ASJP Algerian Scientific Journal Platform

- دراسات اقتصادية -

ISSN 2602-7925

https://www.asjp.cerist.dz/en/PresentationRevue/417



المجلد: 20 العدد: 1(2026)

ص781-799

انتقاء المحفظة المالية المثلى في ظل عدم اليقين: نماذج وتطبيقات

Optimal Portfolio Selection Under Uncertainty: Models and Applications

مولاي علي هواري*	قليل محمد الصغير	تسابت عبد الرحمان
جامعة معسكر (الجزائر)	جامعة معسكر (الجزائر)	جامعة معسكر (الجزائر)
houari.moulay@univ-mascara.dz	m.guellil@univ-mascara.dz	Tsabet.abderrahmen@univ-mascara.dz

معلومات المقال

تاريخ الارسال:
2025/06/17

تاريخ القبول:
2025/10/22

الكلمات المفتاحية:
- ✓ المحفظة المثلى:
- ✓ نظرية الهدف المبهم:
- ✓ عدم اليقين:

الملخص:

يهدف المستثمر في السوق المالي الى تحقيق عائد في مقابل أقل مخاطرة، كما هو معروف في ظل اليقين اما الأمر يختلف في ظل تنويع المحفظة الاستثمارية في ظل عدم اليقين سيؤدي الى الحصول على عائد مقبول مقابل اقل مخاطرة بالنظر لظروف أخرى.

وجاءت الدراسة لاختيار أفضل محفظة في السوق المالي الأمريكي –بورصة نيويورك- و باستخدام منهج تطبيقي يأخذ بعين الاعتبار عدم اليقين في تكوين المحفظة المالية الأستثمارية،وهي طريقة برمجة الهدف المبهم ،إضافة الى الاختيار الحصري (XOR)

ومن بين النتائج المتوصل اليها أن المستثمر راضي عن العائد في حدود 80,91 % و عن المخاطرة 99,99 % و يوزع استثماراته على 9 شركات من بين 10 شركات مختارة ضمن هذا السوق و بقيم مختلفة .

Article info

Received
17/06/2025
Accepted
22/10/2025

Keywords:
- ✓ *Optimal Portfolio:*
- ✓ *Fuzzy Goal Programming:*
- ✓ *Uncertainty:*

Abstract :

An investor in the financial market aims to achieve a return with minimal risk, as is typically the case under conditions of certainty. However, under uncertainty, diversifying the investment portfolio can lead to an acceptable return with lower risk, considering other influencing factors.

This study aims to select the optimal portfolio in the U.S. financial market — specifically the New York Stock Exchange — using an applied approach that accounts for uncertainty in the construction of the investment portfolio. The method used is Fuzzy Goal Programming, in addition to the Exclusive OR (XOR) selection technique.

Among the results obtained, it was found that the investor is satisfied with a return level of 80.91% and with a risk level of 99.99%. The investments are distributed among 9 out of 10 selected companies in the market, with varying allocation values.

* المؤلف المرسل

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

. مقدمة:

يجب أن تحتوي مقدمة المقال على تمهيد مناسب للموضوع، ثم طرح لإشكالية البحث ووضع الفرضيات المناسبة، بالإضافة إلى تحديد يلعب الاستثمار دورًا هاما في النشاط الاقتصادي خاصة مع التحولات الحاصلة في العالم اليوم، لذا فإن وسائله و أساليبه تعددت و تنوعت وفقا لرؤية المستثمر و رغباته، و لعّل من أهم هذه الوسائل و الأدوات هو تكوين محفظة استثمارية مثلى **optimum portfolio**. يرتكز الاستثمار في الأوراق المالية على عنصرين هما العائد **return** و المخاطرة **risk** و هو المفهوم الذي جاء به وأسسه **Markowitz** سنة 1652، حيث يشير إلى أن المستثمر ينبغي له النظر في العائد و الخطر معا ومن تم توزيع أمواله بين البدائل الاستثمارية على أساس المبادلة بينهما بناءا على تفضيلاته، رغباته وخبرته. فالمستثمر الرشيد يسعى دائما الى تعظيم العائد وتدنية المخاطرة و هذا قد لا يكون متاحا له لأن الارتفاع في العائد يرافقه ازدياد في مستوى المخاطرة، وفقا لذلك فان المستثمر غالبا ما يواجه هدفين متعارضين **conflicting** يصعب تحقيقهما في آن واحد. بناءا هذا، يمكن اعتبار مشكلة انتقاء المحفظة **Portfolio selection (PS)** مشكلة متعددة المعايير **Multi Criteria Problem**.كما اصبح تحليل اختيار المحفظة لا يخضع لهدفين سابقي الذكر و انما لعوامل اخرى لا تقل اهمية عن الهدفين الأساسين ومن هذه العوامل نذكر السيولة ،فئة الأصول،الأقتصاد الجزئي ،الاقتصاد الكلي مع هذه العوامل يمكن تقديم نموذج اكثر واقعية لمشاكل اختيار المحفظة عن طريق في برمجة الهدف **GP** الذي مزال يستخدم على نطاق واسع في نماذج اختيار المحفظة بالرغم من تعدد مناهجه.

في السنوات الأخيرة تزايد العديد من الانتقادات و فحوى هذا الانتقاد هو ان برمجة الهدف **GP** ي غير قادرة على استيعاب معايير جديدة في ظل تزايد التعقيد في اختيار القرارات الأستثمارية وخاصة في ما تعلق في مواجهة عدم اليقين **uncertainty**، والذي ينشأ من البيانات غير مكتملة ومن المعرفة الناقصة بأحوال السوق. ولهذا كان لابد من تغيير الاتجاه في استعمال طرق أكثر قوة في نمذجة حالات عدم اليقين و الغموض **vagueness** التي تواجه صانع القرار المالي. تعد نظرية المجموعة المبهمة **fuzzy set theory** المقترحة من طرف **Zadeh** سنة 1965 أداة قوية في نمذجة الغموض و الابهام. برهن **Watada (1997)** في أن نموذج المقترح من طرف **Markowitz(1952)** في إنقاء المحفظة المالية يواجه صعوبة و في حالة عدم قدرة متخذ القرار على إعطاء القيمة المستهدفة لأهدافه بشكل واضح وصريح. كما وضح **Perez et al. (2007)** أن معظم مشكل انتقاء المحفظة المالية تتميز بالغموض **imprecision** والابهام **vagueness** الناتج عن البيانات المستعملة، حيث إقترح نموذج ذو ثلاثة مراحل **three-stage model** للتخفيف من هذه المشكلة. إلى غير ذالك من الاعمال التي حاولت معالجة الابهام والغموض الذي يسيطر على مشكلة انتقاء المحفظة المالية. يمكن أن نجد من بين هذه الأعمال: **(Inuiguchi and Ramik., 2000 ; Parra et al., 2001 ; Allen et al., 2003)** .

الإشكالية:

كيف يتم تكوين المحفظة المثلى في ظل عدم اليقين؟

ويمكن طرح الأسئلة التالية:

-ما مدى رضا المستثمر على المخاطر و العائد في ظل عدم اليقين ؟

- هل يوزع المستثمر كل استثمارته على بعض الشركات ام يعتمد على التنويع ؟

أهمية البحث :تبرز اهمية البحث من خلال تطرقه الى اهم مجالات النظرية المالية و المتمثلة في اختيار المحفظة المالية المثلى في ظل عدم اليقين.وكيفية تطبيق الطرق العلمية في اختيار القرار المناسب عن طريق أستخدام البرمجة بالأهداف المبهة و التي تعتبر من بين الأساليب العلمية .

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

أهداف البحث:

بناء و اختيار المحفظة المثلى في ظل عدم اليقين من خلال نموذج الهدف المبهم.

تحديد خصائص المحفظة المثلى

كيفية مساهمة الأساليب والنماذج الكمية في تحقيق أهداف المستثمرين من خلال النماذج المختلفة للبرمجة بالأهداف.

2. مراجعة الأدبيات :

-دراسة **Agarwal, S. (2013).** :يشير النمو السريع لأدبيات حول اختيار المحفظة الى الاهتمام الواسع النطاق بين الأوساط الأكاديمية ،وهذا التزايد راجع الى اعمال هاري ماركيوتز وويليام شارب و الذين قدمو مساهمات كبيرة عبر السنين في ظل محاولة المستثمرين ادارة هدف تحقيق عوائد مع تدنية المخاطر و هذا ما هدفت اليه الدراسة من خلال البحث عن معايير تساعد المستثمرين على الاختيار الأمثل للمحفظة و بالتالي توفر الأساس المنطقي الذي يبني عليه المستثمر قراره في الحصول على المحفظة مرضية ضمن المحافظ الأخرى .

الهدف الأساسي لهذه الورقة البحثية هو اقتراح معايير متعددة لأختيار المحفظة المثلى في ظل اليقين او عدم اليقين من خلال استخدام نموذج برمجة الهدف ،ومن بين النتائج المتوصل اليها انه توجد عوامل أخرى وهي توقيت المحفظة ،الأمان المتأتي من المحفظة ،دورة حياة المحفظة و جاءت الدراسة على بيانات شهرية و سنوية ل 11 عاما لبورصة الأوراق المالية لبورصة بومباي بالهند.[1]

– دراسة **Steuer, R. E. (2018).** :جاءت هذه الورقة البحثية من اجل مراجعة الأوراق البحثية التي تم نشرها و التي طبقت اساليب برمجة الهدف من اجل معالجة المشاكل في اختيار المحفظة عن طريق المتوسط–التباين و البحث عن منهجيات و التي تسمح بحل المشكلة في سياق المعايير المتعددة .

ومن بين النتائج المتوصل اليها أن هناك نماذج أخرى يتم تطبيقها و التي تتطلب معايير اخرى منها عدم اليقين و عدم الاكتفاء بحالة اليقين.[2]

– تهدف دراسة **Ziemba, W. T. (1999).** الى البحث عن اسباب جاذبية مشاكل التمويل للباحثين في بحوث العمليات ومن بين استخدام بحوث العلميات هو في اختيار المحفظة المالية عن طريق النماذج المختلفة الخاصة ببحوث عمليات ،وتوصلت الورقة البحثية الى ان بحوث العمليت ا لايزال يستخدم في البحث عن اختيار المحفظة المثلى مع العديد من النماذج المختلفة و في ظل متغيرات جديدة منها عدم اليقين.[3]

– الهدف من الورقة البحثية ل **Azmi, R., & Tamiz, M. (2010).** هو مراجعة مختصرة لتطبيق برمجة الهدف **GP** و التي تعتبر الطريقة الأكثر استخداما على نطاق واسع في مجال اختبار المتعدد المعايير لمحفظة الأوراق المالية .

ومن بين النتائج المتوصل اليها برمجة الهدف عبارة عن نموذج جيد لتحديد المحفظة المثلى و في الأونة الأخيرة تطور استخدمه في ظل التغيرات الحديثة منها معايير عدم اليقين ،او ما يعرف ببرمجة الهدف المبهمة.[4]

-تهدف هذه الورقة البحثية ل **Tamiz, M., & Azmi, R. A. (2019).** الى الحديث عن نموذج برمجة الهدف المرجح**(WGP)**،حيث يرى الباحث ان تم تطوير العديد من النماذج لأختيار المحفظة المثلى أخذا بعين الأعتبار العديد من العوامل دون الأكتفاء ب العائد –المخاطرة .

ومن بين النتائج المتوصل اليها :يجب استخدام العوامل الموسعة لمشكلة أختيار المحفظة من اجل تلبية تفضيلات متخذ القرار ،ومن بين أحسن النماذج التي اوي بها الباحث أيضا هو نموذج برمجة الهدف المبهمة و التي تأخذ بعين الأعتبار متغير عدم اليقين.5

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

– تهدف دراسة **Yaghoobi, M. A., Jones, D. F., & Tamiz, M. (2008** الى التعرف على نماذج اتخاذ القرار ذات المعاييرالمتعددة ،ومنها برمجة الأهداف المبهمة و تركز الورقة البحثية على النماذج المصافة و الحديثة لبرمجة الهدف و و يشرح النقص الموجود في بعضها البعض و يقترح التصحيحات اللازمة في كل نموذج مع تقديم امثلة عن كل نموذج .

ومن بين النتائج المتوصل اليها انه عند محاولة تحديد المحفظة المثلى يجب الأخذ بعين الأعتبار كل المعطيات و خاصة معيارعدم اليقين و هذا ما يعرف ببرمجة الهدف المبهم.[6]

3. انتقاء المحفظة في ظل اليقين

1.3 نموذج البرمجة التربيعية في اختيار المحفظة :

اقترح **Markowitz(1952)** أول صياغة أحادية المعيار لمشكلة انتقاء المحفظة قبل اشتقاق النموذج البرمجة التربيعية للمحفظة المالية المثلى فانه لابد الى الأشارة الى اهم الافتراضات التي يستند عليها النموذج عند استخدامه في تحديد المحفظة المالية المثلى كمايلي:[7]

–تتميز الأسواق المالية بالمنافسة التامة و عدم وجود عمولات.

–لا يوجد بيع على المكشوف

–تتوفر السوق على عدد كاف من الأصول المالية، كما لا يوجد قيود على البيع و الشراء للأصول المالية المختلفة

و البديهي ان كل مستثمر له الأخذ بعين الاعتبار معيارين متعارضين في ان واحد وهما معيار العائد المتوقع ومعيار المخاطرة. حيث يحاول هذا النموذج اقامة التوازن بين معياري تعظيم العائد وتدنية مخاطر الاستثمار. يتم حساب العائد عن طريق المتوسط **mean** أما المخاطر يتم حسابها عن طريق التباين **variance**.

و سنتطرق الى حالة التدنية لأنها الحالة الأصلية لنموذج البرمجة التربيعية عند تطبيقها على محفظة الأوراق المالية وذلك ان **Markowitz** افترض في نظريته بأن الأفراد يكرهون المخاطرة وبالتالي فان كل مستثمر سيبحث عن المحفظة التي تحقق له أدني مخاطرة ممكنة، والشكل الرياضي للنموذج كالتالي:[8]

$$\boldsymbol{Min} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i \sigma_{ij} x_j$$

$$\boldsymbol{subject\ to}$$

$$\sum_{j=1}^{n} R_j X_j \geq D$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = 1$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

حيث

σ_{ij} تمثل التباين بين الأصل المالي i و j.

x_j تمثل نسبة ماستثمر في الأصل المالي i.

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

x_j تمثل نسبة مايستثمر في الأصل المالي j.

n تمثل عدد أصول المحفظة المالية.

R_j تمثل عائد عدد j أصل.

D تمثل مستوى العائد المرغوب فيه.

حيث يتضمن نموذج المحفظة ثلاث قيود: وهي

الحد الأدنى من العائد المتوقع من المحفظة الذي يرغب المستثمر بتحقيقه و يأخذ الصيغة التالية :

$$\sum_{j=1}^{n} R_j X_j \geq D$$

يحدد شرط استثمار المبلغ بأكمله ويكون وفق الصيغة الأتية:

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = 1$$

3-شرط عدم السلبية ويكون كما يلي:

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

من الملاحظ ان دالة الهدف لهذا النموذج هي من الشكل التربيعي **quadratic** بينما القيود هي خطية. اذن، بحل هذا النموذج نتمكن من الحصول على الحد الكفء للمحافظ **frontier of portfolios Efficient** التي سيتم اختيارها متخذ القرار بناءا على تفضيلاته وميوله اتجاه معيار العائد والخطر. تعرف هذه الطريقة في الادب الاقتصادي بطريق العائد الخطر **mean-variance**.

2-3 نموذج برمجة الهدف كأدات فعالة في إنتقاء المحفضة المالية المثلى[9]

أنتجت النظرية المالية **Finance theory** إثر العمل المقدم من طرف **Markowitz (1952)** العديد من الطرق و النماذج التي تحاول تقديم بعض التوضيحات و التفسيرات في بيئة القرارات المالية. من بين هذه التقنيات، نموذج برمجة الهدف **Goal Programming (GP)** الذي يعد أحد أشهر و اقدم النماذج المستعملة في معالجة مشكل إنتقاء المحفظة المالية. يحاول نموذج برمجة الهدف **GP** في ضل انتقاء المحفظة تدنية الانحرافات الموجبة والسالبة بين معايير المحفظة وقيمها المستهدفة. كان أول ظهور لنموذج برمج الهدف سنة 1961 على يد الباحثان **Charnes & Cooper (1961)** في صيغته الخطية و الذي من خلاله ادخل متغيرات الأنحرافات على نموذج البرمجة بالأهداف لتخضع فيما بعد للعديد من التطورات على يد كل من الباحثين **Ijiri (1965)** و الذي تحدث عن البرمجة بالأهداف ذات الأولوية ،و ايضا ، **Lee (1972)**، كما حاول **Ignizio (1976, 1985)** شرح نموذج البرمجة بالأهداف من خلال طرح العديد من المقالات و **Romero (1991)**، كذلك من الأعمال المميزة نجد الكتاب الذي حقق نجاحا كبيرا للباحثين **Jones & Tamiz (2010)** و الذي اصبح مرجعا مهما اذا يعد هذا العمل في الحقيقة نتاج علمي لسنين من البحوث والأعمال فهو من أفضل الأعمال التي تطرقت لنموذج برمجة الهدف ومختلف امتداداته فهو كتاب شامل لكل ما يحتاجه الدّارس في نموذج برمجة الهدف .

حيث يعرف **(belaid aouni)** نموذج البرمجة بالأهداف على انه النموذج الذي يؤخذ بعين الاعتبار مجموعة من الأهداف دفعة واحدة ،ويتم اختيار الحل الأمثل من بين الحلول الممكنة .[10]

وايضا يرى ان البرمجة بالأهداف يمكن اعتبارها كفرع من امثليه متعددة الأهداف التي هي لحد ذاتها جزء من تحليل القرار متعدد المعايير و هي واحدة من اقدم تقنيات صنع القرار متعدد المعايير المستخدمة في الاستفادة المثلى من اهداف موضوعية متعددة عن طريق التقليل من الانحراف عن كل هدف من الأهداف المرغوبة.[11]

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

عمليا إن الغرض الأساسي لنموذج برمجة الهدف هو تدنية الانحرافات بين القيم المستهدفة وما هو قابل للإنجاز فعليا لهذه الأهداف. بمعنى آخر تدنية الانحرافات غير المرغوب فيها. إن عملية التدنية تتم بعدة طرق وكل طريقة تؤدي إلى نوع مختلف من نماذج برمجة الهدف. فيما يلي سنذكر النماذج الأساسية لبرمجة الهدف.

برمجة الهدف في شكله المعياري:

من بين الذين ساهموا في صياغة هذا النموذج هما **charnes and al 1955** و **coopper and charnes 1961**

كما يمكن الصياغة كما يلي :[12]

$$min(Z) = \sum_{i=1}^{P} (\delta_i^+ + \delta_i^-)$$

$$subject\ to \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_j - \delta_i^+ + \delta_i^- = g_i \\ C_x \leq C \\ X_j \geq 0 \\ \delta_i^+ et \delta_i^- \geq 0 \end{cases}$$

حيث ان :

g_i: القيمة المستهدفة المراد الوصول اليها للهدف رقم **i (i=1,2,3….p)** .

X_j : يمثل متغير القرار بحيث ان **(j=1,2,3….n)**

a_{ij}: معامل مساهمة متغير القرار في تحقيق القيمة المستهدفة .

C_x:مصفوفة المعاملات المتعلقة بقيود النموذج .

C:شعاع الموارد المتاحة

δ_i^+:الانحراف الموجب المتعلق بالهدف الذي يعكس مقدار الزيادة في انجاز القيمة المستهدفة.

δ_i^-: الانحراف السالب المتعلق بالهدف الذي يعكس مقدار العجز عن انجاز القيمة المستهدفة.

مع العلم ان جداء الانحرافات الموجبة و السالبة $(\delta_i^- * \delta_i^+)$ يكون معدوما ، لان الانحرافين δ_i^+ و δ_i^- لا يمكن ان نصل الى قيمة اكبر من الهدف و اصغر منه في ان واحد .

وفقا للشكل المعياري لنموذج البرمجة بالأهداف فانه يجب تحديد كيفية حساب وضع الانحرافات الموجبة و السالبة بالنسبة للدالة الاقتصادية، أي الانحراف الذي يظهر في الدالة الاقتصادية ،ويمكن تلخيصها في الجدول التالي :[13]

جدول رقم (1):تحديد الانحرافات في الدالة الاقتصادية

نوع القيد	المعادلة التي ياخذها القيد	الانحراف الذي يظهر في الدالة الاقتصادية
$f_i(x) \leq g_i$	$f_i(x) - \delta_i^+ + \delta_i^- = g_i$	δ_i^+
$f_i(x) \geq g_i$	$f_i(x) - \delta_i^+ + \delta_i^- = g_i$	δ_i^-
$f_i(x) = g_i$	$f_i(x) - \delta_i^+ + \delta_i^- = g_i$	$\delta_i^- + \delta_i^+$

المصدر: مبرك إبراهيم،(2019)،ص68.

حيث انه:

-اذا أراد متخذ القرار الحصول على قيمة الهدف g_i او اقل منه ، فانه عليه تدنية الانحرافات الموجبة δ_i^+ فقط .

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

–اما اذا أراد متخذ القرار الحصول على قيمة الهدف g_i او اكثر منه ، فانه عليه تدنية الانحرافات السالبة δ_i^- فقط .

–اما اذا أراد متخذ القرار الحصول على قيمة الهدف g_i بالتحديد ، فان عليه تدنية الانحرافات الموجبة و السالبة معا $\delta_i^- + \delta_i^+$.

3.3 نموذج برمجة الهدف المرجح Weighted goal programming (WGP)

شهد نموذج برمجة الهدف منذ ظهوره سنة 1961 العديد من الامتدادات والتطورات وهذا لمواجهة وحل مختلف المشاكل التي تواجه المدراء وصناع السياسات.،لكنه لم يستمر من خلال ظهور مجموعة من الملاحظات من بعض الباحثين ،منها عدم اهتمامه لأفضليات متخذ القرار اضافة الى ما تعلق بعدم امكانية تطبيقه في جميع الحالات ،لذلك سعى **cooper et charnes 1977** عن طريق تقديم نموذج أخر بعد النموذج المعياري و هو نموذج برمجة الهدف المرجح **(WGP)**.[14]

أحد هذه النماذج والذي يعتبر من أقدم النماذج وأشهرها لكونه بسيط الطرح وتسهل نمذجة المشاكل القرار بواسطته. ما يمكن أن نميزه في هذا النموذج هو احتواءه على أوزان **Weight** ترفق بالانحرافات الموجبة والسالبة في دالة الإنجاز. تعبر هذه الأوزان عن الأهمية النسبية **relative importance** للأهداف بالنسبة لمتخذ القرار. الشكل الجبري للنموذج برمجة الهدف المرجح كالتالي:[15]

$$\text{WGP}\begin{cases} min(Z) = \sum_{i=1}^{P}(w_i^+\delta_i^+ + w_i^-\delta_i^-) \\ subject\ to \begin{cases} \sum a_{ij}x_j - \delta_i^+ + \delta_i^- = b_i \\ c_x \le c \\ x_i \le 0 \quad (j = 1,2,3\ldots n) \\ \delta_i^+ et \delta_i^- \ge 0 \quad (i = 1,2,3\ldots p) \end{cases} \end{cases}$$

و بالتالي تعد البرمجة بالأهداف المعيارية حالة خاصة من البرمجة بالأهداف المرجحة (**wi+=wj-=1**).

حيث :

w_i^- :معامل الأهمية المرتبطة بالانحراف السالب δ_i^- .

w_i^+ : معامل الأهمية المرتبطة بالانحراف الموجب δ_i^+ .

وحسب **Martel et Aoumi** كلما كانت النسبة المئوية ل w_i اكبر، صغر الانحراف المتعلق بالقيد **i** .[16]

3. 4 برمجة الهدف الكسيكوغرافية Lexicographic Goal Programming

أول من إقترح نموذج برمجة الهدف اللكسيكوغرافي **Lexicographic Goal Programming (LGP)** هما الباحثان **Charnes & Cooper (1961)** ليخضع فيما بعد للعديد من التنقيحات والتعديلات بواسطة كل من أعمال **Ijiri (1965)**، (**Lee (1972** و **Ignizio (1976)**. يفترض نموذج **LGP** أن صانع القرار قادر على ترتيب كل أهدافه بوضوح من حيث درجة أولوياتها. بمعنى آخر هو على دراية من هو الهدف الذي يأخذ المرتبة الأولى من حيث الأهمية ثم من هو الهدف الذي يليه في الترتيب وهكذا. العديد من الباحثين يُعبِرون عن هذه الحالة بالرمز التالي **l2** <<< **l1** معناه المستوى الأول أفضل ومقدم على المستوى الثاني. إن الخاصية المميزة لنموذج لبرمجة الهدف اللكسيكوغرافي **LGP** هو وجود عدد من مستويات الأولوية **priority levels** يحتوي كل مستوى من مستويات الأولوية معادلة من المتغيرات الإنحرافية الثانوية غير المرغوب فيها الواجب تدنيتها تعرف بـ $l(\delta_1^+ , \delta_1^-)$ يمكن التعبير عن الصيغة الجبرية للنموذج **LGP** كالتالي:[17]

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

$$LGP\begin{cases} MinZ = [l_1(\delta_1^+, \delta_1^-), l_2(\delta_2^+, \delta_2^-), \ldots\ldots l_k(\delta_k^+, \delta_k^-)] \\ subject\ to \begin{cases} \sum a_{ij}x_j - \delta_i^+ + \delta_i^- = b_i \quad (i = 1,2,3\ldots p) \\ c_x \le c \\ \delta_i^+, \delta_i^-, x_j \ge 0 \quad (i = 1,2,3\ldots p)\ ;\ (j = 1,2,3\ldots.) \end{cases} \\ l_1 >> l_2 >> \ldots\ldots >> l_k \end{cases}$$

هذا النموذج يتكون من : **K** مستوى أولوية وتكون مرتبة من الأهم الى الأقل أهمية .

P عدد القيود المتعلقة بالأهداف.

n عدد متغيرات القرار .

l تمثل دالة محتوى مستوى الأولوية

كما يجب ان يكون عدد مستويات الأولوية **K** اقل او يساوي عدد الأهداف **p**

إن جوهر الأساسي لنموذج برمجة الهدف اللكسيكوغرافي **LGP** هو التدنية اللكسيكوغرافية لدالة الانجاز **achievement function**. وهي تلك العملية التي تقوم بتدنية متغيرات الإنحرافية المعينة في المستوى الأولوية الأعلى والتي تعتبر أكثر أهمية من المتغيرات الإنحرافية الموجودة في المستويات الدنيا مع المحافظة على القيم الدنيا المحققة والمنجزة في الأولويات العليا. بمعنى آخر يتم إدراج المتغيرات الانحرافية الواجب تدنيتها للأهداف ذات الأولوية الأولى ثم نقوم بعملية الحل، نحتفظ بالحلول الناتجة عن الأولوية الأولى وندرجها ضمن معادلات القيود في عملية حل الأولوية الثانية وهكذا إلى أن ننتهي من عملية حل المشكلة كلها. ينتج عن هذه العملية سلسلة من التدنيات التي كل منها له دور في اختزال وحصر منطقة الحلول **feasible region** وهذا لتحقيق الأمثلية للمستوى الأولوية الأعلى.

5.3 برمجة الهدف MinMax goal programming /MinMax

يعتبر نموذج برمجة الهدف **Minmax** شبيها بنموذج برمجة الهدف المرجح **WGP** بإستثناء دالة الإنجاز التي تقوم بتدنية أعظم إنحراف من بين جميع الإنحرافات. قُدم هذا النموذج لأول مرة من طرف الباحث **Flavell** سنة **1976**. يمكن بسهولة نمذجة هذا النوع من برمجة الهدف وذلك بإنشاء متغير جديد لنسميه مثلا **Max** أو **D** بحيث يكون أكبر من أو يساوي جميع الإنحرافات التي سيتم تدنيتها. وفي الأخير يتم إدراجه في دالة الإنجاز ليتم تدنيته. الشكل الجبري للنموذج **Minmax GP** كالتالي:[18]

$$MinZ = D$$
$$subject\ to \begin{cases} f_i(x) + \delta_i^- + \delta_i^+ = g_i \\ W_i^-\delta_i^- + W_i^+\delta_i^+ \le D \\ x \in X \\ \delta_i^-, \delta_i^+, D \ge 0. (i = 1,2,3,\ldots k) \end{cases}$$

حيث :

D: يعبر عن قيمة ادنى انحراف اعظمي متحصل عليه .

في هذا النموذج يحاول متخذ القرار تحقيق أفضل ميزان بين مجموع الأهداف المنجزة على غرار النماذج الأخرى مثل **lexicographic approach** التي تتعمد إعطاء أولويات لبعض الأهداف على أخرى، أو برمجة الأهداف المرجحة **weighted approach** التي تقوم بوضع تفضيلات نسبية بين الأهداف لتكوين دالة الهدف، وهذا أحيانا على حساب قيم سيئة للأهداف الأخرى. يعتبر نموذج **Minmax GP** الوحيدة القادر على إيجاد الحلول المثلى بعيدة عن النقاط الحرجة في فضاء القرار **decision space**. وهذا عكس النماذج الأخرى المرجح (**WGP**) واللكسيكوغرافي (**LGP**) التي تتواجد حلولها في النقاط الحرجة (تقاطعات الأهداف، القيود).

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

4.انتقاء المحفظة في ضل عدم اليقين

يقول الفيلسوف الروماني **Seneca** لاشيء مؤكد بإستثناء الماضي " **Nothing is certain except the past** ".فطالما كانت الحيرة، عدم التأكد و اللاّيقين **Uncertainty** هاجسا أمام متخذ القرار، فنحن نقر بذلك ضمنيا و بشكل صريح في مختلف تصريحاتنا. عولجت مشاكل عدم اليقين ضمن عدة نظريات مثلا كنظرية الاحتمالات **probability theory** أو نظرية المجموعات المبهمة **fuzzy theory set** هذه الأخيرة لاقت شهرة كبيرة بالمقارنة بمثيلاتها من النظريات. يجب الإشارة أن هنالك نظريات أخرى تعالج حالات عدم اليقين مثل نظرية المجموعات التقريبية **rough sets** [19] .

تعتبر الأهداف **goals** و القيود **constraints** في النموذج القياسي لبرمجة الهدف **(GP)** دقيقة، واضحة **precise** وحتمية **deterministic** لايشوبها أي غموض **fuzziness**. لاكن في الحقيقة عند سؤال متخذ القرار **Decision Making (DM)** ماهي القيم المستهدفة المطلوب تحقيقها لأهدافه ستواجهه صعوبات في تحديد هذه القيم بدقة فهي إحدى العوائق الصعبة التي تواجهه في برمجة الهدف وتعد مهمة عسيرة بالنسبة له [20] فعمليا وعلى أرض الواقع يوجد الكثير من حالات إتخاذ القرار أين يكون متخذ القرار غير قادر على تأسيس ووضع قيم الهدف بشكل واضح ودقيق وهذا نظرا لتضارب وتعارض المصالح، إنعدام المعلومات الكاملة أو عدم توفرها بشكل كافي. في السنوات القليلة الماضية ظهرت نماذج تحاول معالجة هذا النوع من المشاكل. يعد نموذج برمجة الهدف المبهم **Fuzzy goal programming (FGP)** أحد هذه النماج،بعد نشر الباحثان **Bellman and Zadeh** عملهما المميز سنة 1970 بعنوان " **decision making in a fuzzy environments**" توالت العديد من الأعمال المميّزة التي وَجَّهت لِدراسة علم اتخاذ القرار المبهم متعدد المعايير **Fuzzy Multi-Criteria Decision Making (FMCDM)** ولعل من أشهر هذه الأعمال **Lai and Hwang (1994)**، **Zimmermann (1978)**، **Sakawa (1993)**، **Chen and Hwang (1992)** [21] .

4. 1. دوال الانتماء membership function

تكمن قوة النظرية الضبابية في دالة الانتماء **membership function** حيث تقوم هذه الدالة بنمذجة درجة انتماء عنصر إلى صفة ما. تُعَرَّف دالة الانتماء بالمجال $[0,1]$ فيأخذ هذا العنصر القيمة واحد عندما ينتمي كليا إلى الصفة ما ويأخذ القيمة صفر عندما لا ينتمي لتلك الصفة وبقية القيم المحصورة بين الصفر و الواحد هي عبارة عن انتماء جزئي لهذه الصفة **partial membership**.[22] يمكن أن تجد فكرة الإبهام أو الغموض **fuzziness** في أي مكان من حياتنا اليومية. اكتسح المنطق المبهم كل العلوم سواءا التطبيقية أو النظرية و أصبح من الأدوات النمذجة المهمة في الأنظمة المعقدة التي يسيطر عليها البشر.[23]

كما سبق وأن أشرنا، تعتبر الأهداف في الصيغة العامة لنموذج البرمجة الهدف واضحة ومعروفة لايشوبها أي غموض. لاكن في الحقيقة و على أرض الواقع هناك الكثير من الحالات أي تكون هذه الأهداف مبهمة وغامضة وعلى هذا الأساس تعتبر نظرية المجموعة المبهمة **fuzzy set theory** المقترحة من طرف زاده **Zadeh** سنة 1965 أداة فعالة للتعامل مع مثل هذه الحالات. يتعلق هذا الغموض في نموذج برمجة الهدف بالقمة المستهدفة **bi** لكن يمكن أن يتعلق بسمات أخرى لبرمجة الهدف مثلا تركيب الأولوية. بصفة عامة أي هدف ذو قيمة مستهدفة مبهمة وغامضة يمكن اعتباره كهدف مبهم. هناك العديد من الإمكانيات لقياس الغموض **fuzziness** الدائر حول القيم المستهدفة، كل واحد من هذه الإمكانية يؤدي إلى دالة انتماء **membership function** مبهمة مختلفة. إن الدور الأساسي لدوال الانتماء هو نمذجة الانخفاض في حالات عدم الرضى بحيث في الحالة الكلية للرضى تأخذ دالة الانتماء القيمة الواحد (1) أما في حالة عدم الرضى الكلي تأخذ دالة الانتماء القيمة الصفر(0) و القيم المحصورة بين الصفر و الواحد هي عبارة عن انتماء جزئي لحالة الرضا[24] .

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

الصيغة الجبرية و الرياضية لأشهر دوال الانتماء الخطية الشائعة في حل مشاكل العالم الواقعية ،بصفة عامة أي هدف ذو قيمة مستهدفة مبهمة وغامضة يمكن إعتباره كهدف مبهم. يمكن إجمال الحالات الشائعة للأهداف المبهمة وفق الصياغة التالية :[25]

OPTIMAZE

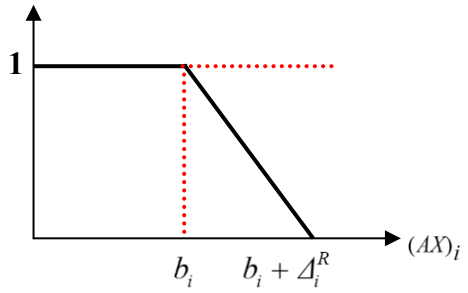
$$
\begin{aligned}
(AX)_i &\tilde{\leq} b_i && i = 1,\ldots,i_0 \\
(AX)_i &\tilde{\geq} b_i && i = i_0+1,\ldots,j_0 \\
(AX)_i &\cong b_i && i = j_0+1,\ldots,k_0 \\
(AX)_i &\tilde{\in} \left[b_i^l, b_i^u\right] && i = k_0+1,\ldots,K \\
X &\in C_s
\end{aligned}
$$

OPT يعني هذا الرمز إيجاد القرار الأمثل **x** الذي يرضي قدر المستطاع كل الأهداف المبهمة.

" $\sim$ " يدل هذا الرمز على أن الهدف يوجد في حالة غير دقيقة **imprecise**، ضبابية **fuzziness** بناءا على الطرح اللغوي. مثلا كان تقول سيكون الربح تقريبا أكبر من القيمة 700 ون.

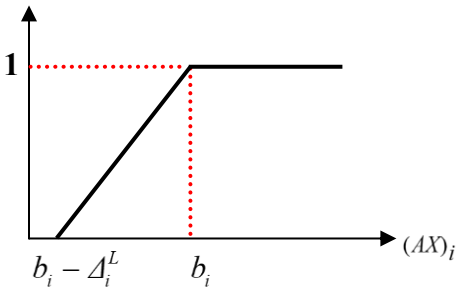
$\tilde{\leq}, \cong$ و $\tilde{\in}$ هذه الرموز تعد من سمات النظرية المبهمة، فهي تشير الى الحالة التقريبية التي توجد فيها هذه الأهداف (أصغر تقريبا من، أكبر تقريبا من، يساوي تقريبا، تنتمي تقريبا بين).

الشكل رقم: 1 يمثل دالة الانتماء اليمنى



$$
\mu(AX)_i = \begin{cases} 1 & (AX)_i \leq b_i \\ 1 - \dfrac{(AX)_i - b_i}{\Delta_i^R} & b_i \leq (AX)_i \leq b_i + \Delta_i^R \\ 0 & (AX)_i \geq b_i + \Delta_i^R \end{cases} \qquad i = 1,\ldots,i_0
$$

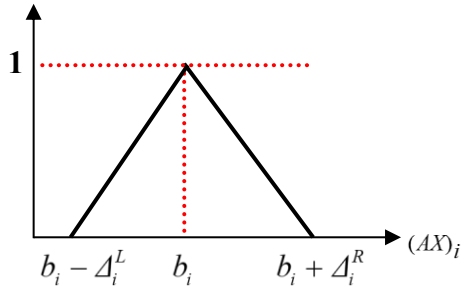
الشكل رقم: 2 يمثل دالة الانتماء اليسرى



Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

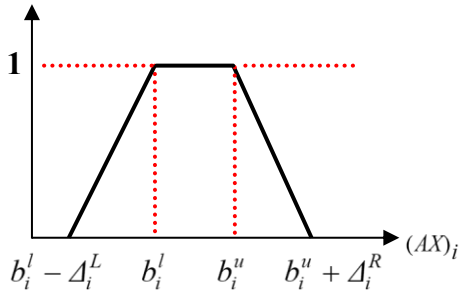
$$\mu(AX)_i = \begin{cases} 1 & (AX)_i \geq b_i \\ 1 - \dfrac{b_i - (AX)_i}{\Delta_i^L} & b_i - \Delta_i^L \leq (AX)_i \leq b_i \\ 0 & (AX)_i \leq b_i - \Delta_i^L \end{cases} \qquad i = i_0 + 1, \ldots, j_0$$

الشكل رقم 3 يمثل دالة الانتماء المثلثية



$$\mu(AX)_i = \begin{cases} 0 & (AX)_i \leq b_i - \Delta_i^L \\ 1 - \dfrac{b_i - (AX)_i}{\Delta_i^L} & b_i - \Delta_i^L \leq (AX)_i \leq b_i \\ 1 - \dfrac{(AX)_i - b_i}{\Delta_i^R} & b_i \leq (AX)_i \leq b_i + \Delta_i^R \\ 0 & (AX)_i \geq b_i + \Delta_i^R \end{cases} \qquad i = j_0 + 1, \ldots, k_0$$

الشكل رقم 4 يمثل دالة الانتماء الرباعية



$$\mu(AX)_i = \begin{cases} 0 & (AX)_i \leq b_i^l - \Delta_i^L \\ 1 - \dfrac{b_i^l - (AX)_i}{\Delta_i^L} & b_i^l - \Delta_i^L \leq (AX)_i \leq b_i^l \\ 1 & b_i^l \leq (AX) \leq b_i^u \\ 1 - \dfrac{(AX)_i - b_i^u}{\Delta_i^R} & b_i^u \leq (AX)_i \leq b_i^u + \Delta_i^R \\ 0 & (AX)_i \geq b_i^u + \Delta_i^R \end{cases} \qquad i = k_0 + 1, \ldots, K$$

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

2-4 برمجة الهدف المبهم:

أقترحت العديد من النماذج لحل برمجة الهدف المبهمة لاكن في كل مرة كانت تنتقد هذه النماذج سوآءا من الناحية الحسابية للنموذج أعني عدم قدرته على اعطاء نتائج جيدة عند الحل أو من حيث اقتصاره على نوع معين من دوال الانتماء إلى غير ذالك النقائص. توالت البحوث والجهود على نموذج يكون شاملا في حله لمختلف المشاكل التي تكتسي طابع الغموض. يعد النموذج المقترح من طرف Yaghoobi et al. (2008) وزملاءه الأكثر حداثة و الأكثر شمولية في حل مشاكل برمجة الهدف المبهمة مستعملا بذاك أشهر دوال الانتماء و أكثرها توافقا مع الحالات الشائعة في العالم الحقيقي[26] و الصياغة الرياضية لهذا النموذج كالتالي:

$$Min\ \ a=\sum_{i=1}^{i_0} w_i \frac{p_i}{\Delta_i^R}+\sum_{i=i_0+1}^{j_0} w_i \frac{n_i}{\Delta_i^L}+\sum_{i=j_o+1}^{K} w_i\left(\frac{n_i}{\Delta_i^L}+\frac{p_i}{\Delta_i^R}\right)$$

s.t.

$$\begin{aligned}
(AX)_i - p_i &\le b_i && i=1,\dots,i_o\\
\mu_i+\frac{p_i}{\Delta_i^R} &= 1 && i=1,\dots,i_o\\
(AX)_i + n_i &\ge b_i && i=i_0+1,\dots,j_o\\
\mu_i+\frac{n_i}{\Delta_i^L} &= 1 && i=i_0+1,\dots,j_o\\
(AX)_i + n_i - p_i &= b_i && i=j_0+1,\dots,k_o\\
\mu_i+\frac{n_i}{\Delta_i^L}+\frac{p_i}{\Delta_i^R} &= 1 && i=j_0+1,\dots,K\\
(AX)_i - p_i &\le b_i^u && i=k_0+1,\dots,K\\
(AX)_i + n_i &\ge b_i^l && i=k_0+1,\dots,K\\
\mu_i, n_i, p_i &\ge 0 && i=1,\dots,K\\
X &\in C_s
\end{aligned}$$

حيث تمثل v_q و u_q الأوزان التفضيلية لـ q هدف مبهم؛ μ_q متغير يعبر عن درجة دالة الانتماء لـ q هدف مبهم؛ p_q و n_q عبارة عن متغيرات الانحرافية الموجبة والسالبة على التوالي.

5-دراسة تطبيقية

أشار Watada (1997) ان منهجية Markowitz في انتقاء المحفظة تعاني من بعض المشاكل خاصة في حالة تحديد وتعيين القيم المستهدف و دالة المنفعة الخاصة بمتخذ القرار وهذا لكونها قيم غير دقيقة. على ضوء هذا، تم تطوير هذه المشكلة ليتم حلها حتى في البيئات غير الواضحة والدقيقة. حيث ناقش (Perez et al. (2007 ان النظرية المبهمة مفيدة جدا في نمذجة الحالات التي يسود فيها الأسواق نوع من الشكل والغموض المتعلق بالبيانات والمعلومات الضرورية للمستثمرين.

سنحاول في هذا العمل نمذجة مشكلة انتقاء المحفظة المالية PS بالاعتماد على النموذج Yaghoobi *et al.* (2008).

سنعتمد في هذا التطبيق على بيانات حقيقة متحصل عليها من بورصة نيويورك New York Stock Exchange حيث تم الاختيار في هذه المحفظة أكبر الشركات العامة والخاصة من حيث الإرادات الإجمالية لسنة 2022. يحتوي البيانات على وحدة سعر إغلاق السهم اليومي ونسبة التغير في سعر السهم من سعر إغلاق اليوم السابق. تمثل بيانات **الجدول 2** سعر العائد المتوقع لكل وحدة وخطر بالنسبة المئوية. سنقوم بتقييم الاستثمار في هذه الشركات بناءا على هدفين:

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

- الهدف الأول: تعظيم العائد maximizing return
- الهدف الثاني: تدنية الخطر minimizing risk.

الجدول.2 الجدول نسبة العائد و المخاطرة لسنة 2022 من بورصة نيويورك Exchange New York Stock.

أسماء الشركات	العائد ممثل بالنسبة المئوية (Return)	المخاطرة ممثلة بالنسبة المئوية (Risk)
AT & T	0,15	11,42
Walmart	0,01	3,49
Exxon Mobil	0,11	8,44
General Electric	0,02	3,58
Bank of America	0,05	6,93
Ford Motor Company	0,01	9,36
Hewlett- Packard	0,16	9,32
McKesson Corporation	0,01	4,57
J. P. Morgan Chase	0,08	6,58
Proctor & Gamble	0,04	5,15

المصدر : من أعداد الباحثين بالاعتماد على بيانات بورصة نيويورك 2022

لتبسيط نمذجة المشكلة سنقوم بالتعبير عن كل شركة بمتغير قرار على النحو التالي:

X_j كمية الأموال المستثمرة في أمن شركة j

حيث

$j = 1$ تمثل شركة AT & T

$j = 2$ تمثل شركة Walmart

.....

$j = 10$ تمثل شركة Proctor & Gamble

لنفترض أن متخذ القرار يريد أن يستثمر في ثلاثة قطاعات مختلفة وفق الشكل التالي:

- يريد أن يستثمر على الأقل 35.000.00 دولار في القطاع المالي.
- يريد أن يستثمر على الأقل 15.000.00 دولار في قطاع النفط والغاز.
- يريد أن يستثمر على الأقل 10.000.00 دولار في قطاع المواصلات على أن لا تتجاوز قيمة الاستثمار 35000.00 دولار.

وعلى شرط أن تكون قيمة الاستثمار في الشركات: Walmart، General Electric، McKesson Corporation و Proctor & Gamble محصورة ما بين 17000.00 و 20000.00 دولار فقط.

يمكن نمذجة مشكل انتقاء المحفظة المالية لسنة 2022وفق معيار تعظيم العوائد وتدنية المخاطر وفق الشكل التالي:

$$MaxNA_1 = 1.0015X_1 + 1.0001X_2 + 1.0011X_3 + 1.0002X_4 + 1.0005X_5 + 1.0001X_6 + 1.0016X_7 + 0.9999X_8 + 1.0008X_9 + 1.0004X_{10},$$

$$MinNA_2 = 1.1142X_1 + 1.0349X_2 + 1.0844X_3 + 1.0358X_4 + 1.0693X_5 + 1.0936X_6 + 1.0932X_7 + 1.0475X_8 + 1.0658X_9 + 1.0515X_{10},$$

$$subject\ to$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} = 100{,}000.00,$$

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

$X_5 + X_9 \geq 35{,}000.00,$
$X_3 \geq 15{,}000.00,$
$10000.00 \leq X_1 \leq 35{,}000.00,$
$17000 \leq X_2 + X_4 + X_8 + X_{10} \leq 20000$
$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10} \geq 0$

لنفرض أن متخذ القرار ليس متأكد من القيم الدقيقة لمستويات التطلع aspiration levels بالنسبة لأهدافه. فيقوم بتحديدهم وفق أسلوب مبهم، بالنسبة لهدف العائد فهو يراه في حدود 102000.00 أو 125001.00 دولار بينما هدف المخاطرة يراه تقريبا في حدود 106200.00 أو 110000.00 دولار. بالنسبة لأوزان الأهداف فصانع القرار المالي يرى أن الهدفين يتساويان في الأهمية بنسبة 0.5 لكل هدف.

لنفرض كذلك أن متخذ القرار حدد قيم السماح Tolérances بالنسبة للأهداف المبهمة كالتالي:

الهدف العائد 10000

الهدف المخاطرة 50000

لتكن المتغيرات $X_i \geq 0 \ / \ i = 1, \ldots, 10$ متغيرات مستمرة، و $n_1, n_2, p_1, p_2, \mu_1, \mu_2 \geq 0$; كمتغيرات مساعدة ; و

$b_1, \overline{b_1}, b_2, \overline{b_2} \in \{0,1\}$ هي المتغيرات الثنائية.

نُعرّف أيضا $M \gg 1$ ثابت كبير جدا.

(الذي يعتمد على القيود XOR ، و باستخدام مفهوم الحصر* Yaghoobi *et al* (2008) بالاعتماد على النموذج المقترح من طرف المنطقية)، يمكن نمذجة مشكل إنتقاء المحفظة كالتالي:

Objective function:

$$min\ 0.5 * (n_1 / 10000) + 0.5 * (p_2 / 50000)$$

subject to:

Logical constraints:

$$b_1 + \overline{b_1} = 1$$
$$b_2 + \overline{b_2} = 1$$

Conditional constraints:

$$\Sigma\, c_i * X_i + n_1 - p_1 \geq 102000 - M(1 - b_1)$$
$$\Sigma\, c_i * X_i + n_1 - p_1 \leq 125001 - M(1 - \overline{b_1})$$
$$\mu_1 + (n_1 / 10000) = 1$$
$$\Sigma\, d_i * X_i + n_2 - p_2 \geq 106200 + M(1 - b_2)$$
$$\Sigma\, d_i * X_i + n_2 - p_2 \leq 110000 + M(1 - \overline{b_2})$$
$$\mu_2 + (p_2 / 50000) = 1$$

with :

$c = (1.0015, 1.0001, 1.0011, 1.0002, 1.0005, 1.0001, 1.0016, 0.9999, 1.0008, 1.0004)$
$d = (1.1142, 1.0349, 1.0844, 1.0358, 1.0693, 1.0936, 1.0932, 1.0475, 1.0658, 1.0515)$

Additional constraints :

$$\Sigma\, X_i = 100000$$
$$X_5 + X_9 \geq 35000$$
$$X_3 \geq 15000$$
$$10000 \leq X_1 \leq 35000$$
$$17000 \leq X_2 + X_4 + X_8 + X_{10} \leq 20000$$

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

***Non-negativity constraints*:**

$$X_i \geq 0 \; for \; each \; i$$
$$n_1, n_2, p_1, p_2, \mu_1, \mu_2 \geq 0$$

***Binary variables*:**

$$b_1, \overline{b_1}, b_2, \overline{b_2} \in \{0,1\}$$

باستعمال برنامج الحل LINGO يمكن الحصول على النتائج المبينة في **الجدول 3**.

الجدول.3 نتائج حل مشكلة انتقاء المحفظة.

Weighted additive fuzzy goal programming (Yaghoobi *et al.* 2008) with XOR optimization					
متغيرات القرار Decision vaviable	X_1 X_2 X_3 $\underline{\mathbf{X_4}}$ X_5 X_6 $\underline{\mathbf{X_7}}$ X_8 $\underline{\mathbf{X_9}}$ X_{10}	31500.00 4249.907 15000.00 4250.093 19249.72 0.000000 1500.000 4249.536 15750.28 4250.464	**متغيرات الإنحرافية Deviational Variables**	$\underline{\boldsymbol{n_1}}$ p_1 n_2 p_2	1909.075 0.000000 0.000000 1.234315
			درجة الرضى Degree of satisfaction	$\underline{\boldsymbol{\mu_1}}$ μ_2	**0.8091** 0.9999753

المصدر :بالاعتماد على برنامج LINGO

. نتائج وتحليلات

يمكن تحليل النتائج المستخلصة من **الجدول 3** في النقاط التالية:

1. **درجة رضى متخذ القرار Degree of satisfaction**:نلاحظ من خلال النتائج أن متخذ القرار راضي تماما بنسبة 99.99% لهدف الخطر لكن بالنسبة لهدف العائد فهو راضي بنسبة 80.91% عن النتائج المحققة وهذه النسبة جيدة وتعبر عن رضاه وتدخله ضمن فئة المستثمرين الذين لا يرضون الا بعائد مرتفع و شعورهم بالأمان في نفس الوقت.
2. **متغيرات القرار Decision vaviable**:تظهر فروقات واضحة في توزيع الأصول ضمن المحفظة المالية بين النماذج المقارنة، ويتجلى ذلك بوضوح في متغيرات القرار X_1 إلى X_{10} ما عدا X_6، والتي تمثل حصص الاستثمار في الشركات التالية على التوالي:AT&T، Walmart، Exxon Mobil، General Electric، Bank of America، Hewlett-Packard، McKesson Corporation، J. P. Morgan Chase، و Procter & Gamble.

فعلى سبيل المثال، يُظهر نموذج (Yaghoobi et al., 2008) أن المستثمر خصص مبلغًا يقارب 31,500 دولار للاستثمار في شركة AT&T، و4,249.91 دولار في Walmart ، و15,000 دولار في Exxon Mobil ، و19,249.72 دولار في Bank of America ، بالإضافة إلى 15,750.28 دولار في J. P. Morgan Chase. أما بقية المخصصات فقد توزعت على بقية الشركات وفقًا لنموذج الاستثمار، حيث استثمر المستثمر مبالغ متفاوتة في Hewlett-Packard و McKesson Corporationوشركات أخرى، مما يعكس استراتيجيات تنويع وتوازن المحفظة بما يتناسب مع أهداف العائد والمخاطر المحددة.

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

يستند هذا التوزيع إلى معايير متعددة من ضمنها تحليل المخاطر المرتبطة بكل شركة، والتقلبات السعرية المتوقعة، والعوائد المحتملة وفقًا للبيانات التاريخية. كما تم تطبيق قيود نموذجية على الحدود الدنيا والعليا لكل استثمار لضمان التوازن، مع الأخذ في الاعتبار القيود المتعلقة بسيولة الأصول وتحقيق التنويع المطلوب.

علاوة على ذلك، يدمج النموذج تقنية البرمجة الرياضية مع توظيف أدوات التحسين مثل برمجة الأهداف المبهمة (Fuzzy Goal Programming) التي تسمح بمعالجة عدم اليقين في تقديرات العوائد والمخاطر، إلى جانب استخدام شروط منطقية (Logical Constraints) تفرض الاختيار الحصري (XOR) بين بعض الأهداف لضمان قرارات استثمارية متسقة وخالية من التضارب.

هذا التوزيع التفصيلي يبرز قدرة النموذج على تحقيق تخصيص أمثل للأصول، يعزز من كفاءة المحفظة المالية ويحقق توازنًا ديناميكيًا بين العائد والمخاطر في ظل بيئة استثمارية معقدة ومتغيرة.

6-خاتمة:

في عالم الاستثمار الحديث، تتطلب إدارة المحافظ المالية أدوات تحليلية متقدمة تدمج بين تحقيق العوائد المرجوة والتحكم في المخاطر المصاحبة، خاصةً في ظل ظروف عدم اليقين التي تميز الأسواق المالية المعاصرة.

تقليديًا، كان اختيار محفظة الأوراق المالية يعتمد بشكل رئيسي على نماذج برمجة الهدف، التي تهدف إلى تعظيم العوائد مع تقليل المخاطر إلى أدنى حد ممكن. إلا أن التطبيق العملي لهذه النماذج يواجه تحديات كبيرة في تقدير المحافظ بدقة، خاصةً وأن برمجة الهدف تفترض حيادية المستثمرين تجاه عدم اليقين، وهو ما لا يعكس بالضرورة الواقع المعقد للسوق.

في هذه الدراسة، سعينا إلى توسيع نطاق نماذج الهدف التقليدية من خلال دمج مفاهيم عدم اليقين في تحليل مشكلة تعظيم العائد وتقليل المخاطر، وذلك عبر تطبيق النموذج على السوق المالي الأمريكي وشركاته الكبرى.

توضح النتائج أن متخذ القرار راضٍ تمامًا بنسبة 99.99% عن هدف تقليل المخاطر، بينما يبلغ رضاه عن هدف العائد 80.91%، وهي نسبة تعكس حرص المستثمرين على تحقيق عائد مرتفع مع المحافظة على شعور قوي بالأمان، مما يصنفهم ضمن فئة المستثمرين المحترزين.

أما من حيث التوزيع التفصيلي للاستثمارات، فقد تم تخصيص المبالغ التالية للشركات المعنية:

- 31500.00 دولار في شركة AT&T .
- 4249.907 دولار في Walmart .
- 15000.00 دولار في Exxon Mobil .
- 4250.093 دولار في General Electric .
- 19249.72 دولار في Bank of America.
- 0 دولار في Hewlett-Packard.
- 1500.00 دولار في Hewlett-Packard.
- 4249.536 دولار في McKesson Corporation .
- 15750.28 دولار في J. P. Morgan Chase .

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

- 4250.464 دولار في Proctor & Gamble.

يعكس هذا التوزيع استراتيجية تنويع فعالة، توازن بين المخاطر والعوائد، وتعكس نماذج التحسين قدرة المستثمر على اتخاذ قرارات دقيقة ومتوازنة ضمن بيئة مالية متغيرة وغير مؤكدة.

تؤكد هذه الدراسة على ضرورة اعتماد نماذج استثمارية متقدمة تأخذ بعين الاعتبار سلوك المستثمرين الفعليين ودرجة رضاهم تجاه المخاطر والعوائد، لتعزيز جودة القرارات الاستثمارية وتحقيق التوازن الأمثل بين الأهداف المالية المتعددة.

7. قائمة المراجع:

[1] Agarwal, S. (2013). A Goal Programming Portfolio Selection Model. *Finance India*, *27*(2), 507-520

[2] Aouni, B., Doumpos, M., Pérez-Gladish, B., & Steuer, R. E. (2018). On the increasing importance of multiple criteria decision aid methods for portfolio selection. *Journal of the Operational Research Society*, *69*(10), 1525-1542.

[3] Board, J., Sutcliffe, C., & Ziemba, W. T. (1999). The application of operations research techniques to financial markets.

[4] Azmi, R., & Tamiz, M. (2010). A review of goal programming for portfolio selection. *New developments in multiple objective and goal programming*, 15-33.

[5] Tamiz, M., & Azmi, R. A. (2019). Goal programming with extended factors for portfolio selection. *International Transactions in Operational Research*, *26*(6), 2324-2336.

[6] Yaghoobi, M. A., Jones, D. F., & Tamiz, M. (2008). Weighted additive models for solving fuzzy goal programming problems. *Asia-pacific journal of operational research*, *25*(05), 715-733.

[7] Maringer, D. G. (2005). *Portfolio management with heuristic optimization* (Vol. 8). Springer Science & Business Media.P7 .

[8] أحمد حسين بتالي العاني،(2008)،استخدام البرمجة التربيعية في تحديد المحفظة الاستثمارية المثلى مع الإشارة خاصة لقطاع المصارف في سوق العراق للأوراق المالية ،مجلة جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية و الإدارية،العدد الثاني ،العراق ،ص 7.

[9] لقيت البرمجة الهدف نجاحا كبيرا في الأوساط العلمية خاصة في العقدين الأخيرين حيث طبقت في شتى الميادين والمجالات العلمية مثل: الصناعة، الموارد الطبيعية، الأعمال، الهندسة، الصحة، التعليم، الإدارة ومجال الأعمال، الاقتصاد، المالية والإحصاء، الطاقة وغيرها من الميادين. لمزيد من التفاصيل حول نموذج برمجة الهدف ومختلف تطبيقاته، يمكن الرجوع للأعمال الاستطلاعية التالية في شتي الميادين في الفترة زمنية 1970-2009. **الملحق رقم 1** يبين أهم الأعمال التي عالجت المحفظة المالية بواسطة نموذج برمجة الهدف. يجب الإشارة أن أغلب الأعمال التي اقترحت قبل سنة 2000 استعملت النماذج الأساسية لبرمجة الهدف ذات الطبيعة محددة وثابتة crisp في معالجة مشكل انتقاء المحفظة.

[10] Aouni, B. (1998). *Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application*. National Library of Canada= Bibliothèque nationale du Canada, Ottawa.p15

[11] Orumie. U.C, Ebong.D, A glorious literature on linear goal programming algorithms , American Journal of Operations Research, 2014, 4, p59-71.p60

[12] Schniederjans, M. (1995). *Goal programming: Methodology and applications: methodology and applications*. Springer Science & Business Media.p5.

[13] مبرك إبراهيم،(2019)،أهمية استخدام البرمجة المتعددة الأهداف للمساعدة على اتخاذ القرار في المؤسسة الصناعية ،أطروحة دكتوراه في العلوم الاقتصادية ،جامعة الجزائر مذكرة دكتوراه جامعة الجزائر ص 68 .

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

[14] H. goghrod, J. Martel and B. Aouni, Vehicle park management though the goal programming model,INFOR, Feb 2003,p 94

[15] Kosmidou, K., & Zopounidis, C. (2004). *Goal programming techniques for bank asset liability management* (Vol. 90). Springer Science & Business Media.p 90.

[16] Martel, J. M., & Aouni, B. (1992). Méthode multicritère de choix d'un emplacement: le cas d'un aéroport dans le Nouveau Québec. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, *30*(2), 97-117.p114.

[17] Jones, D., & Tamiz, M. (2010). *Practical goal programming* (Vol. 141). New York: Springer.p40

[18] Lee, S. M., & Olson, D. L. (1999). Goal programming. In *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory, and Applications* (pp. 203-235). Boston, MA: Springer US.p230 .

[19] Tao, Z., & Xu, J. (2012). A class of rough multiple objective programming and its application to solid transportation problem. *Information Sciences*, *188*, 215-235.p220.

[20] Lai, Y. J., Hwang, C. L., Lai, Y. J., & Hwang, C. L. (1994). *Fuzzy multiple objective decision making* (pp. 139-262). Springer Berlin Heidelberg.

[21] Aouni, B., Martel, J. M., & Hassaine, A. (2009). Fuzzy goal programming model: an overview of the current state-of-the art. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, *16*(5-6), 149-161.

[22] Zhang, J., Pham, B., & Chen, P. (2001, December). Fuzzy genetic algorithms based on level interval algorithm. In *10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems.(Cat. No. 01CH37297)* (Vol. 3, pp. 1424-1427). IEEE.

[23] Kahraman, C. (Ed.). (2008). *Fuzzy multi-criteria decision making: theory and applications with recent developments* (Vol. 16). Springer Science & Business Media.P126.

[24] Jones, D., & Tamiz, M. (2010). *Practical goal programming* (Vol. 141). New York: Springer.P18 .

[25] Yaghoobi, M. A., Jones, D. F., & Tamiz, M. (2008). Weighted additive models for solving fuzzy goal programming problems. *Asia-pacific journal of operational research*, *25*(05), 715-733.

[26] Yaghoobi, M. A., Jones, D. F., & Tamiz, M. (2008). Weighted additive models for solving fuzzy goal programming problems. *Asia-pacific journal of operational research*, *25*(05), 715-733.

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

8. ملاحق:

الملحق رقم 1 للأعمال البحثية التي عالجت مشكل انتقاء المحفظة المالية بواسطة برمجة الهدف منذ سنة 1970.

السنة	أسماء الباحثين	انتقاء المحفظة المالية بواسطة نموذج برمجة الهدف
1973	Lee& Lerro	LGP (PS for Mutual Funds)
1975	Stone & Reback	Other Variant (Nonlinear GP)
1977	Booth & Dash	Other Variant (Nonlinear GP- Bank Portfolio)
1978	Kumar,Philippatos&Ezzell	LGP (Dual-Purpose Funds)
	Muhlemann,Lockett & Gear	LGP (Portfolio Modelling)
1979	Kumar& Philippatos	LGP (Dual-Purpose Funds)
1980	Lee & Chesser	LGP (PS)
1984	Levary& Avery	LGP (Weighting Equities in a Portfolio)
1985	Alexander & Resnich	LGP (Bond Portfolios)
1991	Konno & Yamazaki	MAD, PS
1994	Byrne & Lee	Spreadsheet Optimizer (RE Portfolio)
1996	Tamiz, Hasham & Jones	Two Staged GP Model for Portfolio Selection
1997	Tamiz, Hasham, Fargher &Jones	Comparison between GP and regression analysis for PS
	Watada	Fuzzy Portfolio Selection
1998	Kooros & McManis	Multi attribute Optimisation for Strategic Investment Decisions
2000	Deng,Wang& Xia	Criteria, Models & Strategies in Portfolio Selection
	Inuiguchi & Ramik	Fuzzy GP and Other Variant
	Ogryczak	Linear Programming Model for PS
2001	Jobst, Horniman, Lucas &Mitra	Other Variant (Alternative Portfolio Selection Models)
	Parra, Terol & Uria	FGP (Portfolio Selection)
2002	Wang & Zhu	Fuzzy Portfolio Selection
	Allen, Bhattacharya & Smarandache	Other Variant- Portfolio Optimisation
	Prakash, Chang & Pactwa	Other Variant- Polynomial GP (Selecting Portfolio with Skewness)
	Rostamy, Azar & Hossei	Other Variant
	Sun &	Other Variant- Skewness & Optimal Portfolio Selection
2004	Kosmidou & Zopounidis	GP, Simulation Analysis & Bank Asset Liability Management
	Pendaraki, Doumpos & Zopounidis	GP(Equity Mutual Fund Portfolios)
2005	Dash & Kajiji	Other Variant (Nonlinear GP for Asset Liability Management)
	Davies, Kat & L	Other Variant (Polynomial GP- Fund of Hedge Funds PS)
	Deng, Li & Wang	Minimax Portfolio Selection
	Pendaraki, Zopounidis &Doumpos	GP- Construction of Mutual Funds Portfolios
	Tektas, Ozkan-Gunay & Gunay	GP- Asset & Liability Management
2006	Bilbao et al.	GP- Portfolio Selection with Expert Betas
	Sharma & Sharma	LGP for Mutual Funds
2007	Abdelaziz, Aouni & ElFayedh	Other Variant
	Bilbao, Arenas, Rodriguez & Antomil	Goal Programming
	Gladish, Jones,Tamiz & Terol	Interactive Three-Stage Model- Mutual Funds Portfolio Selection
	Li & Xu	Other Variant (Nonlinear GP-Portfolio Selection)
	Sharma, Ghosh & Sharma	Other Variant (Credit Union Portfolio Management)
	Wu, Chou, Yang & Ong	GP- Index Investing
2008	Huang	Fuzzy GP for PS
2009	Fulga	Multistage Portfolio Optimisation
2010	Garcia, Guijarro & Moya	Goal Programming for estimating performance weights
	Azmi and Tamiz	Review of GP for portfolio selection
	Tamiz and Azmi	Mutual funds PS for emerging market
2011	Azmi	Investment portfolio selection using GP
2011	Tamiz, Azmi & Jones	Selecting Portfolio based on Sharpe, Treynor and GP Methodologies
2013	Tamiz, Azmi & Jones	On Selecting Portfolio of international MFs using GP with extended factors
	Azmi	Investment portfolio selection using goal programming
2015	Kocadaglı and Keskin*	A novel portfolio selection model based on fuzzy goal programming with different importance and priorities

Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)