

L'histoire des sciences dans les manuels scolaires : l'exemple des mathématiques

Ahmed DJEBBAR¹

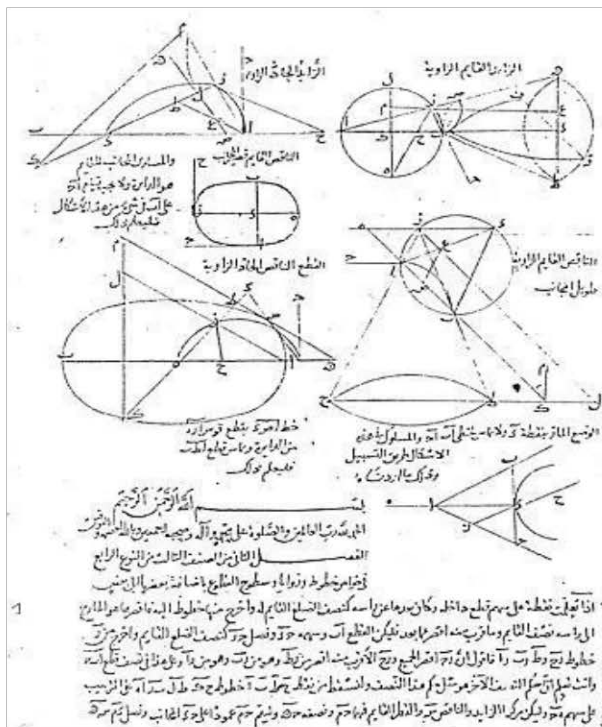
INTRODUCTION

Dans tous les pays et à toutes les époques, l'enseignement des sciences dites « *exactes* » n'a pas été une activité facile et la situation actuelle ne fait pas exception. On peut faire le même constat au sujet de l'acquisition, par les apprenants, de la partie du savoir scientifique qui constitue le programme de chaque discipline. Par ailleurs, le contenu et la présentation de ces programmes sont « *balisés* » par le « *guide du maître* », le « *manuel* » officiel et les différentes déclinaisons de son contenu. Ce sont là les « *protagonistes* » visibles de l'activité scientifique qui se déroule, tous les ans, dans les établissements scolaires. Mais d'autres acteurs sont à l'œuvre ou devraient l'être dans cet immense chantier.

Au niveau de l'institution éducative, il y a, bien sûr, les concepteurs des programmes et les inspecteurs (ce sont parfois les mêmes) qui sont censés les « *mettre en musique* », pour faciliter la tâche de l'enseignant. Mais il y a d'autres intervenants potentiels, peu visibles parce que n'appartenant pas toujours à la grande famille de l'éducation. D'abord ceux qui produisent la science ou qui sont informés régulièrement sur son évolution, puis ceux dont le métier est de réfléchir sur la manière de transmettre le savoir scientifique (pédagogues, psychopédagogues, didacticiens, historiens des sciences, épistémologues, etc.). Bref, une armée de spécialistes qui produisent des réflexions, des outils, des techniques et même des matériaux d'accompagnement des activités de formation, d'enseignement ou d'apprentissage.

¹ Université des Sciences et des Technologies de Lille

En tant que disciplines scientifiques, les mathématiques sont évidemment concernées par tout ce qui vient d'être rappelé. Et, comme pour les autres sciences, leur enseignement révèle une série de problèmes. Certains se retrouvent dans l'apprentissage ou la transmission des autres savoirs. Au niveau « *methodologique* », il y a le recours à l'imagination, à l'intuition ou à l'analogie. Au niveau « *technique* », il y a la « *traduction* » d'un problème donné dans le langage de la discipline puis le choix des outils nécessaires à sa résolution. D'autres problèmes sont spécifiques aux mathématiques, comme le choix du type de raisonnement pour établir un résultat ou d'une procédure pour réaliser une construction ou résoudre une équation.



Page sur les sections coniques du « *Livre du perfectionnement* » du mathématicien d'al-Andalus, al-Mu'taman (m. 1085).

Partant de ma propre expérience d'enseignant, de chercheur, de formateur et d'auteur d'ouvrages destinés aux enseignants, je vais, dans la première partie, tenter d'éclairer le lecteur sur les liens, pas toujours évidents, entre les thèmes mathématiques enseignés et leur Histoire. Dans la seconde partie je ferai suggestions qui n'ont rien de révolutionnaires et que l'on pourrait mettre en pratique, progressivement, dans le but non seulement d'améliorer la transmission et l'assimilation du savoir mathématique mais également de faire aimer cette discipline par un plus grand nombre d'élèves.

QUELLES MATHÉMATIQUES ENSEIGNE-T-ON AUJOURD'HUI ?

D'abord quelques observations simples sur les relations insoupçonnées entre le contenu des mathématiques enseignées dans les différents cycles pré-universitaires et leur Histoire, c'est-à-dire celle de leur élaboration et de leur enseignement. Voici une discipline qui est créditée d'une grande capacité d'innovation, et donc de renouvellement de son contenu, mais qui propose aux élèves une formation dont le contenu a commencé à s'élaborer il y a des siècles, parfois même des milliers d'année. Qu'on en juge par une petite incursion dans la jungle foisonnante des programmes d'enseignement de la plupart des pays :

Dans les cinq années du primaire, c'est l'initiation à la numération, à quelques propriétés des nombres, à l'arithmétique des entiers, des fractions et des nombres décimaux, aux propriétés de certaines figures planes et solides, à la mesure des grandeurs géométriques, métrologiques ou temporelles. En dehors des séances réservées au maniement des calculettes, toute l'activité mathématique de ce pallier est nourrie par ce qui a été préservé de la production préislamique (mésopotamienne, grecque, indienne), enrichie par celle de la tradition arabe des IX^e-XV^e siècles.



Page de l'ouvrage d'Apollonius (III^e s. av. J.C.), « Livre des coniques »

Les quatre années de l'enseignement moyen reprennent des thèmes des années précédentes en les approfondissant et en introduisant de nouveaux concepts et de nouveaux outils. Dans le domaine du calcul, il y a les nombres relatifs, le calcul algébrique, les équations et inéquations du 1^e degré et les systèmes d'équations à deux inconnues. En analyse, on propose la notion de fonction linéaire et les premiers éléments de statistique. En géométrie, sont introduites les notions de vecteurs et de transformations élémentaires planes. La matière de tous les chapitres de calcul se trouve dans les manuels produits à partir du IX^e siècle, en Orient, en Andalus ou au Maghreb. Les thèmes de l'analyse et de la géométrie des transformations commencent à s'élaborer, en Europe, à partir de la seconde moitié du XVII^e siècle. Quant aux statistiques, elles ont leur « préhistoire » dans les documents de recensement de certaines administrations de la

période antique, dans la tradition cryptographique arabe inaugurée par les travaux d'al-Kindi (m. après 873) et dans les registres des marchands italiens du XVI^e siècle. Mais le développement mathématique de cette discipline commence au XVIII^e siècle et les premiers manuels d'enseignement sont datés du début du XX^e.

Dans les programmes des trois dernières années du cursus scolaire, il y a encore quelques thèmes dont les origines et même certaines contributions importantes sont à porter au crédit de la tradition grecque (comme les identités remarquables et les suites finies), arabe (comme la notion de polynôme, les formules trigonométriques classiques, les premiers résultats combinatoires) ou italienne (comme les premières manipulations de nombres complexes et la résolution algébrique des équations du 3^e et du 4^e degré). Mais, la plus grande partie des chapitres de ce dernier pallier se rattache à la production mathématique européenne des XVII^e-XIX^e siècles. C'est en particulier le cas des notions de fonction, de limite, de dérivation, d'intégration, d'équation différentielle qui constituent, avec les outils statistiques et probabilistes, une rupture « *qualitative* ». Avec ces thèmes, les élèves découvrent des objets, des concepts et même des disciplines qui n'ont pas de lien évident avec tout ce qu'ils ont appris depuis la première année du primaire.

Pourtant ce lien existe mais il n'est pas au niveau du contenu enseigné. En effet, au-delà de la nouveauté des concepts, des outils et des résultats, il y a la manière de transmettre les savoirs mathématiques. Partant de ma propre expérience (sans prétendre qu'elle est la seule), je pense qu'il faut aborder cette question en tenant compte de différents niveaux. Le premier est purement technique et il nous renvoie, encore une fois, à l'Histoire de la discipline. Depuis au moins le III^e siècle av. J.C., les chercheurs en mathématiques et ceux qui ont enseigné leurs découvertes ne pouvaient pas éviter l'une des voies suivantes qui permettent d'aboutir à des résultats puis de les appliquer avec plus ou moins de succès : la « *démarche empirique* », la « *procédure algorithmique* » et la « *démonstration* » à travers ses différentes formes.

vérification. Elle est pratiquée depuis des milliers d'années, dans l'Égypte pharaonique, en Mésopotamie, en Chine, en Inde et en Grèce, avant de se diffuser, à travers les manuels, d'abord dans les foyers scientifiques des pays d'Islam puis dans ceux de l'Europe médiévale. Cette démarche, dite « *algorithmique* », est très présente dans les programmes actuels d'enseignement des mathématiques. Elle en est même une composante essentielle dans les modules d'apprentissage qui font appel à la calculatrice ou à l'ordinateur.

La dernière démarche est la plus récente des trois, même si elle a plus de deux mille ans. Contrairement aux autres méthodes, celle-ci repose sur des concepts préalablement définis (les axiomes, les postulats, les définitions, les hypothèses, la conclusion) et elle utilise la démonstration comme seul outil de validation des résultats. Cette démarche, qui, comme on l'a déjà dit, se présente sous différentes formes (analyse, synthèse, raisonnement par l'absurde, induction), est elle-même soumise à des règles précises. La démonstration est spécifique à la tradition mathématique grecque. Elle s'est développée pendant la longue phase hellénistique (III^e av. J.C.-I^e s. av. J.C.). Puis, à partir de la fin du VIII^e siècle, elle est devenue l'élément structurant des chapitres mathématiques les plus importants de l'activité scientifique arabe, c'est-à-dire la géométrie, l'algèbre et la trigonométrie. Elle est présente aussi dans les disciplines où les mathématiques sont des « *prestataires de service* », comme l'astronomie et la physique.

Avec la récupération partielle du corpus mathématique grec et arabe à travers les traductions latines et hébraïques, l'Europe a consolidé la place de la démonstration dans les pratiques mathématiques, tant au niveau de la recherche que de l'enseignement. Et, aujourd'hui plus qu'hier, on ne peut pas concevoir l'élaboration d'un nouveau savoir mathématique sans l'intervention de la démonstration (même si l'algorithmique y a une place importante). Pourtant, lorsqu'on parcourt les programmes d'enseignement de nombreux pays, on constate que les démarches « *hypothético-déductives* » qui caractérisent la démonstration sont de moins en moins présentes dans la formation des élèves. Et quand elles le sont, leur intervention est

relativement modeste, comparée à celle des procédures algorithmiques. Une des conséquences indirectes de cet état de fait semble être le retour d'une activité que nous n'avons jamais connue au cours de notre initiation aux mathématiques « *théoriques* », celle de l'apprentissage par « *la mémoire* ». En dehors des tables de multiplication et de quelques algorithmes arithmétiques, algébriques ou trigonométriques, le reste du savoir mathématique est acquis par l'exercice qui permet de se familiariser avec les différents types de problèmes et, surtout, avec les différentes manières de traiter une question et d'établir, rigoureusement, la validité des réponses cherchées.

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS LES MANUELS SCOLAIRES

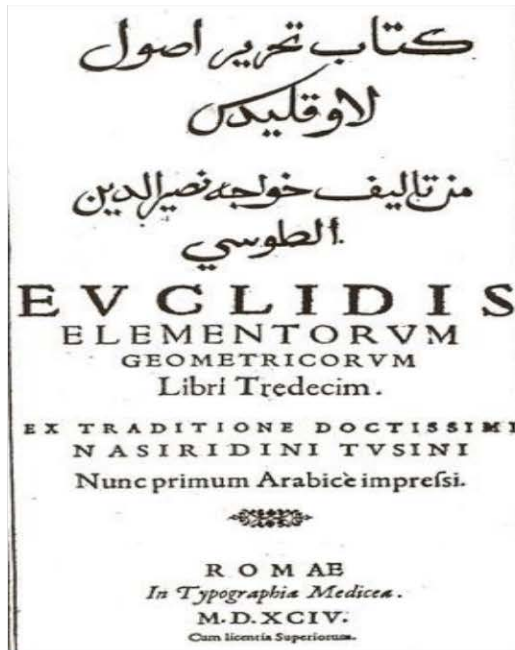
Personne n'a encore trouvé la « *solution miracle* » qui permettrait, au professeur de faire aimer les mathématiques à la majorité des élèves de sa classe et de combattre efficacement les appréhensions d'un grand nombre de parents vis-à-vis de cette discipline. Pas de solution définitive non plus pour faire assimiler des notions abstraites, des démarches déductives et des procédures de résolution. Et ce ne sont pas les « *produits clé en main* » importés, parfois à grand frais, et appliqués sans avoir été « *digérés* » puis « *adaptés* », qui sont la réponse aux différents déficits que l'on ne cesse d'observer dans l'apprentissage des mathématiques. Surtout lorsqu'on est en présence d'enseignants qui n'ont manifestement pas une maîtrise suffisante du contenu de leur enseignement. Dans l'autre cas de figure, celui de professeurs qualifiés (ce qui est plus courant aujourd'hui qu'il y a vingt ans, compte tenu des critères de recrutement), le recours à l'Histoire des mathématiques peut être bénéfique, à la fois pour l'enseignant et pour l'élève. En effet, et selon des modalités qui dépendent du thème traité, du niveau de l'auditoire et, surtout, de l'engagement du professeur, cette activité pourrait être un complément utile aux méthodes déjà en application. Le but visé par la généralisation de cette démarche est de rendre les mathématiques plus attractives, plus accessibles, plus enrichissantes et, pourquoi pas, plus utiles pour ceux qui la

subissent. Mais, pour rendre efficace l'utilisation de l'Histoire de cette discipline, il faut tenir compte de ses différents niveaux d'intervention : pédagogique, culturelle et ludique.

La dimension pédagogique

Pour bon nombre de professeurs et d'inspecteurs, l'une des difficultés de l'enseignement des mathématiques vient du caractère essentiellement abstrait de leur contenu. Pourtant cela ne correspond pas à ce que l'on connaît à la fois de l'Histoire de cette discipline et de la pratique des chercheurs qui ont contribué à son élaboration. On sait aujourd'hui que tous les concepts, les outils et les résultats, produits dans le cadre des activités mathématiques, ont eu, à des degrés divers, un lien avec des problèmes concrets dont la résolution a permis, graduellement, l'élaboration de théories, de disciplines ou de chapitres nouveaux. L'arithmétique des entiers et des fractions a été d'abord un instrument au service des transactions commerciales et à la répartition des héritages. Le calcul trigonométrique est né des besoins des astronomes. L'algèbre a pour origine des questions d'arpentage, etc.

Les éléments historiques peuvent donc être introduits à travers une démarche heuristique qui présente le thème, la méthode ou la technique du jour, en partant de ses origines et de ce qui a motivé l'élaboration de ses premières formes. C'est ce que l'on peut faire, par exemple, quand on enseigne le concept de nombre réel ou complexe, le procédé de résolution d'une équation, le calcul de l'aire d'une figure curviligne.



Couverture de l'édition de Rome (1594) d'un ouvrage arabe anonyme sur les « *Eléments* » d'Euclide.

Lorsqu'il s'agit de l'initiation à des démarches théoriques, il ne faut pas hésiter, là aussi, à revenir aux situations concrètes. A titre d'exemple, il est conseillé, chaque fois que cela est possible, de faire précéder la démarche « *synthétique* » (qui se pratique le plus souvent aujourd'hui) par un exemple, relativement simple, où cette démonstration est précédée par une « *analyse* » du problème ou par sa résolution d'une manière « *expérimentale* » qui permet de « *montrer* » la validité du résultat avant de le « *démontrer* ». L'Histoire offre de nombreux exemples où la démonstration rigoureuse d'un résultat passe par une « *visualisation* » du problème, comme le fait al-Khwârizmî (m. 850) pour justifier l'algorithme de résolution d'une équation du second degré. Parfois, c'est « *l'expérimentation* » qui est nécessaire comme le montre Archimède (m. 212 av. J.C.), dans sa détermination rigoureuse de l'aire d'une portion de parabole mais après avoir

trouvé, par une démarche purement physique, le rapport entre cette aire et celle du triangle isocèle inscrit dans la figure.

La dimension culturelle et ludique

Pendant longtemps, l'opinion dominante a considéré que l'on pouvait progresser dans la compréhension et l'assimilation d'un sujet mathématique sans être obligé d'en connaître la genèse, les différents développements de son contenu, les artisans de ce développement, sa relation avec des pratiques culturelles ou artistiques, c'est à dire ce qui constitue la dimension culturelle de la discipline. Cette conviction est confortée par le comportement d'une minorité d'élèves ou d'étudiants qui réussissent à assimiler et à utiliser des concepts et des outils très complexes sans avoir aucune information sur leurs auteurs ni aucune idée sur les conditions historiques de leur élaboration. Mais, l'enseignant a toujours été confronté à une majorité « *silencieuse* » et « *laborieuse* », celle qui donne l'impression de « *subir* » la discipline comme un châtiment ou, dans le meilleur des cas, comme une « *potion* » plus ou moins amère que l'on avale sans plaisir. Si la dimension pédagogique cible prioritairement la seconde catégorie d'élèves et d'étudiants, sa dimension culturelle s'adresse à tous. Son introduction aide à « *humaniser* » le contenu enseigné et à le rendre plus accessible. Elle permet aussi d'évoquer certains aspects de la discipline avec une démarche, un contenu et un discours nouveaux, directement accessible pour le plus grand nombre.

Les démarches ludiques ont un autre but : donner à l'élève l'envie d'apprendre et lui procurer du plaisir au cours de cet apprentissage. Dans cette optique, l'enseignement de la géométrie permet aux élèves de collège des incursions dans certaines pratiques artistiques. Il y a d'abord la calligraphie qui fait intervenir la notion de « *proportionnalité* » des grandeurs. Il y a les « *pavages* » qui permettent de décorer les murs à l'aide de figures planes, appelées aujourd'hui « *arabesques* ». C'est une occasion pour l'élève de concevoir des modules élémentaires puis de les reproduire en les soumettant à des « *transformations* » géométriques (comme la symétrie, la translation et la rotation), afin d'obtenir un recouvrement complet du plan. Il y a enfin les

« *muqarnas* », des décorations murales à trois dimensions qui s'obtiennent à partir de quelques motifs élémentaires.

Dans le domaine de l'arithmétique et du calcul, la recherche de ces dernières décennies a permis d'exhumer un chapitre entier consacré aux problèmes « *distrayants* » qui sont des exercices mathématiques ayant l'apparence d'énigmes ou de jeux de société. On y trouve la recherche d'un nombre dissimulé par un membre de l'assistance ou bien celle d'un nom d'une personne présente ou bien encore la découverte du doigt d'une main qui porte une bague, etc.



Page du poème « *La perle blanche* » d'Al-Akhdari (m. 1575), de Biskra, sur les mathématiques des héritages.

Certains de ces problèmes ont appartenu à différents héritages (indien, chinois, grec). Un grand nombre d'entre eux a été produit dans le cadre de la civilisation de l'Islam. L'analyse de leur

contenu montre qu'il s'agit d'excellents exercices pour le développement du calcul mental et pour la connaissance des propriétés des nombres entiers.

Il n'y a pas de chapitre semblable pour la géométrie mais un certain nombre de problèmes de construction peuvent alimenter des activités mathématiques à caractère ludique. C'est le cas, par exemple, des différents procédés permettant d'établir le théorème de Pythagore, exposés par Nasîr al-Dîn al-Tûsî au XIII^e et, surtout, les constructions de figures d'Abû l-Wafâ (m. 997), utilisant la règle et le compas ou la technique du découpage et du collage. Ces exercices très variés permettent, à travers des activités souvent manuelles, de développer le sens de l'initiative individuelle dans la recherche de solution, d'appréhender un problème mathématique par une démarche nouvelle et de découvrir certaines propriétés avant de les établir rigoureusement par la démonstration.

EN GUISE DE CONCLUSION

Les éléments de cette courte étude s'adressent, au premier chef, aux inspecteurs et aux enseignants qui auront à concevoir et à mettre en pratique de nouveaux outils pédagogiques au service d'un apprentissage plus vivant des mathématiques.

Les premiers pourraient suggérer, dans les formations qu'ils animent, de nouvelles orientations pédagogiques et des réflexions tirés de l'Histoire de la discipline.

Les seconds pourraient enrichir leur enseignement par l'évocation de l'aspect historique du sujet enseigné et par des activités « *périscolaires* », comme la réalisation, par les élèves, de petites expositions illustrant quelques thèmes du programme de l'année. Ils pourraient également prolonger un cours par une petite « *recherche* » autour d'un problème donné, comme l'utilisation de l'astrolabe et du théorème de Thalès pour résoudre un problème d'arpentage.

Nos remarques s'adressent aussi aux auteurs de manuels. Ces derniers disposent aujourd'hui d'une véritable bibliothèque imprimée ou numérisée qui leur permet de concevoir de nouveaux ouvrages dans lesquels les cours proprement dits seraient accompagnés de notes historiques, d'encadrés biographiques, de fiches proposant des problèmes anciens (liés au programme), résolus à Alexandrie, à Bagdad, à Marrakech ou à Bejaïa.