضح في جدول (3):

جدول (3)

معامل الثبات لاختبار تقييم التمثيل الرياضي وأبعاده

الأبعاد	عدد العبارات	معامل الثبات
البعد الأول	6	0.70
البعد الثاني	6	0.76
البعد الثالث	6	0.76
الثبات العام للاختبار	18	0.77

يوضح الجدول (3) نتائج تحليل الثبات لاختبار تقييم التمثيل الرياضي، حيث أن معاملات الاتساق الداخلي (Cronbach's Alpha) تراوحت بين (0.70-0.76) للأبعاد الثلاثة، في حين بلغ معامل الثبات العام للاختبار (0.77) لجميع مفرداته البالغ عددها (18) مفردة، ووفقاً للتفسير الذي أورده كل من جورج وماليري، وونونالي وبيرنشتاين (George, Mallery, 2003 & Nunnally, Bernstein, 1994) فإن هذه القيم تدل على مستوى ثبات جيد، حيث تجاوزت الحد الأدنى المقبول (0.70) واقتربت من مستوى جيد جداً وهذا يشير إلى أن مفردات الاختبار تتسم بدرجة عالية من الاتساق الداخلي، وأن الاختبار يتمتع بمستوى جيد من الموثوقية ويتوافق مع المستويات المقبولة علمياً لاستخدامه في البحث التربوي خاصة في السياقات الاستكشافية والتشخيصية، وبالتالي يمكن الاعتماد عليه في قياس مستويات التمثيل الرياضي بشكل جيد.

10 - المعالجة الإحصائية:

تم حساب التكرارات والنسب المئوية وإجراء اختبار تحليل التباين الأحادي للقياسات المتكررة (One-Way repeated measures ANOVA) وبعض الاختبارات البعدية للإجابة على أسئلة البحث وفرضياته.

11 - مناقشة النتائج:

1.11 مناقشة السؤال الأول

للإجابة على هذا السؤال، تم حساب مستويات أداء الطالبات في التمثيل الرياضي والنسب المئوية لها كما يوضحه الجدول (4) الآتي:

جدول (4)

مستويات أداء الطالبات في التمثيل الرياضي والنسب المئوية لها

	N	Mean	Std. Deviation	percentage	level
الدوائر	26	2.3846	1.02282	40%	Low
المستطيلات	26	2.8077	1.41476	47%	Low
خط الأعداد	26	1.1154	1.21085	19%	Low
المجموع الكلي للاختبار	26	6.3077	2.57324	35%	Low

توضح الإحصائيات الوصفية من خلال الجدول (4) أن الطالبات في مجموعة البيانات للاختبار بشكل عام أظهرن مستوى أداء منخفض في التمثيل الرياضي حيث بلغ متوسط أداء الطالبات في التمثيل بالمستطيلات (6.30) بانحراف معياري (2.57) ونسبة مئوية قدرها 35% بمستوى منخفض، وكذلك على مستوى كل نوع من أنواع التمثيلات الرياضية فقد كان متوسط أداء الطالبات في التمثيل بالدوائر (2.38) بانحراف معياري (1.41) ونسبة مئوية قدرها 40% بمستوى منخفض، في حين بلغ متوسط أداء الطالبات في التمثيل بالمستطيلات (2.81) بانحراف معياري (1.02) ونسبة مئوية قدرها

47% بمستوى منخفض إلا أنه يميل إلى المتوسط في هذا النوع من التمثيل الرياضي، وهو أعلى من مستوى أدائهم في التمثيل بالدوائر، مما يدل على أن الطالبات أظهرن أداءً أفضل نسبياً في التعامل مع التمثيل بالمستطيلات، في المقابل، أظهرت النتائج تدنيًا ملحوظًا في أداء الطالبات في التمثيل بخط الأعداد حيث بلغ متوسط أداء الطالبات في التمثيل بخط الأعداد (1.11) بانحراف معياري (1.21) ونسبة مئوية قدرها 19% بمستوى منخفض وهو أقل متوسط بين التمثيلات الرياضية الثلاثة، ما يعكس صعوبة هذا النوع من التمثيل على الطالبات، واتفقت هذه النتائج مع نتائج البحث العلمي في هذا المجال، حيث توافقت مع ما توصلت إليه بيكان في بحثه (Pekkan, 2015).

2.11 مناقشة السؤال الثاني وفرضية البحث

للإجابة على هذا السؤال؛ تم إجراء اختبار تحليل التباين الأحادي للقياسات المتكررة (One-Way repeated measures ANOVA) لأداء الطالبات في التمثيلات الرياضية وفقا لنوع التمثيل الرياضي (الدوائر، المستطيلات، خط الأعداد)، فكانت النتائج كالآتي:

أولاً: المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية وفقا لنوع التمثيل

يوضح الجدول (5) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للتمثيلات الرياضية وفقا لنوع التمثيل الرياضي

جدول (5)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للتمثيلات الرياضية وفقا لنوع التمثيل الرياضي

نوع التمثيل الرياضي	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الدوائر	2.38	1.02
المستطيلات	2.80	1.14
خط الأعداد	1.12	1.21

يبين جدول (5) أنه توجد فروق ظاهرة بين المتوسطات الحسابية لأداء الطالبات في التمثيلات الرياضية وفقاً لنوع التمثيل الرياضي ولصالح التمثيل بالمستطيلات حيث أنه احتل المرتبة الأولى ويليه التمثيل بالدوائر في المرتبة الثانية، وجاء التمثيل بخط الأعداد في المرتبة الأخيرة، وللتحقق من تساوي تباينات الفروق بين جميع أزواج مستويات المتغير المستقل (العامل داخل الأفراد) سيتم تطبيق اختبار ماوتشلي للكروية (Mauchly's Test of Sphericity).

ثانياً: نتائج اختبار ماوتشلي للكروية (Mauchly's Test of Sphericity)

وللتحقق من تكافؤ تباينات الفروق كانت النتائج وفق الجدول (6) الآتي:

جدول (6)

تحليل نتائج اختبار ماوتشلي للكروية (Mauchly's Test of Sphericity) لتكافؤ تباينات الفروق

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilonb		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
التمثيلات الرياضية	.545	14.548	2	.001	.687	.714	.500

يبين الجدول (6) أن قيمة اختبار ماوتشلي (Mauchly) هي (0.545) بدلالة إحصائية (0.001) وهي أقل من ($\alpha=0.05$) ، أي أن افتراض الكروية (Sphericity) غير محقق لشرط تكافؤ تباينات الفروق وفقاً لنوع التمثيل الرياضي ولذلك تم الاعتماد على تصحيح Greenhouse-Geisser في قراءة نتائج تحليل التباين الأحادي للقياسات المتكررة (ANOVA).

ثالثاً: نتائج تحليل التباين الأحادي للقياسات المتكررة (One-Way repeated measures ANOVA):

تمثلت نتائج تحليل التباين الأحادي للقياسات المتكررة، في الجدول (7) الآتي:

جدول (7)

تحليل التباين الأحادي للقياسات المتكررة للكشف عن الدلالة الإحصائية للفروق

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
التمثيلات الرياضية	Greenhouse-Geisser	40.333	1.375	29.334	17.486	.000	.412

يتضح من الجدول (7) أن قيمة قيمة F المحسوبة للتأثير الداخلي لأنواع التمثيل الرياضي تساوي (17.486) بدرجة حرية (1.375) وبدلالة إحصائية (sig.= 0.000) وهي أقل من ($\alpha=0.05$) وعليه فإن الفروق الظاهرة بين المتوسطات الحسابية لأنواع التمثيل الرياضي دالة إحصائياً عند مستوى ($\alpha=0.05$) وعليه فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة وهي يوجد أثر دال إحصائياً عند مستوى ($\alpha=0.05$) في أداء الطالبات وفقاً لنوع التمثيل الرياضي، وللكشف عن المقارنات الثنائية بين أنواع التمثيلات الرياضية فقد تم إجراء المقارنات البعدية باستخدام تصحيح Bonferroni.

رابعاً: المقارنات الثنائية لأنواع التمثيل الرياضي (Pairwise Comparisons)

يبين الجدول (8) نتائج اختبار (Bonferroni) لقياس دلالة الأثر بين المقارنات الثنائية بين الأزواج (الدوائر*المستطيلات، الدوائر*خط الأعداد، المستطيلات* خط الأعداد) كما في الجدول الآتي:

جدول (8)

اختبار (Bonferroni) لقياس الفروق بين متوسط درجات الطالبات في التمثيلات الثلاثة

(I) representation	(J) representation	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig. ^b	95% Confidence Interval for Difference ^b	
					Lower Bound	Upper Bound
الدوائر	المستطيلات	-.423	.267	.377	-1.108	.262
	خط الأعداد	1.269*	.219	.000	.708	1.831

المستطيلات	الدوائر	.423	.267	.377	-.262	1.108
	خط الأعداد	1.692*	.383	.001	.709	2.676
خط الأعداد	الدوائر	-1.269*	.219	.000	-1.831	-.708
	المستطيلات	-1.692*	.383	.001	-2.676	-.709

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the .05 level.

b. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

يُظهر الجدول (8) نتائج المقارنات البعدية (Pairwise Comparisons) باستخدام اختبار (Bonferroni) لقياس الفروق بين متوسط درجات الطالبات في التمثيلات الثلاثة (الدوائر، المستطيلات، وخط الأعداد)، ومن خلال قراءة النتائج بالجدول (8) لم يظهر فرق ذو دلالة إحصائية بين التمثيل بالدوائر والتمثيل بالمستطيلات (الدوائر*المستطيلات) حيث بلغت قيمة متوسط الفرق بينهما (-0.423) بدلالة إحصائية (0.377) وهي أكبر من ($\alpha=0.05$)، مما يشير إلى أن مستوى أداء الطالبات في هذين التمثيلين متقارب، وفي المقابل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين التمثيل بالدوائر والتمثيل بخط الأعداد (الدوائر* خط الأعداد) لصالح التمثيل بالدوائر، حيث كان متوسط الفرق بين درجات الطالبات في التمثيل بالدوائر أعلى بمقدار (1.269) درجة، وبدلالة إحصائية (0.000) وهي أقل من ($\alpha=0.05$)، كما أظهرت النتائج وجود فرق دال إحصائياً بين التمثيل بالمستطيلات والتمثيل بخط الأعداد (المستطيلات* خط الأعداد) ولصالح التمثيل بالمستطيلات، إذ بلغ متوسط الفرق (1.692) درجة، بدلالة إحصائية (0.001) وهي أقل من ($\alpha=0.05$).

وبناءً على ذلك، يمكن الاستنتاج أن كلا من التمثيل بالدوائر والتمثيل بالمستطيلات يحققان أداءً أفضل لدى الطالبات مقارنة بالتمثيل باستخدام خط الأعداد، على الرغم من عدم وجود فروق معنوية بينهما، ويمكن تفسير ذلك بأن التمثيلات الرياضية باستخدام المناطق المظللة في الدوائر والمستطيلات تُسهّل فهم العلاقات العددية والجزء من الكل بشكل أفضل مقارنة بالتمثيل المجرد باستخدام خط الأعداد، أي أن المعرفة الرياضية التي تقدم للطالبات من خلال التمثيلات الرياضية يتم استيعابها بشكل أفضل مقارنة بتلك التي تُقدّم من خلال التمثيل بخط الأعداد، ويتوافق هذا الاستنتاج مع ما

توصل إليه بيكان (Pekkan,2015)، كما أنه يعزز فرضية البحث التي تشير إلى وجود تباين في مستوى أداء الطالبات باختلاف نوع التمثيل الرياضي المستخدم.

وعلى الرغم من تدني مستوى أداء الطالبات في التمثيل بخط الأعداد في هذا البحث، إلا أن هذا النوع من التمثيل له دور بارز ومتقدم في تعلم المفاهيم المجردة مثل الكسور مع مرور الزمن، كما أكد ذلك كل من حمدان وجونديرسون، وباربوسا وفالي (Barbosa & Vale,2021; Hamdan & Gunderson,2017) في أبحاثهم بأن تدريب الطلبة على التمثيل باستخدام خط الأعداد ساعد على نقل الفهم لسياقات عدديّة أخرى غير معرفه مسبقاً، فهو تمثيل ذو إمكانات هائلة لأنه يساعد في دعم نموذج متكامل من المعرفة الرياضية التي تربط الكسور بالأعداد الحقيقية وهو أكثر فائدة من التمثيلات بالدوائر والمستطيلات التي غالباً تستخدم على نطاق واسع، أي أن خط الأعداد يلعب دوراً تفكيرياً أعمق في التمثيل العددي المجرد.

وفي ضوء ما سبق، يمكن القول بأن الطالبات أظهرن تفوقاً نسبياً في أدائهن من خلال التمثيل بالمستطيلات مقارنة بالدوائر، في حين واجهن صعوبة واضحة في التمثيل بخط الأعداد، وهو ما قد يعكس الحاجة إلى تعزيز تعليم هذا النوع من التمثيل في البرامج الدراسية والتركيز عليه في تدريس موضوع الكسور للصف السابع والصفوف التي تسبقه، ومن خلال عمل الباحثين في قطاع المناهج الدراسية وخبرتهم في هذا المجال فإن المناهج الدراسية لمادة الرياضيات في سلطنة عمان ركزت على تقديم مفاهيم الكسور من خلال التمثيلات الرياضية والبصرية فقد تضمنت الأنواع المذكورة في البحث الحالي بالإضافة إلى استخدام المواد المحسوسة في مناهج الرياضيات لطلبة صفوف الحلقة الأولى (1 - 4)، وبالتالي قد يعزى انخفاض مستويات أداء الطالبات في التمثيلات الرياضية إلى عوامل أخرى غير المنهاج المدرسي منها تربوية مثل استراتيجيات التدريس، وأخرى نفسية مثل مدى استعداد الطالبات لتعلم موضوع الكسور في الرياضيات، خاصة أن بعض نتائج الأبحاث مثل شيتين (Cetin, 2020; Korkmaz & Tarim,2024) كشفت أن الطلبة ومعلمي الرياضيات الابتدائية قبل الخدمة يواجهون صعوبة في تحديد المفهوم الأساسي للكسور وأيضاً واجهوا صعوبة في التمييز بين أمثلة وخصائص الكسور وأنواع الكسور، وارتكبوا أخطاء إجرائية، وقد أوصى الباحثون بأهمية دمج المعرفة الإجرائية والمعرفة المفاهيمية وشرح الخصائص الأساسية للمفهوم من خلال التمثيلات الرياضية المتعددة ومقارنة الأمثلة بغير الأمثلة.

12- الخاتمة:

وفقا لما توصل إليه البحث الحالي فإن التمثيلات الرياضية محل تركيز في الأدب التربوي الأجنبي في مجال تعليم الرياضيات نظرا لأهميتها الكبيرة، وعليه فإن هذا الموضوع يستدعي أهمية إجراء المزيد من البحوث والدراسات حوله لإثراء الأدب التربوي العربي في هذا المجال. ويأمل الباحثون أن يقدم البحث الحالي معلومات مفيدة حول هذا الجانب.

13- التوصيات:

في ضوء نتائج البحث الحالي، يقترح الباحثون إجراء مزيد من البحوث والدراسات التي تركز على:

1. أهمية التمثيلات الرياضية التي تعتمد على مفهوم المساحة كالدوائر والمستطيلات في تدريس الكسور.
2. أهمية التمثيل بخط الأعداد في تدريس مفاهيم الأعداد والكسور والعمليات عليها.
3. أهمية التمثيلات الرياضية في دراسة موضوعات أخرى في الرياضيات.

14- المراجع

14-1 المراجع العربية

- عباس، نزار. (2015). أثر استخدام التمثيلات الرياضية في التحصيل الدراسي والاحتفاظ بالتعلم في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الأول المتوسط، مجلة كلية التربية، جامعة واسط، العدد (21)
- أبو علام، رجاء محمود. (2006) البحث العلمي في العلوم التربوية والنفسية. القاهرة: دار النهضة العربية.

14-2 المراجع الأجنبية

- Beyazit, I., & Kirnap-Donmez, S. M. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısız akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi [Examining the problem posing skills of teacher

candidates in the context of situations requiring proportional reasoning]. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 8(1), 130-160. <http://doi.org/10.16949/turkbilmat.303759>

- Bloom, B. S. (1976). Human Characteristics and School Learning. McGraw-Hill.

- Bruce, C., Flynn, T., Yearley, S. & Hawes, Z.(2023). Leveraging Number Lines and Unit Fractions to Build Student Understanding: Insights from a Mixed Methods Study, Can. J. Sci. Math. Techn. Educ.(23):322–339. <https://doi.org/10.1007/s42330-023-00278-x>

- Cetin, H. (2020). Investigation of the definitions of pre-service elementary mathematics teachers on fraction concept. Eurasian Journal of Teacher Education, 1(3), 172-185.

- Charalambous, C., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. Educational Studies in Mathematics, 64(3), 293-316. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2>

- Cohen, J. (1988). Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

- George, D., & Mallery, P. (2003). SPSS for Windows Step by Step: A Simple Guide and Reference. 11.0 update (4th ed.). Boston: Allyn & Bacon.

- Hackenberg, A. (2013). The fractional knowledge and algebraic reasoning of students with the first multiplicative concept. Journal of Mathematical Behavior, 32, 538–563.

- Hamdan, N., & Gunderson, E. A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. *Developmental Psychology*, 53(3), 587–596.

- Izsák, A., Tillema, E. S., & Tunç-Pekkan, Z. (2008). Teaching and learning fraction addition on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 33–62.
 - Korkmaz G., N., & Tarim, K. (2024). An analysis of classification skills of the 6th grade students on fractions. *Pedagogical Research*, 9(2), em0197. <https://doi.org/10.29333/pr/14278>
 - National Assessment of Educational Progress [NAEP], (2007). Nations Report Card: Mathematics. Retrieved from <http://nces.ed.gov>
 - Nunnally, J. C., & Bernstein, I. H. (1994). *Psychometric Theory* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill.
 - Pekkan Z. (2015). An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 419 - 441.
 - Piaget, J. (1972). Intellectual Evolution from Adolescence to Adulthood. *Human Development*, 15(1), 1-12.
 - Siegler, R. S., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 49, 1994-2004. <https://doi.org/10.1037/a0031200>
 - Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2010). An Integrated Theory of Whole Number and Fractions Development. *Cognitive Science*, 34(1), 1-36.
 - Steffe, L. P., & Olive, J. (2010). *Children's fractional knowledge*. New York: Springer.
- <https://www.researchgate.net/publication/277328123>