

ANALYSE PROBABILISTE DE L'ELASTO-PLASTICITE DE PROPAGATION D'UNE FISSURE DANS UNE PLAQUE CHARGEE EN TRACTION

Belaïd. Mechab¹, Mokadem. Salem¹, Mohamed. Mokhtari^{1,*}, Boualem.

Serier, Mourad. Chama¹

¹LMPM, Département de Génie Mécanique, Université Djillali Liabes de Sidi Bel

Abbes BP 89 Cité Ben M'hidi 22000, Sidi Bel Abbes, Algérie.

²Laboratoire LARTFM, Ecole Nationale Polytechnique Maurice Audin, Oran, Alegria

E-mail: mokhtarimohamed44@yahoo.fr

Reçu le : 13/02/2019

Accepté le : 19/09/2019

Résumé

Cette étude présente une analyse probabiliste d'une plaque fissurée sollicitée à la traction. La méthode des éléments finis est utilisée pour analyser l'endommagement de la plaque, les effets de la taille de la fissure, du largeur et de l'épaisseur de la plaque sont étudiés. La méthode de Monte-Carlo est utilisée pour l'analyse de la probabilité de la défaillance de la plaque fissurée. Ont conclu que la taille de fissure et la contrainte appliquée sont deux paramètres prédominants dans l'analyse de défaillance des structures.

Mots-clés : Traction ; Endommagement ; Analyse probabiliste ; Fiabilité.

abstract

This study presents a probabilistic analysis of a cracked plate subjected to traction. The finite element method is used to analyze plate damage, the effects of crack size, width and thickness of the plate are studied. The Monte Carlo method is used to analyze the probability of failure of the cracked plate. Have concluded that crack size and applied stress are two predominant parameters in structural failure analysis.

Keywords : Traction ; Damage ; Probabilistic analysis ; Reliability.

1. Introduction

Au cours des années, les matériaux ont connu une avancée spectaculaire. Du bois au plastique, de l'aluminium aux fibres de carbone, l'avion a connu presque tous les matériaux. Ils deviennent de plus en plus légers et résistants. L'avion peut atteindre des vitesses records, tout en étant léger grâce à ces nouveaux matériaux

[1-3]. L'endommagement est l'apparition de dommages dans un matériau caractérisé par une extension de surface libre à l'intérieur du matériau, accompagnée d'une augmentation de fraction volumique de vide. Cette apparition est causée par une attaque physique ou chimique. Il conduit à une dégradation de ses capacités physiques pouvant conduire à la rupture [4-6]. De nombreuses études ont porté sur la recherche d'un paramètre permettant d'étendre la mécanique de la rupture au comportement des matériaux pour réduire l'intensité des contraintes en tête de fissures, afin de réduire leur propagation [7-11]. Ce travail présente une analyse tridimensionnelle par la méthode des éléments finis, plusieurs paramètres ont été mis en évidence pour l'étude de la performance d'une plaque, l'effet des propriétés mécaniques, la taille de fissure, les paramètres géométriques du modèle sont étudiés. La méthode de Monte-Carlo est utilisée pour l'analyse de la probabilité de la défaillance de la plaque fissurée.

2. Modèle géométrique

Le modèle géométrique est représenté sur la figure .1. La plaque est caractérisée par sa hauteur H = (100, 120 et 140) mm, et d'épaisseur e_p =(2, 3 et 4) mm, contenant une fissure de longueur (a) variant de 1mm jusqu'à 6mm. La structure est sollicitée en traction par une contrainte σ =120 MPa.

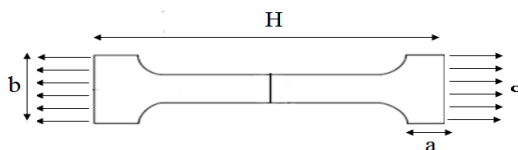


Figure .1 : Modèle descriptive de la géométrie étudiée

3. Caractéristiques mécaniques

Les caractéristiques mécaniques de la plaque sont représentées sur le tableau ci-dessous.

Matériau	E (GPa)	ν
Aluminium 2024-T3	72	0.3

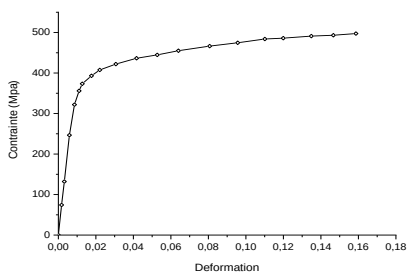


Figure. 2 : Courbe contrainte- déformation
de l'Aluminium 2024-T3

4. Conditions aux limites

Les conditions aux limites de fixation, subordonnées aux conditions de symétrie de la géométrie ont été introduites dans la phase initiale. Ces conditions sont représentées comme suit en 3D: $U_y = U_x = U_z = U_{Ry} = U_{Rx} = U_{Rz} = 0$; suivant Y (partie gauche) et $U_x = U_z = U_{Ry} = U_{Rx} = U_{Rz} = 0$, $U_y \neq 0$ suivant Y (partie droite de la figure).

5. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été utilisée sous de nombreuses formes en mécanique de la rupture. Un des problèmes dans la modélisation des structures fissurées est la description géométrique de la fissure. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, elle est décrite explicitement et fait partie intégrante des frontières du maillage. la structure est prise en considération et est modélisée par des éléments quadratiques. Le maillage de l'éprouvette utilisé pour l'analyse numérique tridimensionnelle est représenté sur la figure 3. Ce maillage régulier effectué pour toute la structure reste le même tout au long du calcul. La fissure de la plaque entraine une singularité géométrique provoquant une concentration de contrainte. Par conséquent, un maillage raffiné est effectué autour de la fissure.

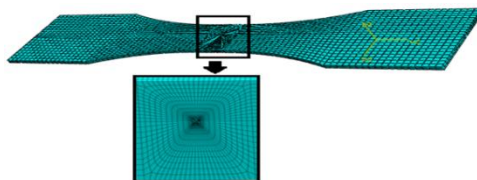


Figure3:Maillage utilisé de la structure au voisinage de la fissure

6. Interprétation des résultats

6.2-Analyse élasto-plastique

6.2.1- Effet de la taille de fissure

La figure 4, représente la variation de l'intégrale J en fonction de la contrainte appliquée pour différentes tailles de fissures. Les résultats montrent qu'une propagation de fissure conduit à l'augmentation de l'intégrale J et par conséquent à l'augmentation de la taille de la zone plastifiée en pointe de fissure (Figure.5). Celle-ci illustre l'étendue de la zone plastique pour différentes longueurs de fissure. L'étendue de la zone plastique dépend fortement de la longueur de fissure. En pointe de fissure les champs de déformation sont considérables entraînant une étendue de la zone plastique plus importante.

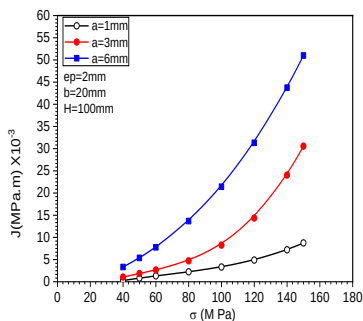


Figure .4: Variations de l'intégrale J en fonction de la contrainte appliquée pour différentes tailles de fissures.

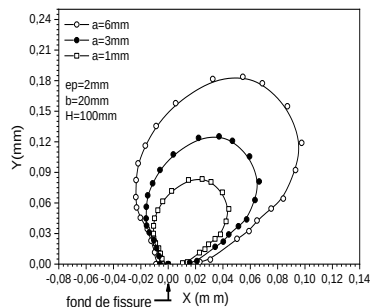


Figure.5 : Etendue de la zone plastique pour deux différentes longueurs de fissures pour une contrainte $\sigma=120\text{MPa}$

6.2.2- Effet de la hauteur « H » de la plaque

La figure.6 met en évidence les variations de l'intégrale J en fonction de la contrainte appliquée pour différentes valeurs de H. L'analyse des résultats de la figure.6 montre que lorsque la contrainte σ atteint la valeur 120MPa pour la hauteur $H=140\text{mm}$ on observe une augmentation de l'ordre de 20.45 % comparée à la plaque de hauteur $H=120\text{mm}$ et à une augmentation de l'ordre de 25 % pour une plaque de hauteur $H=100\text{mm}$. L'effet du paramètre H sur l'étendue de la zone plastique est illustré sur la figure.12. On

remarque qu'effet la taille de la zone plastique croît avec l'augmentation du paramètre H. L'aire de la zone plastique obtenue pour une hauteur égale à 140 mm est de 20% comparée à celle d'une plaque de hauteur H=100mm

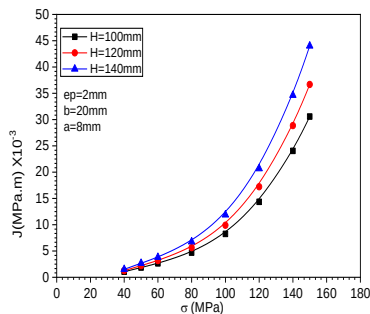


Figure.6: Variations de l'intégrale J en fonction de la contrainte appliquée pour différentes valeurs de H

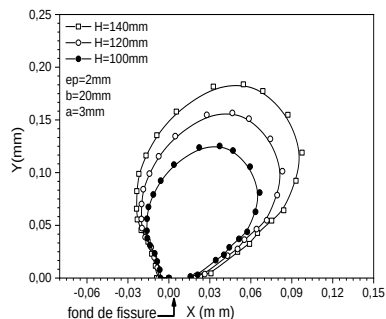


Figure 7 : Etendue de la zone plastique pour deux différentes hauteurs H de la plaque pour une contrainte $\sigma=120\text{MPa}$

6.2.3- Effet de l'épaisseur « e_p » de la plaque

La figure .8 représente les variations de l'intégrale J, en fonction de la contrainte appliquée pour différentes valeurs d'épaisseurs e_p de la plaque pour une hauteur constante H=100mm. Les résultats obtenus montrent que lorsque la contrainte appliquée atteint 120MPa pour une épaisseur $e_p=3\text{mm}$ conduit à une augmentation de l'ordre de 20.45 % comparée à une plaque de 2mm d'épaisseur et à une augmentation de l'ordre de 55 % pour une plaque d'épaisseur de 4mm. L'effet de l'épaisseur (e_p) sur l'étendue de la zone plastique est illustré sur la figure .9. On remarque que effet la taille de la zone plastique croît avec la diminution de l'épaisseur (e_p). L'aire de la zone plastique obtenue pour une plaque d'épaisseur de 2mm est trois fois plus grande de celled'une plaque d'épaisseur de 4mm.

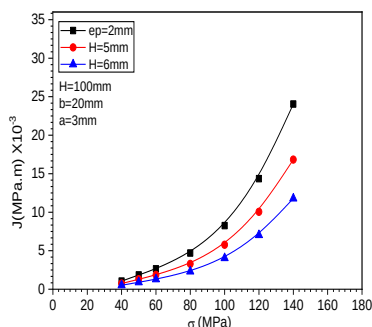


Figure 8 : Variations de l'intégrale J en fonction de la contrainte appliquée pour différentes valeurs d'épaisseurs ep.

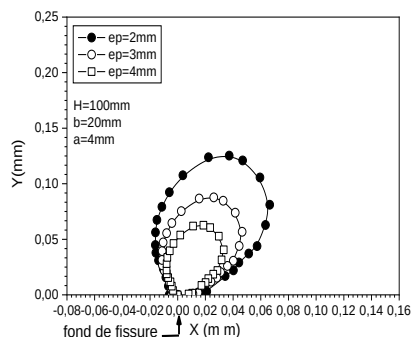


Figure 9 : Etendue de la zone plastique pour deux différentes épaisseurs de la plaque, pour une contrainte $\sigma=120\text{MPa}$

7. Analyse Probabiliste de la rupture mécanique

L'analyse probabiliste fournit un cadre rationnel pour l'évaluation de la sécurité des structures par des techniques d'analyse probabiliste. ν , α . Les paramètres géométriques, H, a, W, et les propriétés mécaniques du matériau, E, de ces variables peuvent être modélisées comme des variables aléatoires. Par conséquent, toute réponse pertinente à la rupture, telle que le (X), doit être évaluée par la probabilité. La fonction de densité est évaluée en utilisant la méthode Monte-Carlo. L'idée de base est de prélever des échantillons au hasard pour les paramètres d'entrée, puis calculer la réponse pour chaque échantillon par la méthode de Monte-Carlo, qui représente une analyse statistique des ensembles de réponses, est fournie pour atteindre une grande précision des résultats, nous avons réalisé 105 simulations.

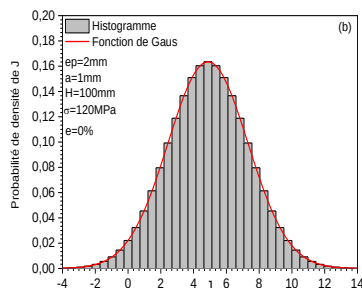
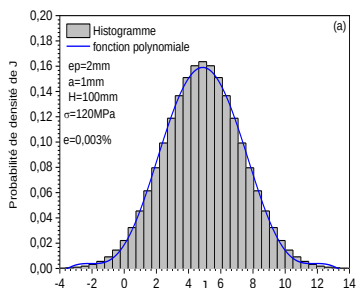


Figure 10: Représentation de l'Histogramme et de la fonction de distribution de J

La figure. 10 représente les histogrammes obtenus par simulations de la méthode Monte-Carlo. La fonction de densité de probabilité (pdf) est obtenue en ajustant l'histogramme avec les modèles théoriques, trois lois de distribution sont étudiées : Fonctions de Lorentz, polynomiale et de Gauss. Il peut être observé clairement que les trois répartitions donnent une bonne approximation. En comparant ces trois distributions, nous pouvons conclure que la loi gaussienne offre une meilleure approximation que les deux autres (de Lorentz et polynomiale) pour l'estimation moyenne de la fonction de densité de probabilité.

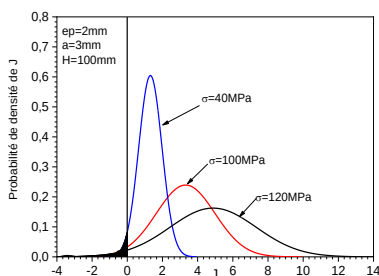


Figure. 11 : Densité de probabilités de J pour trois différentes valeurs de (σ)

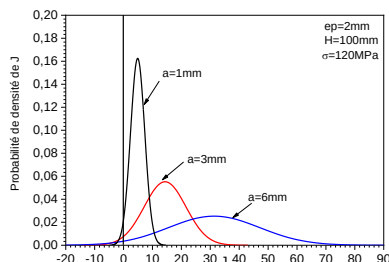


Figure 12 : Densité de probabilités de J pour trois différentes valeurs de (a)

Sous les incertitudes de la plaque, les variables aléatoires de une densité de probabilité. Dans la conception basée sur la fiabilité, les incertitudes sont prises en compte en considérant la marge de sécurité $J(x_i)$ décrite en termes de variables aléatoires x_i qui définissent les incertitudes. La marge de sécurité $J(x_i)$ est la règle de conception probabiliste, qui définit la sécurité de la poutre par l'état $J(x_i) > 0$ et l'échec de la poutre par $(x_i) \leq 0$. On voit que la marge augmente de façon significative avec les incertitudes liées à la contrainte appliquée à la taille de la fissure (augmente conduisant à une plus grande probabilité de défaillance (voir figures 11 et 12).

Conclusion

D'après les résultats obtenus, nous notons que le paramètre de porosité est un facteur important et influençant la distribution de la

fonction de la densité de J. L'incertitude dans le paramètre de porosité, a un effet significatif sur l'augmentation de la probabilité de défaillance de la poutre et réduit de la durée de vie de la structure. Cette étude présente une analyse probabiliste d'une plaque fissurée sollicitée à la traction. La méthode des éléments finis est utilisée pour analyser l'endommagement de la plaque, les effets de la taille de la fissure, du largeur et de l'épaisseur de la plaque sont étudiés. La méthode de Monte-Carlo est utilisée pour l'analyse de la probabilité de la défaillance de la plaque fissurée. On conclue que la taille de fissure et la contrainte appliquée sont deux paramètres prédominants dans l'analyse de défaillance des structures.

Références

- [1] Griffith A.A, (1920). The phenomena of ruptures and flow in solids, transactions. Royalsoc. London, serie A, p.163-198.
- [2] Irwin G.R. (1957). Analysis of stress and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, vol.24, pp. 361-364
- [3] Mechab.B., 2007.Détermination des fonctions analytiques décrivant le comportement des fissures dans les pipes. Mémoire magister. Université de sidi bel abbés.
- [4] Westergaad H.M. (1939). Bearing pressures and cracks, Trans.ASME, Journal. Appl. Mech
- [5] Zaghloule. 2004.Concepts Fondamentaux De La Mécanique de La Rupture, Université de Metz.
- [6] Rice.J.R. et G.F. Rosengren. (1968). Plane strain deformation near a crack tip in a powerlaw hardening materials. J.Mech.Phys.Sol.vol.16, pp.1.
- [7] Marie S, Chapuliot S, Kayser Y, Lacire MH, Drubay B, Barthelet B, et al. French RSE-M and RCC-MR code annexes for flaw analysis: presentation of the fracture parameters calculation—Part III : cracked pipes. Int J Pressure Vessel Piping; 2007.
- [8] Marie S, Chapuliot S, Kayser Y, Lacire MH, Drubay B, Barthelet B, et al. French RSE-M and RCC-MR code annexes for flaw analysis: presentation of the fracture parameters calculation—Part V: elements of validation. Int J Pressure Vessel Piping; 2007.

- [9] Sethuraman R, Reddy G, Ilango IT. Finite element-based evaluation of stress intensity factors for interactive semi-elliptic surface cracks. *Int J Pres Ves Pip* 2003 ;80(12) :843-59.
- [10] Zhang B, Guo W. Three-dimensional stress state around quarter-elliptical corner cracks in elastic plates subjected to uniform tension loading. *EngFract Mech* 2007;74(3):386-98
- [11] Mohebbi H, Li CQ. Application of fracture mechanics in reliability analysis of corrosion affected cast iron water mains. In: *Proc. of 12th Int. Conf. on Durability of Building Materials and Components*; 2011Apr 12-15; Porto (on CD) (Award of Best Paper).
- [12] ABAQUS. Ver 6-11. (2010). User guide, Cornell University.