



## Commande en présence de défaut capteur d'une Colonne d'Absorption Industrielle par la technique d'optimisation et résolution LMI

M. Selatnia, [mouradselatnia@yahoo.fr](mailto:mouradselatnia@yahoo.fr)

et R. Illoul, M.Conferance, [rachid.illoul@mail.enp.edu.dz](mailto:rachid.illoul@mail.enp.edu.dz)

et M.S. Boucherit, Professeur

Laboratoire de commande des processus

Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, BP 182 Avenue Hassen Badi, El Harrach

Reçu le : 17/05/2017

Accepté le : 05/09/2017

**Abstract -** Ce travail consiste en la modélisation, la simulation dynamique et enfin la régulation en présence de défaut capteur d'une colonne d'absorption industrielle destinée à extraire le  $\text{CO}_2$ , et les gaz acide  $\text{H}_2\text{S}$  du gaz naturel en utilisant une solution aqueuse de methyldiéthanolamine (MDEA). Nous présentons d'abord le modèle mathématique estimant la concentration du  $\text{CO}_2$  et nous comparons la réponse du modèle avec celle de la colonne d'absorption. D'abord nous présentons la commande d'une colonne d'absorption en présence de défaut capteur par la technique d'optimisation LMI's et enfin, nous simulons notre stratégie de commande appliquée à notre colonne. Les résultats obtenus pour les différentes simulations sont satisfaisants.

**Mots clés -** Colonne d'absorption; Modélisation; methyldiéthanolamine (MDEA); optimisation par résolution LMI's, commande robuste en présence défaut capteur.

**Abstract -** This work consists of modeling, simulation and control of an industrial absorption packed column designated to remove  $\text{CO}_2$  and acid gas  $\text{H}_2\text{S}$ , from natural gas. In this paper, we start to use the optimization by solving LMI's problem for the control of the absorption packed column with sensor faulty. We finish by simulating our strategy. The results obtained were satisfactory.

**Keywords -** Modeling; methyldiethanolamine (MDEA); Absorption packed column; optimization LMI's, robust control with sensor fault.

### I. INTRODUCTION

La colonne d'absorption est une unité de séparation physico-chimique largement utilisée en chimie et en biologie. Il s'agit en général d'un tube dans lequel on passe un ou plusieurs mélanges gazeux et qui permet de séparer un ou plusieurs composés du mélange principal. Elle est

largement utilisée pour la séparation des gaz acides ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ ) du gaz naturel. 2

Le modèle de la colonne d'absorption industrielle présenté dans ce papier est un modèle dynamique qui consiste en un ensemble d'équations non linéaires aux dérivées partielles obtenu à partir de considérations sur les bilans de matière du  $\text{CO}_2$  et du MDEA dans les phases gazeuse et liquide [1,2], il prend en compte le gradient thermique le long de la colonne d'absorption. Le bilan énergétique de la colonne industrielle est également posé.

Quelques études ont été publiées sur la modélisation et la commande de la colonne d'absorption. Crosby and Durbin [3] étudient les performances d'un régulateur d'état. Roffel [4] développe un régulateur sous optimal avec contraintes d'état. Darwish and Fantin [5] utilisent la commande décentralisée avec placement de pôles. Petrovsky [6] développe un régulateur PI multivariable. Najim [7,8] développe un régulateur auto-ajustable dans le cas de l'absorption du  $\text{CO}_2$  par une solution de diéthanamine. Il reprendra le problème par la suite avec une commande prédictive [9].

Peu d'études ont par contre été publiées concernant la modélisation et la simulation de l'absorption du  $\text{CO}_2$  par une solution aqueuses de MDEA ou de MEA en milieu industriel [10-12]. Pour le modèle développé dans notre étude, il nous a semblé intéressant d'appliquer une commande robuste en présence de défaut capteur par la technique d'optimisation LMI's permettant d'obtenir de bonne performances pour des processus à dynamique complexes.

## II. MODELISATION ET SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE DE LA COLONNE INDUSTRIELLE

La colonne d'absorption présentée ici se situe à Khrechba et fait partie du projet In Salah Gaz, elle permet de prélever du  $\text{CO}_2$  du gaz naturel en utilisant une solution aqueuse de methyldiéthanamine (MDEA) comme liquide de lavage. Elle est du type colonne à garnissage mesurant 8 mètre de hauteur et 4 m de diamètre. Le garnissage disposé en vrac est du type anneaux de Pall et est destiné à améliorer la surface de contact entre phases. Pour une meilleure élimination du  $\text{CO}_2$  du mélange gazeux, le liquide de lavage (eau+ MDEA) circule à contre courant du flux de gaz. La pression et la température de travail sont respectivement de 71.5 bar et

55°C [2].

Lors du contact entre phase liquide et gazeuse sur la surface des anneaux de Pall, le  $\text{CO}_2$  passe de la phase gazeuse vers la phase liquide. Cette diffusion est accélérée par réaction chimique du  $\text{CO}_2$  avec la MDEA dans la phase liquide. Le débit de MDEA et la concentration du  $\text{CO}_2$  en sortie dans le gaz naturel sont respectivement sélectionnés comme variables de commande et de sortie.



Figure 1. La colonne d'absorption à Garnissage In Salah Gaz (ISG)

### 2.1. Equations du modèle

Dans le but de simplifier le modèle, nous avons adopté les hypothèses suivantes [2,13]:

- Il n'y a pas de résistance en phase gazeuse
- La réaction entre le  $\text{CO}_2$  et le MDEA est rapide ( $Ha > 5$ )
- La dispersion axiale est négligeable dans la phase gazeuse et dans la phase liquide
- La MDEA ne passe pas en phase gazeuse

Le bilan de matière sur une tranche élémentaire  $dz$  de la colonne pour le  $\text{CO}_2$  dans la phase gazeuse s'écrit [2,13,14]:

Quantité de soluté à l'entrée  $z$  = quantité de soluté à la sortie  $(z+dz)$  + quantité de soluté transféré de la phase liquide à la phase gazeuse + accumulation.

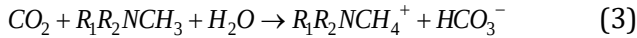
Ce qui donne :

$$(GC_{Ag})_z = (GC_{Ag})_{z+dz} + \varphi S dz + S \frac{dC_{Ag}}{dt} dz \quad (1)$$

où  $G$  ( $m^3/s$ ) est le débit volumique du gaz,  $\varphi$  le flux de  $CO_2$  transféré de la phase gazeuse vers la phase liquide,  $S$  la section de la colonne et  $C_{Ag}$  ( $mol/m^3$ ) la concentration du  $CO_2$  dans le gaz. Soit  $U_G = G/S$  ( $m/s$ ) la vitesse moyenne d'écoulement du gaz, on obtient alors :

$$U_g \frac{dC_{Ag}}{dz} + \varphi = - \frac{dC_{Ag}}{dt} \quad (2)$$

La réaction chimique entre le  $CO_2$  et le MDEA est [10-12]:



La vitesse de réaction  $r_A$  a la forme suivante [14,15]:

$$r_A = k C_{AL} C_{BL} \quad (4)$$

Où  $k$  est la constante de la vitesse de réaction [14,15]:

$$k = 2,9610^5 \exp\left(-\frac{5332.8}{T}\right) \quad (5)$$

$C_{AL}$  est la concentration du  $CO_2$  dans la phase liquide et  $C_{BL}$  la concentration du MDEA dans la phase liquide. Le bilan de matière pour le  $CO_2$  dans la phase liquide donne finalement:

$$\varphi = [k C_{AL} C_{BL}] \quad (6)$$

Ce qui signifie que la totalité du  $CO_2$  transféré dans la phase liquide réagit avec le MDEA.

Le bilan de matière pour le MDEA dans la phase liquide donne :

$$(LC_{Bl})_z = (LC_{Bl})_{z+dz} - [k C_{Al} C_{Bl}] S dz - S \frac{dC_{Bl}}{dt} dz \quad (7)$$

où  $L$  est le débit volumique du liquide. En tenant compte de (5) et en notant par  $U_L = L/S$  (m/s) la vitesse moyenne d'écoulement du flux liquide on obtient :

$$U_L \frac{dC_{Bl}}{dz} - \varphi = \frac{dC_{Bl}}{dt} \quad (8)$$

Notre colonne d'absorption est finalement décrite par le système d'équations aux dérivées partielles suivantes:

$$\begin{cases} U_g \frac{\partial C_{Ag}}{\partial z} + \varphi = -\frac{\partial C_{Ag}}{\partial t} \\ U_L \frac{\partial C_{BL}}{\partial z} - \varphi = \frac{\partial C_{BL}}{\partial t} \end{cases} \quad (9)$$

La procédure pour calculer le flux  $\varphi$  est donnée en [2] d'après [14-16].

En dernier lieu, nous considérons les conditions aux limites qui sont pour la phase gazeuse la concentration du  $CO_2$  en bas de la colonne  $C_{Age}$  et pour la phase liquide la concentration du MDEA en haut de la colonne  $C_{BLE}$

$$\begin{cases} C_{Ag}|_{z=0} = C_{Age} \\ C_{BL}|_{z=h} = C_{BLE} \end{cases} \quad (10)$$

La réaction au sein de la colonne industrielle induit un fort dégagement de chaleur et l'apparition d'un gradient de température tout au long de la colonne ; la variation de température est d'environ 5°C entre l'entrée et la sortie de la colonne, ce qui nous amène à établir un bilan énergétique permettant de décrire l'évolution de la température et son effet sur les différentes concentrations le long de la colonne [16] :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_g \frac{\partial T_g}{\partial z} + \frac{a \cdot h_{g|l} (T_l - T_g)}{\left[ \sum_i c p_i^g C_i^g \right]} = \frac{\partial T_g}{\partial t} \\ -U_l \frac{\partial T_l}{\partial z} + \frac{1}{\sum_i c p_i^l C_i^l} \left[ \Delta H_r r_A - a \cdot h_{g|l} (T_l - T_g) \right] = \frac{\partial T_l}{\partial t} \end{array} \right. \quad (11)$$

Avec :

$C_i^g$  : la concentration en phase gazeuse à l'interface (mol/m<sup>3</sup>)

$C_i^l$  : la concentration en phase liquide à l'interface (mol/m<sup>3</sup>)

$c p_i^g$  : Chaleur spécifique dans la phase gazeuse à l'interface (J/mol.K)

$h_{g/l}$  : coefficient de transfert de chaleur (convection)(J/m<sup>2</sup>.K.s)

$T_l$  : température du liquide (K)

$T_g$  : température du gaz (K)

$\Delta H_r$  : l'enthalpie de la réaction (J/mol)

$c p_i^l$  : la chaleur spécifique dans la phase liquide à l'interface (J/mol.K)

On prend finalement en compte les conditions aux limites pour la température qui sont les températures respectives du gaz et du liquide en entrée de la colonne.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_g \Big|_{z=0} = T_{ge} , \frac{\partial T_l}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \\ T_l \Big|_{z=h} = T_{le} , \frac{\partial T_g}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0 \end{array} \right. \quad (12)$$

## 2.2. Validation du modèle

Un test a pu être effectué sur notre colonne d'absorption industrielle pour comparer la concentration du CO<sub>2</sub> en sortie donnée par le modèle avec celle du système et ce pour une variation de l'entrée du type échelon de 10 t/h. Les données ont pu être recueillies sur un horizon de temps de 6800 secondes. Les résultats sont groupés dans la figure 2 où on représente respectivement, les débits de MDEA, de gaz et les concentrations du CO<sub>2</sub> en sortie de la colonne et celles données par le modèle [2].

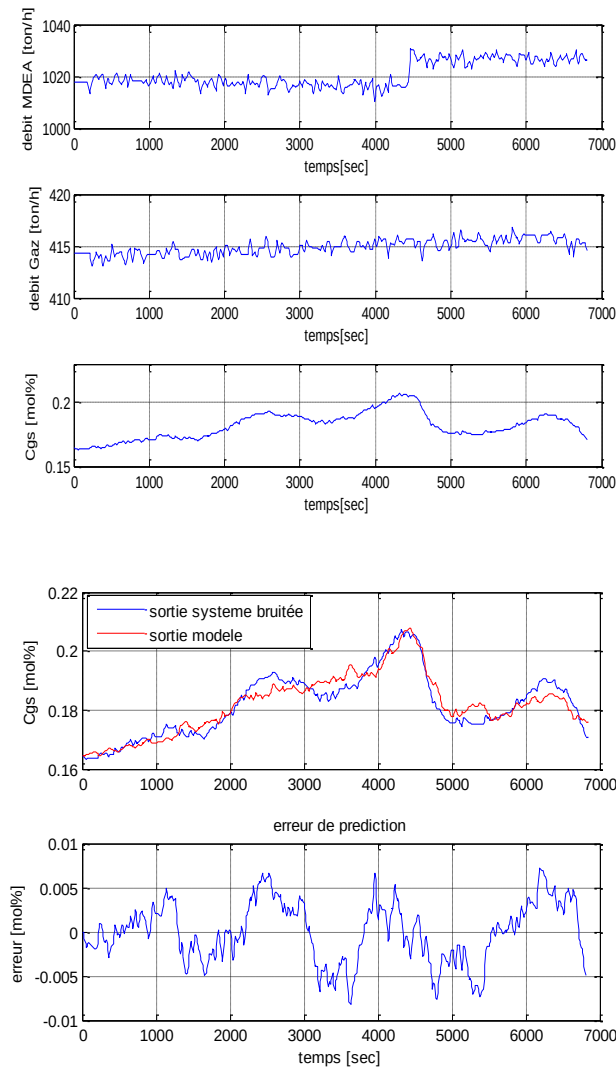


Figure 2. Concentration du  $\text{CO}_2$  en sortie du système et du modèle

On note que la dynamique des concentrations de  $\text{CO}_2$  en sortie de la colonne obtenue théoriquement agréée avec les résultats expérimentaux.

### 2.3. Régulation de la colonne industrielle

Une commande échantillonnée est choisie pour faciliter la simulation

avec une période de 10 secondes. La référence pour la concentration de  $\text{CO}_2$  en sortie est choisie égale à 0.25 mole %, ce qui correspond à une concentration de 7.05 mole  $\text{CO}_2/\text{m}^3$  La technique de commande par optimisation LMI est développée à la suite dont l'organe de commande de la colonne est présenté ci-après:



Figure 3. Organe de commande débit de MDEA

### III. COMMANDE EN PRESENCE DE DEFAUT CAPTEUR D'UNE COLONNE D'ABSORPTION PAR OPTIMISATION LMI

#### 3.1. Problématique

Considérant le système multimodèle Takagi-Sugeno suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) A_i x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (13)$$

où  $x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in R^r$  le vecteur commander,  $y(t) \in R^m$  vecteur mesures est  $A_i$ ,  $B$ , and  $C$  sont des matrices constantes avec des appropriés dimensions. Le scalaire  $M$  représente le nombre de model local.  $\xi(t)$  est la variable de décision mesurable, dans notre cas la sortie du système  $C_{gs}(t)$ .

Considérons le système Takagi-Sugeno affecté par un défaut capteur et bruit de mesure [17],[18],[19],[20].

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) A_i x_f(t) + B u_f(t) \\ y_f(t) = C x_f(t) + E f(t) + D w(t) \end{cases} \quad (14)$$



Figure 4. Analyseur spectral de CO<sub>2</sub>

Où  $x_f(t) \in R^n$  est le vecteur d'état,  $u_f(t) \in R^r$  est le vecteur de commande,  $y_f(t) \in R^m$  le vecteur de sortie.  $f(t)$  représente le défaut suppose borné et  $w(t)$  le bruit de mesure.  $E$  et  $D$  sont respectivement le défaut et le bruit matrices de distribution connues.

La fonction d'activation  $\mu_i(\xi(t))$  assure le passage entre modèles locales. Elle possède la propriété suivante :

$$\sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) = 1 \quad \forall t$$

La structure de l'observateur proportionnel intégrale est choisie comme suit:

$$\begin{cases} \hat{x}_f(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) (A_i \hat{x}_f(t) + K_i(\tilde{y}(t))) + B u_f(t) + E \hat{f}(t) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) L_i(\tilde{y}(t)) \\ \hat{y}_f(t) = C \hat{x}_f(t) \end{cases} \quad (15)$$

Où  $\hat{x}_f(t)$  est l'état estimé,  $\hat{f}(t)$  représente le défaut estimé,  $\hat{y}_f(t)$  est la sortie estimé,  $K$  est le gain proportionnel de l'observateur,  $L$  est le gain intégrale qui sont normalement calculés, et  $\tilde{y}(t) = y_f(t) - \hat{y}_f(t)$ .  $K_i$  sont les gains des modèle locales du proportionnel de l'observateur and  $L_i$  sont les gains des modèles locales de l'intégral de l'observateur. La stratégie de commande est la forme suivante de  $u_f(t)$  :

$$u_f(t) = -S \hat{f}(t) + u(t) \quad (16)$$

Définissons  $\tilde{x}(t)$  l'erreur entre  $x(t)$  et  $x_f(t)$ ,  $\tilde{x}_f(t)$  l'estimation d'erreur de l'état  $x_f(t)$  et  $\tilde{f}(t)$  l'estimation de l'erreur de défaut.

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x_f(t) \quad (17)$$

$$\tilde{x}_f(t) = x_f(t) - \hat{x}_f(t) \quad (18)$$

$$\tilde{f}(t) = f(t) - \hat{f}(t) \quad (19)$$

Nous obtenons:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) A_i \tilde{x}(t) + BS\hat{f}(t) - Ef(t) - Dw(t) \quad (20)$$

Si  $S$  vérifie  $E=BS$ ,  $\hat{x}$  devient:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) A_i \tilde{x}(t) - E\tilde{f}(t) - Dw(t) \quad (21)$$

La dynamique de l'erreur  $\tilde{x}_f(t)$  décrite par l'équation (18) est écrite en multimodèle:

$$\dot{\tilde{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) ((A_i - K_i C) \tilde{x}_f(t)) + E\tilde{f}(t) + Dw(t) \quad (22)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation du défaut est :

$$\dot{\tilde{f}}(t) = \dot{f}(t) - \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) L_i C \tilde{x}_f \quad (23)$$

Les équations (21), (22) and (23) sont réécrits:

$$\dot{\varphi}(t) = A_m \varphi(t) + B_m \psi(t) \quad (24)$$

Où  $\varphi$  et  $\psi$  sont:

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{x}_f(t) \\ \tilde{f}(t) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \psi(t) = \begin{bmatrix} w(t) \\ \dot{f}(t) \end{bmatrix}$$

et:

$$A_m = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) A_{mi} \quad (25)$$

Où:

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} A_i & 0 & -E \\ 0 & A_i - K_i C & E \\ 0 & -L_i C & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_m = \begin{bmatrix} -D & 0 \\ D & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (26)$$

Dans le but d'analyser la convergence de l'erreur généralisée  $\varphi(t)$ , considérons la fonction candidate de Lyapunov  $V(t)$

$$V(t) = \varphi(t)^T P \varphi(t) \quad (27)$$

Où  $P$  une matrice symétrique définie positive.

Le problème de commande robuste et de l'estimation de défaut est de trouver  $K_i$  et  $L_i$  de l'observateur qui assure une convergence asymptotique de  $\varphi(t)$  vers zéro quand  $\psi(t) = 0$  et une réponse à erreur bornée quand  $\psi(t) \neq 0$ .

Donc l'erreur converge vers zéro, c'est trouver  $P$  vérifiant  $\dot{V} < 0$ .  
 $\dot{V} < 0$  si  $A_{mi}^T P + P A_{mi} < 0, \forall i = 1, \dots, M$ . La matrice  $A_{mi}$  est écrite:

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} A_i & E_1 \\ 0 & \tilde{A}_i - \tilde{K}_i \tilde{C} \end{bmatrix} \quad (28)$$

avec:

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & E \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{K}_i = \begin{bmatrix} K_i \\ L_i \end{bmatrix}, E_1 = [0 \quad -E], \tilde{C} = [C \quad 0]$$

Assumons que  $P$  est de la forme blocs diagonale  $= \text{diag}(P_1, P_2)$ ,  $\varphi$  converge vers zéro, si il existe des matrices  $P_1 > 0$  et  $P_2 > 0$  tels que l'inégalité matricielle soit satisfaite:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P_1 + P_1 A_i & E_1^T P_2 + P_1 E_1 \\ P_2 E_1^T + E_1^T P_1 & \Xi \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

avec:

$$\Xi = (\tilde{A}_i - \tilde{K}_i \tilde{C})^T P_2 + P_2 (\tilde{A}_i - \tilde{K}_i \tilde{C}) \quad (30)$$

Substituons

$G_i = P_2 \tilde{K}_i$ , (30) devient:

$$\Xi = \tilde{A}_i^T P_2 + P_2 \tilde{A}_i - G_i \tilde{C} - \tilde{C}^T G_i^T \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T P_1 + P_1 A_i & E_1 P_2 + P_1 E_1 \\ P_2 E_1^T + E_1^T P_1 & \tilde{A}_i^T P_2 + P_2 \tilde{A}_i - G_i \tilde{C} - \tilde{C}^T G_i^T \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

La résolution de la LMI (32), maintenant linéaire, permet de déterminer les matrices  $P_1$ ,  $P_2$  et  $G_i$ .

Les matrices  $\tilde{K}_i$  sont calculées par l'outil MATLAB©LMI,  $\tilde{K}_i = P^{-1} G_i$

En résumé le théorème suivant est proposé:

**Théorème 1:** le système (28) décrivant l'évolution des erreurs  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{x}_f(t)$  et  $\tilde{f}(t)$  est stable si il existe des matrices symétriques définies positives  $P_1$  et  $P_2$  et matrices  $G_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ , tels que la suivante LMI est vérifier :

$$\begin{bmatrix} A_i^T P_1 + P_1 A_i & E_1 P_2 + P_1 E_1 \\ P_2 E_1^T + E_1^T P_1 & \tilde{A}_i^T P_2 + P_2 \tilde{A}_i - G_i \tilde{C} - \tilde{C}^T G_i^T \end{bmatrix} < 0$$

Les gains de l'observateur (proportionnel intégrale) sont obtenus par :  $\tilde{K}_i = P^{-1} G_i$

### 3.2. Identification multimodèle

L'identification structurelle d'un multimodèle consiste en la détermination de la structure des modèles locaux et la définition des zones de fonctionnement (ou zones de validité) de chaque modèle local. Les modèles locaux peuvent être de différentes structures. On utilise en général des modèles locaux de structure simple, comme par exemple des modèles linéaires.

Cette étape conduit à l'établissement d'une famille de fonctions paramétrée par le vecteur de paramètres  $\underline{\theta}_i$ , définissant la structure du modèle local  $i$ , et le vecteur de paramètres  $\underline{\beta}_i$  caractérisant la zone de validité de ce même modèle local. L'estimation paramétrique consiste à déterminer pour chaque modèle local  $i$  le vecteur de paramètres :

$$\underline{\Theta}_i = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_i^T & \underline{\beta}_i^T \end{bmatrix}^T$$

L'estimation paramétrique (appelée aussi apprentissage) se fait sur la base de l'optimisation (minimisation) d'une fonctionnelle liant les entrées et sorties du système à l'ensemble des paramètres qui caractérisent le modèle. L'estimation des paramètres d'un multimodèle peut se faire suivant le critère d'apprentissage : (les moindres carrés récursifs)

$$J_G = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (y_s(t) - \hat{y}(t))^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[ y_s(t) - \sum_{i=1}^M \omega_i \left( \underline{\zeta}(t), \underline{\beta}_i \right) f_i \left( \underline{\varphi}(t), \underline{\theta}_i \right) \right]^2$$

Afin de simplifié le modèle on a choisi des sous modèles linéaires du type ARX (Auto régressif avec entrée exogène) ayant 3 entrées (système MISO) :

- Débit du liquide  $U_l$  [ton/h]
- Débit du Gaz  $U_g$  [ton/h]
- Concentration du  $\text{CO}_2$  en entrée  $C_{ge}$  [mol%]

Les modèles locaux sont d'ordre 2, ils s'écrivent sous la forme suivante :

$$C_{gsi}(t+1) = A_{i1}C_{gs}(t) + A_{i2}C_{gs}(t-1) + B_iU_l(t) + C_iU_g(t) + D_iC_{ge}(t) + P_i + e_i(t+1) \quad (33)$$

Avec :

$i=1, \dots, M$  : l'indice du modèle local

$C_{gsi}(t+1)$  : la sortie (concentration du  $\text{CO}_2$ ) du modèle local  $i$

$e_i(t+1)$  : bruit blanc gaussien

$A_{i1}, A_{i2}, B_i, C_i, D_i, P_i$  : les paramètres du modèle local  $i$

On a choisi des fonctions d'activations gaussiennes avec comme variable d'indexation  $\xi(t) = C_{gs}(t)$  la sortie du système à l'instant  $t$ .

Les fonctions d'activation auront comme expression :

$$\omega_i(C_{gs}(t), [c_i, \sigma]) = \frac{\exp(-\frac{(C_{gs}(t)-c_i)^2}{2\sigma^2})}{\sum_{i=1}^M \exp(-\frac{(C_{gs}(t)-c_i)^2}{2\sigma^2})}$$

$c_i$  : est le centre de la fonction d'activation;

$\sigma$  : est l'écart type.

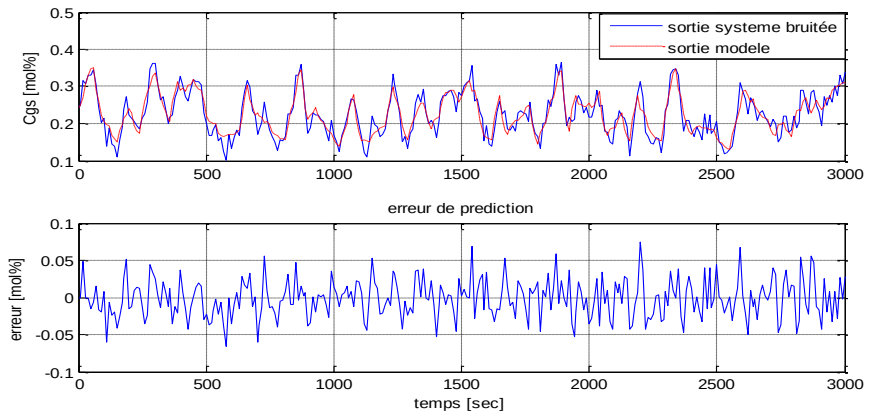


Figure 5. Apprentissage avec la structure ARX

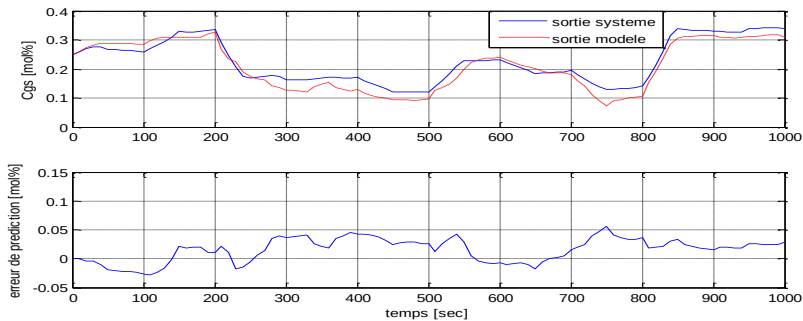


Figure 6. Validation avec la structure ARX

le multimodèle est comme suit:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.4436 & 0.5744 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.4772 & -0.2732 \end{pmatrix}, \quad A_3 =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.8937 & 0.3093 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.5339 & -0.2304 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0006 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0006 \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0006 \end{pmatrix}, B_4 = B = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0006 \end{pmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

### 3.3. Résultats de Simulation

$$E = (1 \quad -1)^T$$

$$D = (0 \quad 0)^T \quad \text{bruit filtré par le SCADA}$$

La résolution de LMI's donne:

$$P_1 = 1.e^{-11} \times \begin{pmatrix} 0.1121 & 0.1002 \\ 0.1002 & 0.1172 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les paramètres du PIO sont en tonnes/heures (t/h) et secondes:

$$K_1 = 4.4912 \text{ t/h} ,$$

$$L_1 = 25.1581 \text{ s}$$

$$K_2 = 4.3986 \text{ t/h} ,$$

$$L_2 = 25.3502 \text{ s}$$

$$K_3 = 0.4918 \text{ t/h} ,$$

$$L_3 = 33.4451 \text{ s}$$

$$K_4 = 7.1873 \text{ t/h} ,$$

$$L_4 = 19.5720 \text{ s}$$

$$S = 1.6667 * 10^3$$

La fonction défaut est  $f(t)$  supposée bornée :

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \text{ s} \\ 0.25, & 0 \text{ s} \leq t < 50 \text{ s} \\ 0.29, & 50 \text{ s} \leq t \leq 150 \text{ s} \end{cases}$$

La fonction défaut estimée  $\hat{f}(t)$  est donnée par:

$$\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\xi(t)) L_i(C_{gs}(t))$$

Les fonctions d'activation sont de type triangulaires.

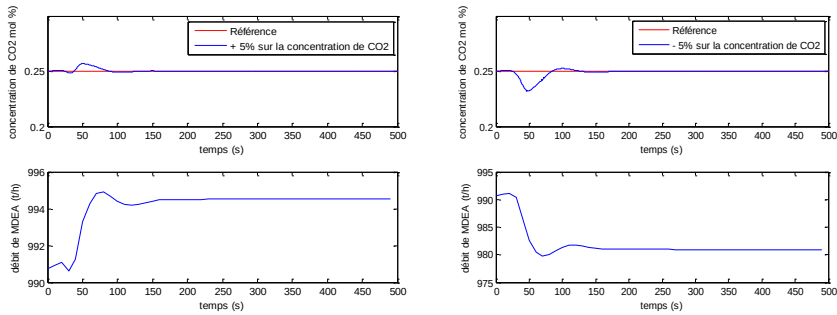


Figure. 7. Concentration de  $\text{CO}_2$  en sortie et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de  $\pm 5\%$  sur la concentration de  $\text{CO}_2$

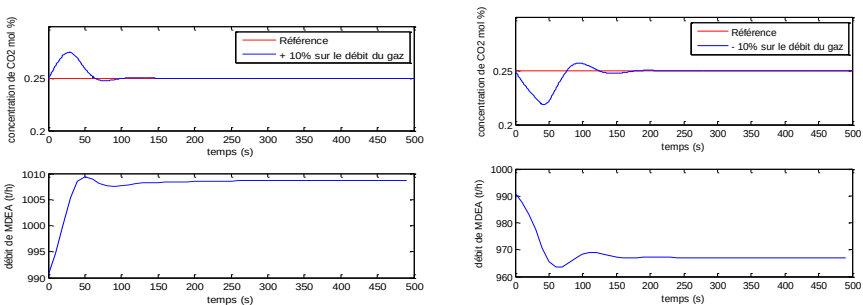


Figure. 8. Concentration du  $\text{CO}_2$  en sortie et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de  $\pm 10\%$  sur le débit de gaz

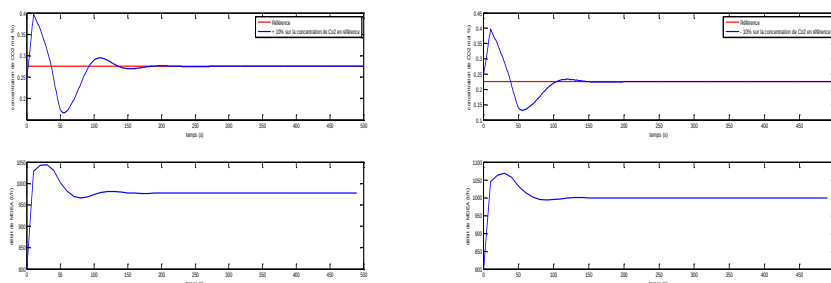


Figure. 9. Concentration du  $\text{CO}_2$  en sortie et débit du liquide de lavage pour un échelon de  $\pm 10\%$  de consigne sur la concentration de  $\text{CO}_2$

### 3.4. Interprétation des résultats :

La commande robuste assure de bonne performance en régulation de la concentration et ce malgré l'apparition de défauts capteurs. Les résultats sont meilleurs qu'une régulation PI classique de la colonne d'absorption industrielle.

## IV. CONCLUSION

Les simulations montrent que nous obtenons des performances satisfaisantes avec notre technique de commande robuste par optimisation LMI et ceci malgré le défaut capteur ; que ce soit en poursuite de consigne ou pour les échelons de perturbation sur la concentration du  $\text{CO}_2$  ou sur le débit de gaz.

## REFERENCES

- [1] E. Rascol, Modélisation des transferts entre phases en présence de réaction chimiques : application à l'absorption réactive de  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{S}$  par mélanges d'alkanolamines". INP Toulouse. 1997.
- [2] C.Roizard and G.Wild, J.C.Charpentier. Absorption avec réaction chimique Techniques de l'ingénieur. 1997.
- [3] J.E. Crosby and L.D. Durbin, Design and application of state variable feedback controller for a packed trickle bed column with carbon dioxide absorption, in Joint Automatic Control Conference, West Lafayette, IN, USA, 1976.
- [4] B. Roffel, Control of processes with a state variable inequality constraint, Automatica, Vol.17, 1976, pp. 19-28.
- [5] M. Darwish and J. Fantin, Stabilization and control of absorber tower chemical

- process, Third IFAC/IFIP/IFORS Conference on System Approach for Development, Rabat, 1980.
- [6] D. Petrovski, A design scheme for multivariable output constrained PI regulators with applications to absorption column, Automatic Control Theory Applications, Vol. 8, 1980, pp. 61-69.
- [7] K. Najim, Modelling and self-adjusting control of an absorption column, International Newspaper of Adaptive Control and Processing Signal, Vol. 5, 1991, pp. 335-345.
- [8] K. Najim and M. Chtourou, Multilevel learning control of an absorption column, Optimal control applications & Methods, Vol. 12, n°3, 1991, pp. 189-195.
- [9] K. Najim and V. Ruiz, Long range predictive control of an absorption packed column, Applied Mathematical Modelling Journal, Vol. 19, n°1, 1995, pp. 39-45.
- [10] R. Idem, M. Wilson, P. Tontiwachwuthikul and A. Chakma, Pilot Plant Studies of the CO<sub>2</sub> Capture Performances of Aqueous MEA and Mixed MEA/MDEA Solvents at the University of Regina CO<sub>2</sub> Capture Technology Development Plant and the Boundary Dam CO<sub>2</sub> Capture Demonstration Plant, Ind. Eng. Chem. Res, Vol. 45, 2006, pp. 2414-242.
- [11] P. Tontiwachwuthikul, A. Meisen and C.J. Lim, CO<sub>2</sub> Absorption by NaOH, MEA and AMP solutions to packed columns, Chemical Engineering Science, vol. 47, n° 2, 1992, pp. 381-391.
- [12] T. Pintola, P.Tontiwachwuthikul and A.Meisen, Simulation of pilot plant and industrial CO<sub>2</sub>-MEA absorbers, Gas separation and purification, Vol. 7, n° 1, 1993, pp. 47-52.
- [13] S. Seddari, Simulation d'une colonne à garnissage d'absorption du CO<sub>2</sub> par une solution aqueuse de monoéthanolamine à 25°C et 40 °C", Thèse de Magister, ENP, Alger, 2004.
- [14] L. Deleye and G.F. Froment, Rigorous simulation and design of columns for gas absorption and chemical reactions packed columns, Comp. Chem. Eng, Vol. 10, n°5, 1986, pp. 493-504.
- [15] P. Trambouze, H.V. Landegheim et J.P. Wauquier, Les réacteurs chimiques, conception/calcul/mise en œuvre, Paris, Technip, 1984, pp. 217-218.
- [16] A. Bedelbayev, T. Greer and B. Lie, Model based control of absorption tower for CO<sub>2</sub> capturing, Telemark University College, Porsgrunn, Norvège, 2008, p. 11
- [17] D. Maquin and J. Ragot, new fault tolerant control strategies for nonlinear takagi sugeno systems Int. J. Appl. Math. Comput. Sci. 2012, Vol 22 No.1, 197-210.
- [18] P. Apkarian, Elements de la théorie de la commande robuste. 2012.
- [19] E. Laroche, Commande robuste. 2010.
- [20] B. Barmish, Necessary and sufficient condition for quadratic stabilizability of an uncertain system. J. Optimization Theory and application, 46(4), Aug. 1985