

FACTEURS INFLUENÇANTS LES RESULTATS LORS DE LA SIMULATION NUMERIQUE DES ESSAIS DE TRACTION

L. Fatmi.^[1], J.-M. Berthelot.^[2]

[1] Laboratoire de Mécanique et Structures, Université de Guelma, Algérie.

Tel : 213 37 20 02 63, Fax : 213 37 20 87 58 / 213 37 20 72 68.

[2] Institut d'Acoustique et de Mécanique, Groupe Composites et Structures Mécanique, Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans cedex 9, France. Tel : 33 2 43 83 34 56, Fax : 33 2 43 83 31 49.

Résumé

Pour les essais de traction, la première rupture correspond à une contrainte moyenne mesurée égale à la borne inférieure $\sigma_{\min}$ de la distribution des contraintes dans l'éprouvette. Dans le cas d'un endommagement diffus, après une première rupture, la rigidité de l'éprouvette décroît progressivement. Cette décroissance se poursuit jusqu'à la progression localisée de l'endommagement. Dans le cas d'un endommagement localisé, la contrainte à la rupture mesurée sur les courbes charges déplacements correspond à la valeur la plus faible des contraintes à la rupture des hétérogénéités. Les valeurs relevées sur les courbes charges déplacements des contraintes à la rupture varient de $\sigma_{\min}$ à $1,4 \sigma_{\min}$ suivant les conditions (répartition des contraintes à la rupture, échelles des éprouvettes).

Abstract

For tensile tests, the results obtained show that the first damage corresponds to an average stress equal to the lower limit of stress distribution in the sample. In the case of diffuse damage after initial fracture, the stiffness of the test specimen decreases progressively. In the case of localized damage, the strength measured on the load-displacement curves corresponds to the smallest value $\sigma_{\min}$, of the distribution of the fracture stress of heterogeneous materials. This values of fracture stress measured on the load displacement curves strain vary from $\sigma_{\min}$ to $1,4 \sigma_{\min}$, according to the conditions (distribution of fracture stress in the materials, scale of the test specimens).

Mots clés

Endommagement, résistances locales, matériaux hétérogènes, modélisation, rupture, propagation de la rupture.

1. Introduction

Ce travail est le résultat d'une collaboration entre le Laboratoire de Mécanique Productique et Matériaux et le Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, sur l'analyse de l'endommagement du béton par émission acoustique [1, 2, 3]. Divers essais ont été considérés (essais de traction, essais de flexion 3-points, essais "CT" compact tension) et adaptés à cette analyse. Seuls les résultats correspondant à la simulation des essais de traction statique seront présentés dans ce papier. L'ensemble des résultats obtenus a permis de mettre en évidence diverses phases de comportement mécanique à l'échelle des éprouvettes : un comportement linéaire pour les faibles charges, puis lorsque la charge augmente un endommagement diffus associés à une rigidité décroissante de l'éprouvette, suivi d'un endommagement localisé conduisant à la rupture de l'éprouvette. Par ailleurs les résultats obtenus font apparaître que les phénomènes d'initiation et de propagation de l'endommagement sont fortement influencés par la répartition statistique des hétérogénéités du béton étudié. Parallèlement à ces travaux, nous avons mis au point des moyens d'analyse de structures par éléments finis. La méthode des éléments finis est l'outil usuel d'analyse du comportement mécanique des structures : analyse dans le domaine élastique des structures complexe, analyse du comportement élasto-plastique déduit du comportement local des matériaux, analyse de l'endommagement par modélisation de la fissure à l'aide des éléments situés à la surface de contact des éléments ayant servis à la discrétisation de la structure [4], ou par modélisation stochastique de l'endommagement [5].

2. Problème posé

Considérons une structure en élément finis (i), soumise aux conditions aux limites suivantes : encastrement d'un côté et chargement en force ou déplacement imposé de l'autre côté (figure 1). A chaque élément (i) est attribué une résistance locale aléatoire $\sigma_u(i)$. Le calcul de la

structure, sous l'une des deux conditions aux limites, donne les champs de contraintes $\sigma(i)$ et de déformations $\epsilon(i)$. La localisation de l'élément le plus sollicité de la structure est déterminée par la recherche du maximum de $\sigma(i)_x / \sigma_u(i)_x$, $\sigma(i)_y / \sigma_u(i)_y$ ou de $\sigma(i)_{xy} / \sigma_u(i)_{xy}$ et donc de la direction de rupture x , y ou xy de l'élément (i) . On modifie ces caractéristiques mécaniques locales et on recalcule la structure de nouveau. Ce processus continu jusqu'à la rupture finale de l'éprouvette. Le comportement global de la structure peut être décrit par le tracé de la courbe enveloppe des différents points obtenus au cours du calcul de la structure selon l'un des deux schémas (figure 2).

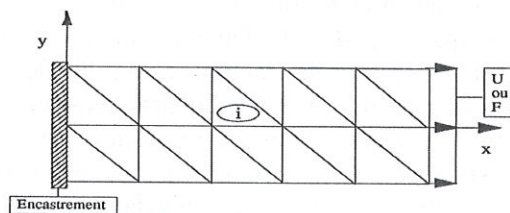
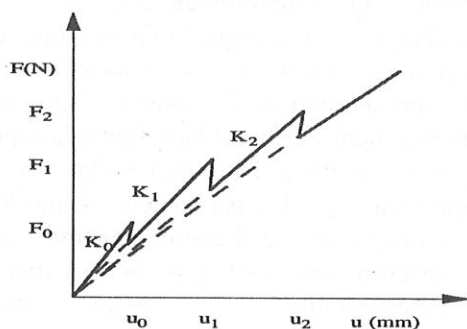
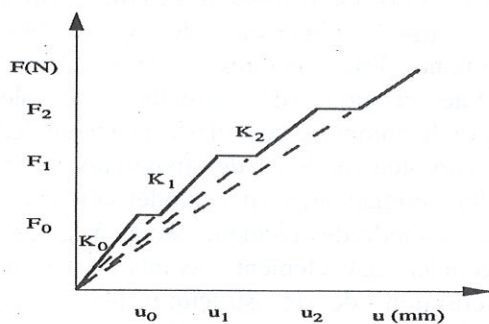


Figure 1 - Structure et conditions aux limites



a - Déplacements imposés



b - Forces imposées

Figure 2 - Modèles de comportements

3. Discrétisation de la structure

Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes limités à traiter le problème à deux dimensions et à étudier la faisabilité de la méthode. Des éléments 2D de types triangle à trois nœuds

(trim3) ont été utilisés pour la discrétisation de la structure.

4. Caractéristiques élastiques du matériau

Dans un schéma élastique à deux dimensions (1, 2) le comportement élastique d'un matériau relie les contraintes σ_{11} , σ_{22} et σ_{12} aux déformations ϵ_{11} , ϵ_{22} et ϵ_{12} . Dans le cas où le matériau est isotrope, le comportement élastique du matériau est caractérisé par son module d'Young (E) et par son coefficient de Poisson (ν). Pour un état de contraintes planes, la relation contraintes-déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

5. Modélisation de l'hétérogénéité du matériau

Pour tenir compte de l'existence des microfissures des porosités et des hétérogénéités des constituants du matériau (nature, formes et répartition ...etc.), nous avons considéré que la contrainte à la rupture, selon les axes principaux σ_{11u} , σ_{22u} et σ_{12u} de chaque élément, est répartie d'une manière statistique entre deux valeurs limites $\sigma_{\min}$ et $\sigma_{\max}$.

6. Modes d'endommagement

Trois modes de ruptures ont été considérés : rupture longitudinale, rupture transversale et rupture par cisaillement. La rupture longitudinale d'un élément se produit lorsque la contrainte moyenne de l'élément σ_{11} atteint la contrainte à la rupture σ_{11u} . Après rupture, l'élément ne peut transmettre les contraintes longitudinales et le comportement de l'élément se réduit dans le cas d'un schéma de contraintes planes, à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

La rupture transversale se produit lorsque la contrainte moyenne de l'élément σ_{22} atteint la contrainte à la rupture σ_{22u} de l'élément. Après rupture, l'élément ne peut transmettre les contraintes transversales et le comportement de l'élément se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

La rupture en cisaillement d'un élément se produit lorsque la contrainte moyenne de l'élément σ_{12} atteint la contrainte à la rupture σ_{12u} de l'élément. Après rupture, l'élément ne peut plus transmettre ni contrainte longitudinales, ni contraintes transversales. La matrice de rigidité de l'élément est réduite à zéro.

7. Résolution numérique du problème

Avant modification locale de la matrice de rigidité, la relation matrice de chargement F en fonction de la matrice des déplacements U s'écrit sous la forme :

$$F = K U \quad (4)$$

Où K est la matrice de rigidité globale de la structure.

Soit dK une variation de K provoquant une variation dU de U , sans que F soit affectée. Il vient :

$$(K + dK)(U + dU) = F \quad (5)$$

Le développement de (5) conduit à :

$$K U + K dU + dK U + dK dU = F \quad (6)$$

En retranchant (4) de (6) on a :

$$K dU + dK U + dK dU = 0 \quad (7)$$

d'où

$$K dU = -dK (U + dU) \quad (8)$$

L'expression (8) est analogue à (4) avec K connue, dK connue, U connue et dU inconnue. Elle est résolue par une méthode itérative avec un critère d'arrêt des itérations de la forme :

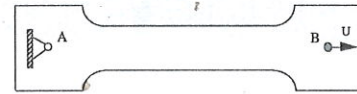
$$\frac{\|dU_{n+1} - dU_n\|}{\|dU_n\|} \leq \varepsilon \quad (9)$$

avec n et $n + 1$ numéros de deux itérations successives, et ε un critère de précision.

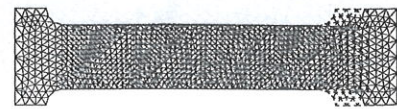
8. Simulation des essais de traction

La simulation des essais de traction est réalisée sur des éprouvettes de dimensions $160 \times 40 \times 10 \text{ cm}^3$. Les constantes élastiques C_{ij} sont calculées à partir des caractéristiques mécaniques du béton [4] : $E = 33,3 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,2$. L'éprouvette est soumise à des conditions aux limites dites mors rotules imposant un déplacement nul au point A de l'une des deux extrémités et un déplacement donné au point B sur l'autre extrémité. Par ailleurs un degré de liberté en rotation dans le plan de l'éprouvette est possible aux points A et B. Enfin, les mors ont été matérialisés en introduisant à leurs niveaux un matériau de rigidité différente. La figure 3 illustre les conditions aux limites et la déformée de la

structure après chargement. Les éprouvettes sont discrétisées en éléments triangulaires à trois nœuds. L'étude est menée avec trois intervalles de contraintes à la rupture : $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}] = [0,5 ; 3,5 \text{ MPa}]$, $[0,75 ; 3,5 \text{ MPa}]$ et $[1,0 ; 3,5 \text{ MPa}]$, afin d'étudier l'influence de l'intervalle $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$, la distribution des résistances locales sur le type d'endommagement obtenu et le comportement mécanique de l'éprouvette, suivie par l'effet d'échelle.



a - Conditions aux limites



b - Déformée de la structure

Figure 3- Conditions aux limites et déformée de la structure

8.1 Influence de l'écart $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$

8.1.1 Sur les cartes d'endommagements

Les cartographies des éléments endommagés sont reportées sur la figure 4 pour les trois intervalles étudiés. Ces résultats montrent que plus l'intervalle $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ est important plus l'endommagement est diffus. La diminution de l'intervalle $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ (cas de la deuxième et troisième distribution) conduit à une progression de plus en plus localisée de la rupture, avec une création d'une ou de plusieurs macrofissures provoquant la ruine de l'éprouvette. Ces résultats s'expliquent aisément par le fait que dans le cas d'un intervalle $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ élevé un élément de faible valeur de contrainte à la rupture a une probabilité élevée d'être entouré d'éléments ayant des contraintes à la rupture élevées, conduisant à une localisation de l'endommagement. Cette tendance diminue lorsque l'intervalle $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ diminue, favorisant de plus en plus une progression localisée de la rupture.

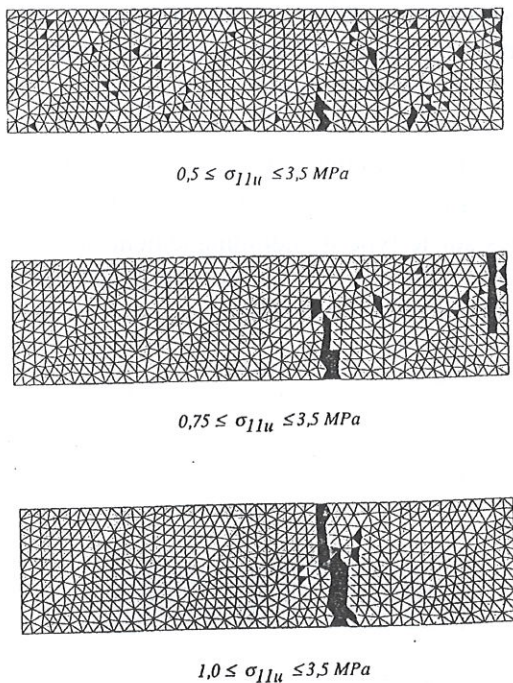


Figure 4 - Influence de l'écart $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ sur la cartographie des éléments endommagés

8.1.2 Sur les courbes de comportement mécanique de l'éprouvette

Les courbes de comportement mécanique charges déplacements sont reportées sur la figure 5 pour les trois intervalles étudiés. Le type de courbe obtenu est évidemment lié au type d'endommagement observé (figure 4). Dans les trois cas, la première rupture correspond à la plus faible contrainte de distribution (0,5 MPa pour la distribution 1 ; 0,75 MPa pour la distribution 2 et 1,0 MPa pour la distribution 3). Par contre un endommagement diffus a une contrainte à la rupture mesurée sur la courbe charges déplacements tributaire de la distribution des contraintes dans l'éprouvette. Dans le cas d'un intervalle élevé des contraintes à la rupture (distribution 1), l'endommagement diffus est associé à une diminution progressive de la rigidité de l'éprouvette. A l'opposé un intervalle réduit des contraintes à la rupture conduit dès la première rupture à une chute de la charge associée à la progression d'une macrofissure dans l'éprouvette, progression limitée ensuite lorsque la macrofissure rencontre des éléments de contraintes plus élevées. La distribution 2 correspond à un schéma intermédiaire où l'on observe une première chute de la charge associée à une progression localisée de l'endommagement,

suivie, après blocage de cette progression, par une deuxième chute de la charge associée à la progression d'une deuxième macrofissure.

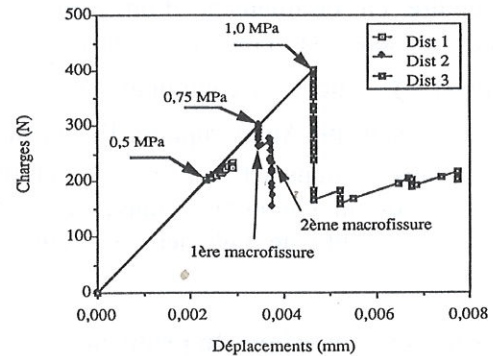


Figure 5 - Influence de l'écart $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ sur la valeur de la contrainte limite à rupture avec :

Distribution 1 pour $0,5 \leq \sigma_{u11} \leq 3,5$ MPa ;

Distribution 2 pour $0,75 \leq \sigma_{u11} \leq 3,5$ MPa ;

Distribution 3 pour $1,0 \leq \sigma_{u11} \leq 3,5$ MPa.

8.2 Influence de la répartition des résistances locales

Dans le but d'étudier l'influence de la répartition des résistances locales, nous avons analysé l'endommagement dans le cas d'une contrainte à la rupture répartie dans l'intervalle $0,75 \leq \sigma_{u11} \leq 3,5$ MPa avec quatre répartitions différentes.

8.2.1. Sur les cartes d'endommagements

La Figure 6 montre les cartes des endommagements cumulés obtenus pour l'intervalle étudié des contraintes à la rupture : $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}] = [0,75; 3,5]$ MPa, nous constatons que selon le type de la distribution, nous avons un endommagement qui va d'un endommagement diffus (répartition 1, figure 6) à un endommagement de plus en plus localisé (répartition 2 et 4, figure 6). L'endommagement diffus est lié à une diffusion des éléments de faibles valeurs de contrainte à la rupture, entourés d'éléments de valeurs élevées de contraintes à la rupture. Dans le cas extrême répartition 4, la progression de la rupture est associée à une localisation des éléments de valeurs faibles de la contrainte à la rupture. La figure 7 représente le suivi de l'évolution de l'endommagement au cours du chargement de l'éprouvette en traction par simulation numérique pour une répartition localisée (répartition 4 de la figure 6).

8.2.2 Sur les courbes de comportements

Les courbes de comportement mécanique charges déplacements figure 8 sont étroitement liées à l'évolution de l'endommagement et par conséquent à la répartition des contraintes à la rupture. Pour les quatre répartitions, la première rupture correspond à une contrainte de 0,75 MPa, borne inférieure de l'intervalle de contraintes à la rupture. Dans le cas d'une répartition diffuse, après première rupture, l'endommagement diffus est associé à une diminution progressive de la rigidité de l'éprouvette. Le comportement peut alors être schématisé par une limite élastique égale à 0,75 MPa et une contrainte à la rupture relevée sur la courbe (figure 6, répartition 1) égale à 0,85 MPa soit $1,13 \sigma_{\min}$. Cette contrainte à la rupture correspond à la progression d'une macrofissure au sein de l'éprouvette et décroît à 0,81 MPa pour la répartition 2, ensuite à 0,77 MPa pour la répartition 3, pour se confondre avec la contrainte à la rupture 0,75 MPa dans le cas de la répartition 4. Ces résultats mettent ainsi très nettement en évidence l'influence de la répartition des contraintes à la rupture au sein de l'éprouvette.

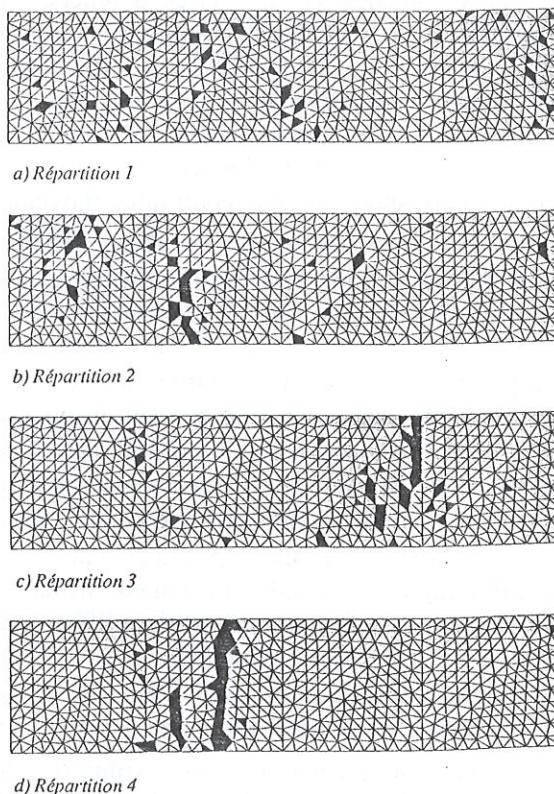


Figure 6 - Influence de la répartition de la contrainte à la rupture sur la cartographie des éléments endommagés pour $0,75 \leq \sigma_u(i) \leq 3,5$ MPa.

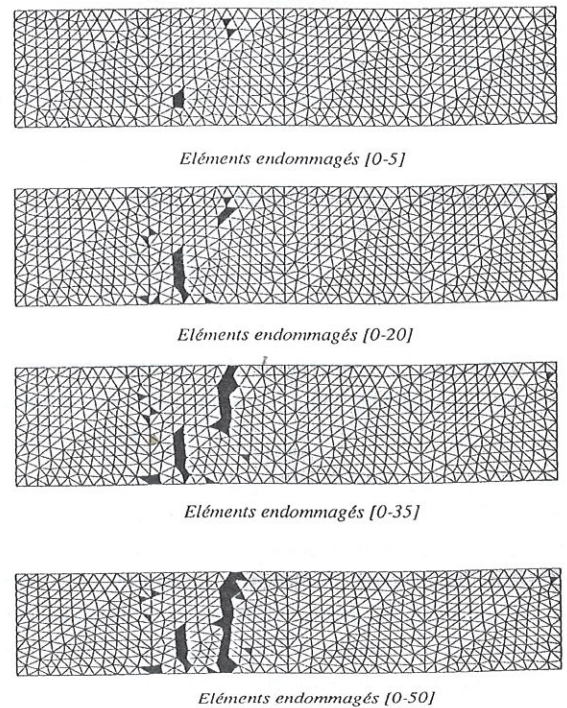


Figure 7 - Suivi de l'évolution de l'endommagement au cours du chargement de la structure par simulation numérique (répartition 4 de la figure 6).

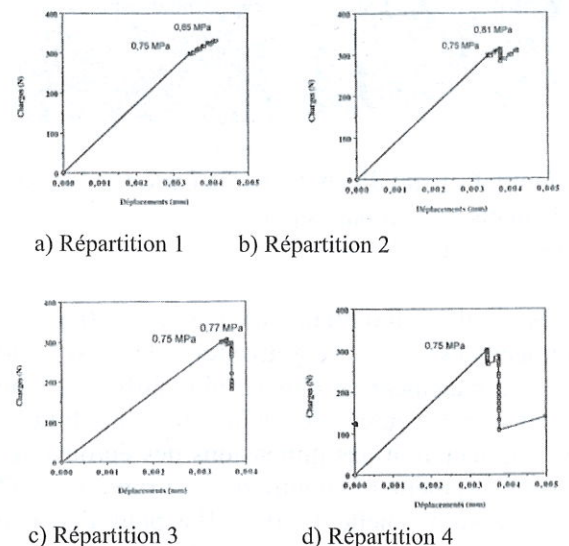


Figure 8 - Influence de la répartition de la contrainte à la rupture sur le comportement mécanique de la structure pour $0,75 \leq \sigma_u(i) \leq 3,5$ MPa.

9. Effet d'échelle

L'influence de la taille des éprouvettes par rapport aux dimensions des hétérogénéités a été étudiée dans le cas de quatre éprouvettes dont les cotés varient suivant les échelles 1, 2, 3, 4. L'éprouvette d'échelle 1 correspond à une éprouvette de dimensions $40 \times 20 \times 5 \text{ mm}^3$ maillée en 100 éléments triangulaires. Les autres éprouvettes sont obtenus en conservant la

dimension de l'élément (considéré comme représentatif de la taille de l'hétérogénéité) et en multipliant la longueur et la largeur des éprouvettes par le facteur d'échelle. Plus que les valeurs absolues, ce sont les dimensions de l'éprouvette par rapport à la taille de l'hétérogénéité qui sont significatives :

	Ech. 1	Ech. 2	Ech. 3	Ech. 4
Nb Elém.	100	400	900	1600

Par ailleurs, la répartition des contraintes à la rupture considérée est identique pour les quatre éprouvettes : $0,5 \leq \sigma_{11u} \leq 3,5$ MPa. Cette hypothèse suppose donc que la mise en œuvre des différentes éprouvettes ne modifie pas les bornes de la distribution des contraintes à la rupture. Les cartes d'endommagement obtenues et les courbes de comportement mécanique sont reportées, pour les quatre échelles, respectivement sur les figures 9 et 10.

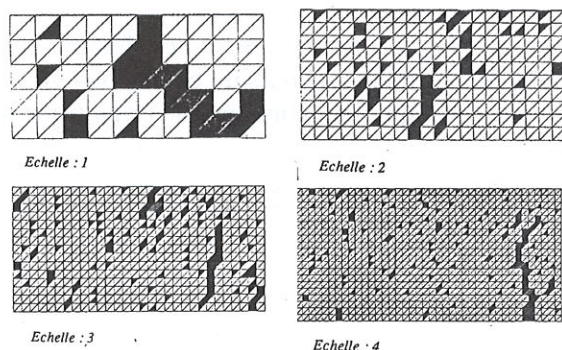


Figure 9 - Effet d'échelle sur la cartographie des éléments endommagés pour $0,5 \leq \sigma_u(i) \leq 3,5$ MPa.

Ces résultats montrent que l'augmentation des dimensions des éprouvettes favorise un endommagement de plus en plus diffus, associé à un comportement de moins en moins fragile. L'augmentation des dimensions des éprouvettes tend à augmenter la contrainte à la rupture : 0,63 MPa pour l'échelle 1 ; 0,7 MPa pour l'échelle 2 et 3 et 0,64 MPa pour l'échelle 4. Cette contrainte résulte en fait d'une interaction entre l'effet d'échelle de l'éprouvettes et la répartition des contraintes à la rupture au sein de l'éprouvette.

Figure 10 - Effet d'échelle sur le comportement mécanique des éprouvettes $0,5 \leq \sigma_u(i) \leq 3,5$ MPa.

Dans un essai de traction, l'expérimentateur mesure une contrainte correspondant à un état proche de la première rupture d'un élément (ou pas trop éloigné). D'où une contrainte à la rupture mesurée sur la courbe d'essai allant de $\sigma_{\min}$ à $1,40 \sigma_{\min}$, suivant l'échelle de l'éprouvette.

Conclusions

L'analyse de l'endommagement par la modélisation présentée est appliquée dans un premier temps à l'étude du comportement mécanique d'une éprouvette soumise à une traction uni axiale. Afin d'étudier l'influence de l'intervalle $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$, de la répartition des résistances locales et de l'effet d'échelle vu l'uniformité du champ de contraintes dans ce types d'essais. Ces différents paramètres concourent à produire une évolution plus ou moins diffuse de l'endommagement au sein de l'éprouvette. Dans tous les cas, la première rupture correspond à une contrainte moyenne appliquée à l'éprouvette égale à $\sigma_{\min}$. Dans le cas d'un endommagement diffus, après première rupture, la rigidité de l'éprouvette décroît progressivement, la pente de la courbe de comportement mécanique charge déplacement décroît. Cette décroissance se poursuit jusqu'à la progression localisée de l'endommagement où la charge chute brusquement. Par contre, dans le cas d'un endommagement localisé, la chute de la charge se produit pratiquement à la première rupture. Un endommagement diffus est évidemment associé à une répartition diffuse des contraintes à la rupture dans l'éprouvette. Cette répartition diffuse est favorisée par une augmentation de l'intervalle $[\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$ et par une augmentation du volume de l'éprouvette. Dans le cas d'un endommagement localisé, la contrainte à la rupture mesurée sur la courbe charges-déplacements correspond à la valeur la plus faible $\sigma_{\min}$ des contraintes à la rupture des hétérogénéités. Dans le cas d'un endommagement diffus la fin du domaine linéaire correspond à cette même valeur. La contrainte à la rupture, correspondant à la charge

ultime, correspond à une contrainte supérieure à $\sigma_{\min}$, dont la valeur dépend de la distribution des hétérogénéités dans l'éprouvette et du volume de l'éprouvette.

Bibliographie

- [1] Berthelot. J-M., Robert. J-L. " Damage evaluation of concrete test specimens related to failure analysis ", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. **116**, n°3 , PP. 587-604 (March 1987).
- [2] Bensouda. M. " Contribution à l'analyse par émission acoustique de l'endommagement dans le béton ", *Thèse de Doctorat, Université de Maine France* (Octobre 1990).
- [3] Feknous. N. " Etude à l'aide de la technique d'émission acoustique des mécanismes de détérioration des contacts roche-coulis de ciment ", *Thèse de Doctorat es Sciences, Université de Sherbrooke Québec, Canada* (Septembre (1991).
- [4] Rossi. P., Richer. S. " Numerical modelling of concrete cracking based on a stochastic approach ", *Materials and Structures*, 20, pp. 334-337 (1987).
- [5] Breyse. D. " Numerical study of the effect of inhomogeneities and boundary conditions on the tensile strength of concrete ", *ACI, Materials Journal*, Vol. **88**, n°5, pp. 489-497 (September-October 1991).