

Prédiction des Paramètres de la Balistique Interne d'un Moteur Fusée à Propergols Liquides

A. Benarous⁽¹⁾ A. Liazi⁽²⁾ M. Bencherif⁽²⁾

(1) Département de Mécanique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, BP 151, Chlef 02000,
a_benarous@netcourrier.com

(2) Laboratoire de Recherche en Technologie de l'Environnement (LTE), ENSET, BP 1523 El manouer
31000, Oran.

Tel/Fax : (0) 41 41 69 16

Reçu le : 12/09/2005

Accepté le : 11/04/2007

Résumé: Le présent travail décrit une approche thermochimique pour le calcul des performances énergétiques des propergols liquides à partir d'une évaluation de la température de flamme adiabatique et de la composition du mélange brûlé dont les produits sont supposés en équilibre chimique, suivi d'une détente isentropique avec composition figée.

Abstract: The present paper describes a thermochemical approach to calculate energetic performances of liquid propellant through an evaluation of the adiabatic flame temperature and the composition of the burnt mixture under chemical equilibrium assumption and a frozen expansion case.

Mots clés : propergols liquides, performances théoriques, détente figée, équilibre chimique

1. Introduction

La propulsion qui utilise l'énergie dégagée par une réaction de combustion, demeure le moyen le plus utilisé et le plus maîtrisable dans le domaine des lanceurs [1].

Les substances qui offrent les performances les plus élevées sont des couples de réactifs cryogéniques, injectés dans la plupart des cas dans les foyers sous forme liquide. Après pulvérisation et vaporisation, ils diffusent vers le front de flamme, siège de toutes les réactions d'oxydo-réduction et de dissociation.

La composition chimique du mélange brûlé est calculée selon la loi de Gibbs qui traduit le principe de minimisation de l'énergie libre. Les conditions de pression et de température à la sortie du foyer seront confondues avec les valeurs génératrices.

Les performances énergétiques désignent les caractéristiques de l'écoulement de détente supposé unidimensionnel et laminaire, évaluées au niveau de l'aire d'éjection de la tuyère.

2. Thermochimie de la combustion

L'hypothèse d'une combustion quasi-adiabatique, complète et sensiblement isobare avec un régime de flammes laminaire sera adoptée.

Le rapport de mélange désigne les proportions des débits du comburant au combustible (o/f) lors de l'injection:

$$rm = \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_f} \quad (1)$$

Dans les applications réelles de la combustion, les conditions d'injection ne sont pas nécessairement celles correspondant à la stoechiométrie, et se caractérisent par un excès de comburant ou de combustible, la composition du mélange réactionnel s'exprime par la richesse:

$$\phi = \frac{rm}{rm_s} \quad (2)$$

Les conditions d'injection étant connues, l'enthalpie de chaque réactif peut être évaluée par:

$$H_{(f,ox)} = Q_{(f,ox)}^0 + H_{inj(f,ox)}$$

$$H_{inj(f,ox)} = - \left[\int_{T_{inj}}^{T_y} Cp dT + L_v + \int_{T_v}^{T^0} Cp(T) dT \right]_{(f,ox)}$$

L'enthalpie mise en jeu lors de l'étape de vaporisation de l'ergol est souvent négligée devant sa chaleur latente de vaporisation, et le signe moins (-)



est spécifique aux couples cryogéniques, dont la température d'injection est inférieure à la température de référence T^0 . L'enthalpie du mélange frais peut donc être exprimée en fonction du rapport de mélange utilisé:

$$H_u = \frac{H_f + rm H_{ox}}{1 + rm} \quad (2)$$

Compte tenu de l'hypothèse adoptée, le premier principe de la thermodynamique s'écrit:

$$dH = \frac{dP}{\rho} + dQ = 0 \quad (3)$$

Il y a donc conservation de l'enthalpie entre les états frais et brûlé (fin de combustion) du mélange.

L'enthalpie des produits de combustion est calculée une fois que la composition chimique est connue:

$$H_b(T) = \sum_{i=1}^n X_i \left(Q^{\circ} + \int_{T^0}^T C_p(T) dT \right)_i \quad (4)$$

La température de fin de combustion adiabatique T_b est celle pour laquelle l'égalité (5) est vérifiée:

$$H_u = H_b(T) = \sum X_i H_i^G(T) \quad (5)$$

où:

$H_i^G(T)$ est l'enthalpie de l'espèce chimique, donnée par le polynôme de Gordon [2], associant la chaleur de formation et la variation entre l'état de référence et l'état considéré.

Les produits de combustion sont supposés gazeux, en équilibre chimique et thermodynamique à la température T_b et à la pression de combustion P_b . Leur nature est fonction du mécanisme réactionnel adopté.

Sous l'effet de température et de pression élevées, les espèces chimiques qui existent dans la zone thermique de la flamme ($T_{mj} < T < T_b$) "dites espèces de base" commencent à se dissocier donnant lieu à des molécules non saturées "dites espèces de dissociation" qui ont pour effet de diminuer la température de fin de combustion. Le mélange brûlé étant supposé parfait, sa composition sera calculée en minimisant son enthalpie libre.

L'énergie libre du mélange gazeux est donnée par:

$$G(X_i, T, P) = \sum_{i=1}^n X_i(T) \cdot \mu_i(T, P) \quad (6)$$

Le potentiel chimique de chaque espèce est donné par [12]:

$$\mu_i(T, P) = G_i^0(T) + RT \ln(P_b) + RT \ln \frac{X_i}{\sum_{i=1}^n X_i} \quad (7)$$

Le calcul de la composition à l'équilibre nécessite au moins deux variables d'état, la pression et la température, la loi de conservation de l'espèce chimique permet d'aboutir à un système d'équations linéaires:

$$d_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot X_i, \quad j = \overline{1, l} \quad (8)$$

Le système (8) nécessite une fermeture puisque le nombre d'inconnues (n) est supérieur au nombre d'équations (l), pour cela et sous l'hypothèse d'une chimie infiniment rapide, permettant d'assurer un équilibre chimique au stade moléculaire, la minimisation de l'énergie libre de Gibbs du mélange, par rapport à la composition recherchée, à température et pression constante s'écrit [12]:

$$-\sum_{i=1}^n X_i^k \cdot \mu_i^k = 0 \quad k = \overline{1, n-l} \quad (9)$$

Le système global composé par (8) et (9) est bien posé, il est résolu par une méthode matricielle développée par Olivier Heuzé [3].

3. La détente

L'écoulement de détente unidimensionnel dans la tuyère est isentropique et censé se produire sans décollement avec une pression d'éjection égale à la pression atmosphérique (tuyère adaptée au niveau de la mer).

Pour la plupart des propergols liquides, les temps caractéristiques des équilibres chimiques sont largement supérieurs au temps de séjour moyen des gaz, de façon que la composition chimique reste inchangée lors de la détente qui est qualifiée de figée.

Les produits de combustion forment un mélange de gaz qui peut être considéré comme un gaz parfait. La chaleur spécifique, la masse moléculaire et le coefficient isentropique, peuvent être déterminés à partir de la composition chimique. Il est souvent utile de calculer la masse molaire moyenne du mélange par:

$$\overline{M} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{X_T} M_i \quad (10)$$

La constante du gaz du mélange est déduite aisément:

$$r = \frac{R}{\overline{M}} \quad (11)$$

Le coefficient isentropique du mélange $\overline{\Gamma}$ est calculé à l'aide de la loi de Mayer:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{X_T} C p_i(T)}{\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{X_T} C p_i(T) - r} \quad (12)$$

Les caractéristiques de l'écoulement de détente peuvent être calculées à partir des lois de conservation de masse, d'énergie auxquelles seront associées les équations d'état du mélange et de l'isentropie. En un point de la tuyère de température locale T , la pression P se calcule à l'aide de l'équation de l'isentropie, la vitesse à l'aide de l'équation d'énergie et la section à l'aide de l'équation de continuité.

En confondant les conditions génératrices avec celles en sortie de la chambre de combustion, l'équation de l'énergie s'écrit :

$$dH + VdV = 0 \quad (13)$$

Une intégration de cette équation, entre l'état générateur (T_b, P_b) et les conditions à l'éjection (P_{ej}, T_{ej}), et en utilisant l'équation d'état du mélange l'expression de la vitesse d'éjection (directement liée à la poussée) s'écrit :

$$V_{ej} = \sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}}{\bar{\Gamma}-1} \frac{R}{M} T_b} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\delta \bar{\Gamma}}} \quad (14)$$

$\delta = \frac{P_b}{P_{ej}}$ est le rapport de détente, dans lequel la

pression à l'éjection est prise égale à la pression atmosphérique au niveau de la mer.

La connaissance de la pression à l'éjection permet, en utilisant l'équation d'état du mélange, de calculer la température statique et de déduire le nombre de Mach à l'éjection :

$$Mach_{ej} = \sqrt{\frac{2}{\bar{\Gamma}-1} \left[\frac{\bar{\Gamma}-1}{\delta \bar{\Gamma}} \right]} \quad (15)$$

Le débit massique au niveau de la tuyère est fonction uniquement de la nature du mélange gazeux, de la température de fin de combustion et de la section au col de la tuyère. Le coefficient de débit, caractéristique de la tuyère s'exprime par le rapport :

$$Cd = \frac{\dot{m}}{P_b A_t} = \Psi(\bar{\Gamma}) \cdot \sqrt{\frac{\bar{\Gamma}}{r T_b}} \quad (16)$$

A_t désigne la section au col avec :

$$\Psi(\bar{\Gamma}) = \left[\frac{2}{\bar{\Gamma}+1} \right]^{\frac{\bar{\Gamma}+1}{2(\bar{\Gamma}-1)}} \quad (17)$$

Le coefficient de débit ayant la dimension de l'inverse d'une vitesse, c'est la vitesse caractéristique (nommée $Cstar$), qui est pratiquement utilisée :

$$Cstar = \frac{1}{Cd} \quad (18)$$

Connaissant le débit et la vitesse d'éjection, la poussée à l'adaptation peut être évaluée par rapport au produit de la pression de combustion par la section au col, par le biais d'un paramètre sans dimensions appelé coefficient de poussée :

$$CF = \sqrt{\frac{2\bar{\Gamma}^2}{\bar{\Gamma}-1} \left(\frac{2}{\bar{\Gamma}+1} \right)^{\frac{\bar{\Gamma}+1}{\bar{\Gamma}-1}} \left(1 - \frac{1}{\delta \bar{\Gamma}} \right)} \quad (19)$$

Celui-ci caractérise le propergol lorsque la tuyère est adaptée.

Le rapport de la poussée au débit poids du propergol passant à travers la tuyère, peut être évalué en utilisant les coefficients Cd , CF calculés en (16) et (19), de façon que l'impulsion spécifique (mesurée en secondes) s'écrit :

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m} \cdot g_0} = \frac{CF * Cstar}{g_0} \quad (20)$$

Lorsque la poussée et le débit sont stationnaires, I_{sp} désigne l'impulsion que peut fournir l'unité de poids du propergol, directement lié à la charge utile [9], c'est une caractéristique *fortement* utilisée pour choisir un propergol plutôt qu'un autre. Son inverse, appelé consommation spécifique, est beaucoup plus utilisé en pratique [1]. Il exprime la consommation du propergol par unité de poussée mesurée en tonnes :

$$Csp = \frac{1000}{I_{sp}} \quad (21)$$

4. Application

Plus énergétique et moins sensible aux instabilités de combustion, le couple cryogénique LH_2/LO_2 est largement utilisé sur les lanceurs civils [5]. Les conditions d'injection et de dosage seront prises égales à celles utilisées sur le moteur Vulcain [11], tableau (1). Le mécanisme réactionnel réduit du propergol riche en hydrogène ($\phi = 1.98$), comportera quatre (04) réactions de dissociation et

le mélange brûlé se composera de six (06) produits de combustion (H_2O , H_2 , O_2 , OH , H , O) [6].

Le programme de calcul des performances développé, utilise les conditions à l'injection et le principe de conservation de l'enthalpie entre les états frais et brûlé du mélange pour déterminer la température de fin de combustion. T_b par la technique de la sécante [7]. Ce programme s'appuie sur une approche algébrique basée sur la décomposition en matrices [3] des produits de base et de dissociation pour résoudre le système d'équations non linéaires (équations 8, 9) par une technique itérative sur-relaxée. Les performances calculées sont communiquées automatiquement à un programme graphique, tableau (2), qui permet d'afficher simultanément les données et les résultats obtenus.

5. Résultats et discussions

Les performances théoriques obtenues dans le cas de la détente figée de l'application décrite plus haut, sont très proches, tableau. (3) de celles évaluées par simulation numérique pour une détente en équilibre, ce qui justifie l'hypothèse avancée sur le temps de séjour moyen des gaz. Technologiquement, le contrôle des paramètres de la balistique interne d'un propulseur à propergols liquides, s'appuie essentiellement sur la régulation du rapport de mélange à l'injection [8]; l'examen de la courbe de la figure 1, obtenue pour les mêmes conditions thermodynamiques du tableau 1, et par variation du rapport de mélange, montre que le dosage stœchiométrique correspondant au pic de la température de fin de combustion (3590 K), se situe sur l'intervalle [7.0 , 8.0], aussi, l'impulsion spécifique atteint sa valeur maximale (293.29 s) au niveau de l'intervalle [4.0 , 5.0], tandis que la vitesse d'éjection en sortie de tuyère (exprimée par.

le rapport $\frac{T_b}{M}$) n'est extrême qu'aux alentours de

$$rm = 3.5$$

A cause de la masse importante au décollage, une priorité est souvent donnée à la poussée, ce qui nécessite une vitesse d'éjection élevée, et par conséquent, un fonctionnement selon un dosage proche de la valeur citée ci-dessus.

L'augmentation de la pression de combustion a pour effet (figure2) d'améliorer nettement la valeur de l'impulsion spécifique sans trop affecter l'allure de la vitesse d'éjection, mais les limitations dues à la tenue mécanique des parois des chambres de combustion [8] et les difficultés technologiques induites par les régimes élevés des turbopompes d'alimentation [9], font que cette solution n'est utilisée qu'aux stades des essais [11], la pression de fonctionnement du foyer est beaucoup plus dictée par le dimensionnement des systèmes d'injection, que par les paramètres

6. Conclusion - perspectives

Un programme de calcul des performances théoriques des propergols liquides à été développé, bien qu'il est basé sur des hypothèses simplificatrices lors de la détente, à savoir une configuration unidimensionnelle, un régime laminaire et une détente isentropique avec absence d'ondes de choc dans le divergent, les paramètres calculés sont relativement voisines de celles publiées dans la littérature [10] ou évaluées par des codes de calcul [6].

Les données relatives à l'injection des réactifs dans le foyer (T_{inj}, ϕ, P_b) sont suffisantes pour entamer un calcul complet (combustion, détente) des caractéristiques énergétiques de n'importe quel couple d'ergols liquides.

	Combustible H2	Comburant O2
Etat	Liquide	Liquide
Température d'injection (°K)	20.40	90.16
Pression de combustion (Atm)	70	

Tableau 1 : Conditions Thermodynamiques à l'entrée du foyer



PERFORMANCES THEORIQUES				19 9 2004
RELANGE BRULE				22 12 32
PHASES=Gaz				LH2/LO2
ESPECES BASES				COMBUSTIBLE
ESPECES DISSOCIATION				FORMULE BRUTE
TEMP FLAMME ADIABATIQUE				MASSE_MOLAIRE (g)
COMPOSITION				ETAT
				TEMP INJECTION (K°)
				H FORMATION (KCAL/MOL)
				COMBURANT
				FORMULE BRUTE
				MASSE_MOLAIRE (g)
				ETAT
				TEMP INJECTION
				H FORMATION (KCAL/MOL)
				PRESS COMBUSTION (ATM)
				RM STOCHIO
				RM UTIL
				RICHESSE
				DETENTE=FIGEE
				ECOULEMENT=1D
				TUYERE=ADPT

Tableau2 : Résultats affichés par le programme graphique.

Performances	Détente figée	Détente en équilibre [6]	Expérimentation [11]
Isp (s)	390.64	411.91	391.01
Ve (m/s)	3832	3820.04	-----
Tb (K°)	2965	2946.12	2724
M (g/mole)	9.91	10.02	-----

Tableau 3 : Performances obtenues pour diverses configurations.

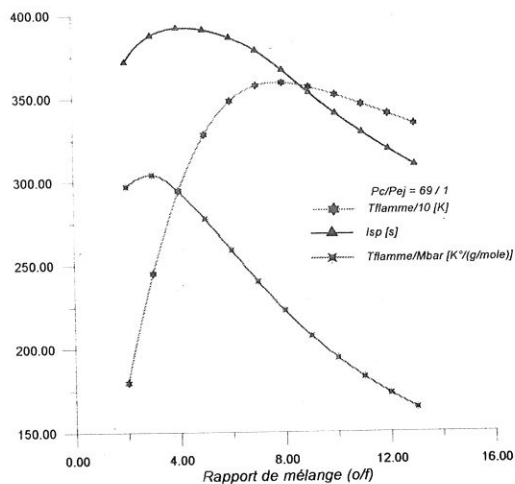


Figure 1: Effet du Rapport de Mélange sur les Principaux Paramètres de la Balistique Interne.

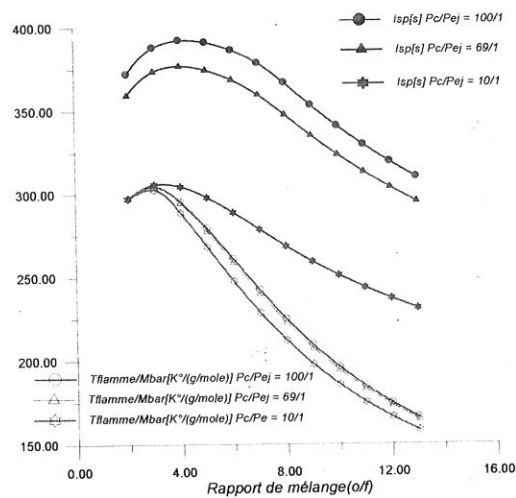


Figure 2 : Influence de la pression de combustion sur la vitesse d'éjection et l'impulsion spécifique

**Références bibliographiques**

- [1] Barrere M., Problèmes Energétiques de la Propulsion : Généralités sur la Propulsion par Fusées. Tome I, ENSAE, Toulouse, (1972).
- [2] Gordon S., Mc Bride B., Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications (CEA), User Manual and Program Description, NASA Reference Publication 1311; Ohio: (1994).
- [3] Heuzé O., Presles H.N., Bauer P., Computation of Complex Chemical Equilibria, J. Chem. Physics, Vol 83 pp.4734-4737, (1985).
- [4] Hill P.G., Peterson C.R., Mechanics and Thermodynamics of Propulsion, Addison-Wesley Publishing Company; New York; (1992).
- [5] Marty D., Conception des Véhicules Spatiaux ; Editions Massons ; Paris ; (1986).
- [6] Gordon S., Mc Bride B., Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications (CEA), The Software Package, NASA Reference Publication 1311; Ohio; (1996).
- [7] Burden R., Faires J.D., Numerical Analysis; Wiley Interscience Publishing; London; (1988).
- [8] Barthélémy A., Modélisation de la Combustion dans les Chambres de Statoréacteurs, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Paris, p.103, 2002.
- [9] Sutton G.P., Rocket Propulsion Elements : An Introduction to the Engineering of Rockets; Wiley Interscience Publishing; London; (1986).
- [10] Boisseau J., Calcul des Performances Théoriques des Propergols, Rapport N° 111 de la SNPE ; p.105 ; (1985).
- [11] Haidn O.J., Habiballah M., Research on High Pressure Cryogenic Combustion; Aerospace Science and Technology. Vol.7, pp.473-491, (2003).
- [12] Abbot M.H., Hendrick C., Van Ness D., Théorie et Applications de la Thermodynamique; Editions Mc Graw-Hill; Paris; (1978).

Symbole et Désignation

- A Section droite
- a Coefficient stœchiométrique
- $\bar{C}_p$ Chaleur massique moyenne de l'ergol liquide.
- C_p Capacité calorifique à pression constante .
- Cd Coefficient de débit de la tuyère.
- Cstar Vitesse caractéristique.
- Cf Coefficient de poussée.

- Csp Consommation spécifique.
- d Nombre d'atomes grammes dans la formule brute chimique.
- F Poussée du propulseur.
- G Enthalpie libre de Gibbs.
- g Accélération de la pesanteur.
- H Enthalpie .
- Isp Impulsion spécifique.
- L Chaleur latente de changement de phase.
- l Nombre d'espèces atomiques.
- $\dot{m}$ Débit massique.
- M Masse molaire.
- $\bar{M}$ Masse molaire moyenne du mélange.
- Mach Le nombre de Mach.
- n Nombre de produits de combustion.
- P Pression.
- Q Chaleur de réaction.
- rm Rapport de mélange.
- R Constante molaire des gaz parfaits.
- r Constante massique du mélange brûlé.
- V Vitesse. []
- X Nombre de moles. []

Lettres grecques :

- δ Taux de détente de la tuyère.
- $\bar{\Gamma}$ Coefficient isentropique du mélange brûlé.
- μ Potentiel chimique d'une espèce.
- ϕ Richesse du mélange frais.
- Ψ Fonction thermodynamique du mélange.
- ρ Masse molaire.

Indices :

- b État brûlé
- ej Éjection
- f Combustible (fuel)
- inj Injection
- ox Comburant (oxydant)
- s Valeur stœchiométrique
- t Valeur totale
- u État frais
- v Vaporisation

Exposants:

- 0 Etat thermodynamique standard
- k Numéro de la réaction de dissociation