

IMPACT DE LA PROJECTION DES VARIABLES ÉCONOMICO-DÉMOGRAPHIQUES SUR LA SENSIBILITÉ DU SYSTÈME DE RETRAITE PAR RÉPARTITION

IMPACT OF PROJECTING ECONOMICO- DEMOGRAPHIC VARIABLES ON THE SENSIVITY OF THE RETIREMENT SYSTEM

Adlane HAFFAR*

Centre Universitaire de Tipaza, Algérie
adlane.haffar@gmail.com

Kamel DIB

Centre Universitaire de Tipaza, Algérie
dibkamel@hotmail.com

Date de soumission 2018-09-18	Date d'acceptation 2018-12-03	Date de Publication 2018-12-15
----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

Résumé :

Le présent article traite de la problématique de l'équilibre du système de retraite par répartition. Nous avons cherché à démontrer à partir de ce travail, l'influence sur le moyen et long terme, des variables économiques et démographiques sur le rendement du système de retraite. Pour cela, nous avons mesuré l'impact temporel et financier des fluctuations de ces variables, sur l'équilibre du système de retraite, à partir de chocs réalisés via une modélisation économétrique.

Mot clés : Équilibre, modélisation, projection, simulation, chocs.

Abstract

This article deals with the problem of the balance of the pension system. We tried to demonstrate from this work, the influence on the medium and long term,

* Auteur correspondant

for economic and demographic variables on the performance of the pension system. For this, we measured the temporal and financial impact of the fluctuations of these variables, on the balance of the pension system, from shocks realized via econometric modeling.

Keywords: Equilibrium, modeling, projection, simulation, shocks.

1- Introduction

Compte tenu de l'importance stratégique du système de retraite dans nos sociétés, les autorités lui vouent une importance de premier plan. En effet, le déséquilibre financier de ce système pourrait déboucher sur des conséquences difficilement maîtrisables. C'est pour cette raison, que le système de retraite est constamment sous veille, ceci afin de détecter, et d'anticiper, les situations qui pourraient lui faire subir des dysfonctionnements, et ceci dans le but de mettre en place des procédures pouvant les amortir.

Le principal facteur démographique qui influence les résultats de la caisse des retraites est le taux de dépendance démographique, ainsi que la croissance démographique, qui influence la structure de la pyramide des âges. Concernant les principales variables économiques, il s'agit de la croissance de l'économie, du taux de chômage, et de l'inflation. Notre article consiste à mesurer l'impact de la variation de ces facteurs, sur les résultats de la caisse des retraites.

D'où la problématique suivante : Dans quelle mesure, les fluctuations des variables économique-démographiques influencent-elles l'équilibre du système de retraite par répartition ?

2- L'équilibre du régime de retraite par répartition

L'objectif de cette première partie, est de construire un modèle d'analyse synthétique rendant compte de manière réaliste, des conditions dans lesquelles se réalise l'équilibre d'un régime en répartition.

2-1. Définition de l'équilibre financier

Les comptes des régimes en répartition peuvent être simplifiés, sans dénaturer leur mode de fonctionnement. Si on se tient au principe de la

répartition pure, les cotisations financent les pensions versées au cours du même exercice. Des dépenses telles que les frais financiers et les transferts entre régimes peuvent être négligées, et du côté des recettes les revenus des placements. De même, il sera fait abstraction des charges de gestion (KALFON, PEUBEZ, 2004).

L'équilibre financier, qui est défini par l'égalité du montant des cotisations et des pensions, est décomposé dans l'équation ci-dessous :

$$p \times R = c \times w \times S$$

Avec :

p : Pension moyenne.

R : Nombre de retraités.

c : Taux de cotisation.

w : Salaire moyen.

S : Nombre de salariés.

2-2. Le rendement théorique de la retraite par répartition

Les performances des régimes de retraite sont évaluées en comparant la somme des cotisations versées durant la carrière d'un assuré à la somme des pensions reçues durant la retraite. L'exemple pris est celui d'un régime fictif de retraite, c'est-à-dire d'un régime unique pour tous les assurés d'une économie donnée partant de la formule générale du calcul du taux de cotisation, et simplifiant en faisant l'hypothèse que le taux de chômage est nul, d'où :

$$c_t = \frac{p_t}{w_{t-1}} \times \frac{1}{1+g} \times \frac{\theta}{1+n}$$

Avec :

c_t : Taux de cotisation au temps t .

p_t : Pension au temps t .

w_{t-1} : Salaire moyen au temps $t-1$.

g : Taux de croissance du salaire.

n : Taux de croissance de la population active.

θ : Probabilité de survie pendant la retraite.

Le rendement du régime fictif est égal à la pension moyenne reçue divisée par les cotisations versées. Précisant les valeurs des pensions et des cotisations.

$$\text{Somme des cotisations versées par un assuré} = c_t \times w_{t-1}$$

$$\text{Somme des prestations reçues} = p'_t = p_t \times \theta$$

Pour déterminer le montant de la pension reçue pendant la période t , il convient de tenir compte de la durée pendant laquelle le retraité la perçoit ; il faut appliquer sa probabilité de survie au montant p de la pension. D'où le rendement est égale à :

$$\frac{p'_t}{c_t \times w_{t-1}} = (1 + g) \times (1 + n)$$

Rendement d'un régime

$$= \text{Taux de croissance de la productivité} \\ \times \text{Taux de croissance démographique}$$

Cette équation met en rapport le gain, p'_t , avec la contribution initial, $c_t w_{t-1}$. Elle formalise les résultats précédents, à savoir que le rendement de retraite par réparation est donnée par la somme des croissances de la population et de la productivité (DUPUIS, EL MOUDDEN, 2002).

3- Méthodes quantitatives pour la modélisation des variables économique-démographiques

Nous allons présenter dans cette partie de l'article, et en se basant sur la littérature, les modèles mathématiques qui permettent de décrire le comportement des variables économique-démographiques, objet de notre étude empirique.

3-1. Modélisation avancée en séries temporelles

La modélisation VAR repose sur l'hypothèse selon laquelle l'évolution de l'économie est bien approchée par la description du comportement dynamique d'un vecteur de N variables dépendant linéairement du passé (LARDIC, MIGNON, 2002).

3-1-1. Modèles vectoriels autorégressifs

Dans sa forme basique, un modèle VAR se compose en un ensemble de K variables endogènes

$$\mathbf{y}_t = (\mathbf{y}_{1t}, \dots, \mathbf{y}_{kt}, \dots, \mathbf{y}_{Kt}) \text{ pour } k = 1, \dots, K.$$

Le processus $VAR(p)$ est alors définie par

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{u}_t$$

Avec A_i sont des matrices de coefficient ($K \times K$) pour $i = 1, \dots, p$ et $\mathbf{u}_t$ est un processus K -dimensionnel avec $E(\mathbf{u}_t) = 0$ et de matrice de covariance positive, finie et constante dans le temps $E(\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t^T) = \Sigma_u$ (ARAGON, 2012).

Une des caractéristiques importante du processus $VAR(p)$ est sa stabilité. Dans le sens où il génère des séries temporelles stationnaires avec des moyennes, des variances et covariances constantes, sous la condition d'avoir des valeurs initiales suffisantes. On peut vérifier cela en évaluant la caractéristique du polynôme

$$\det(\mathbf{I}_K - \mathbf{A}_1 \mathbf{z} - \dots - \mathbf{A}_p \mathbf{z}^p) \neq 0 \text{ pour } |\mathbf{z}| \leq 1$$

Dans la pratique, la stabilité d'un processus $VAR(p)$ empirique peut être analysée en considérant la forme élargie du modèle et en calculant les valeurs propres de la matrice des coefficients. Le processus $VAR(p)$ peut être écrit comme un processus $VAR(1)$ (DAMODAR, 2004) :

$$\boldsymbol{\xi}_t = \mathbf{A} \boldsymbol{\xi}_{t-1} + \mathbf{v}_t$$

Avec

$$\xi_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_{p-1} & A_p \\ I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix}, v_t = \begin{bmatrix} u_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Par lequel les dimensions des vecteurs empilés ξ_t et v_t sont $(K_p \times 1)$ et la dimension de la matrice A est $(K_p \times K_p)$. Si les modules des valeurs propres de A sont inférieurs à un, alors le processus $VAR(p)$ est stable.

3-1-2. Modèles autorégressifs vectoriels structurels

Le SVAR est le modèle structurel du processus VAR, il est définie par :

$$Ay_t = A_1^* y_{t-1} + \cdots + A_p^* y_{t-p} + B\varepsilon_t$$

Il est supposé que les erreurs structurelles ε_t , ont des bruits blancs et les matrices des coefficients A_i^* pour $i = 1, \dots, p$, sont des coefficients structurels qui diffèrent en général de leurs homologues de forme réduite. Pour voir cela, considérons l'équation suivante, qui est le multiple de l'équation précédente, multipliée par l'inverse de A :

$$y_t = A^{-1}A_1^* y_{t-1} + \cdots + A^{-1}A_p^* y_{t-p} + A^{-1}B\varepsilon_t$$

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + u_t$$

Le modèle SVAR peut être utilisé pour identifier les chocs et tracer cela en employant les fonctions de réponse impulsionnelle, et/ou la prévision de la décomposition de la variance de l'erreur, en imposant des restrictions sur les matrices A et/ou B .

3-1-3. Modèles vectoriels à correction d'erreurs

Considérant l'équation de la VAR suivante :

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + u_t$$

Les spécifications de correction d'erreurs vectorielles suivantes existent :

$$\Delta \mathbf{y}_t = \alpha \beta^T \mathbf{y}_{t-p} + \Gamma_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \mathbf{u}_t$$

Avec

$$\Gamma_i = -(I - A_1 - \dots - A_i), \quad i = 1, \dots, p-1$$

Et

$$\Pi = \alpha \beta^T = -(I - A_1 - \dots - A_p)$$

Les matrices Γ_i contiennent les impacts cumulatifs de long-terme, par conséquent, ce processus *VECM* est spécifié par sa forme de long-terme. L'autre spécification est donnée comme suit et est couramment employée

$$\Delta \mathbf{y}_t = \alpha \beta^T \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \mathbf{u}_t$$

Avec

$$\Gamma_i = -(A_{i+1} + \dots + A_p), \quad i = 1, \dots, p-1$$

Les dimensions de α et β sont $K \times r$ et r est celle du rang de cointégration, i.e. combien de relations de long terme entre les variables $\mathbf{y}_t$ doivent exister. La matrice α est la matrice de chargement, et les coefficients des relations de long-terme sont inclus dans β .

3-1-4. Modèles structurels vectoriels à correction d'erreurs

En reconsidérant le modèle vectoriel à correction d'erreurs, il est possible d'appliquer le même raisonnement du modèle *SVAR* au modèle *SVEC*. Cependant, l'information contenue dans les propriétés de la cointégration des variables ne sont donc pas utilisées pour identifier les restrictions sur les chocs structurels. Par conséquent, typiquement le modèle *B* est supposé lorsque le modèle *SVEC* est spécifié et estimé.

$$\Delta \mathbf{y}_t = \alpha \beta^T \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Où $\mathbf{u}_t = \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon}_t$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, I_k)$. Dans le but d'exploiter cette information, on considère la représentation de la moyenne mobile de *Beveridge*-

Nelson pour les variables y_t si elles adhèrent au processus *VECM* dans l'équation suivante :

$$y_t = \Xi \sum_{i=1}^t u_i + \sum_{j=0}^{\infty} \Xi_j^* u_{t-j} + y_0^*$$

Pour la modélisation du processus *SVEC*, l'intérêt se concentre sur les tendances communes dans lesquelles les effets à long terme des chocs sont capturés. La matrice Ξ est de rang réduit $K - r$, par conséquent, r est le nombre de relations de cointégration stationnaires. La matrice est définie par (BERNHARD, 2008):

$$\Xi = \beta_{\perp} \left[\alpha_{\perp}^T \left(I_K - \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \right) \beta_{\perp} \right]^{-1} \alpha_{\perp}^T$$

3-2. Le modèle démographique

Un modèle démographique permet de faire des projections à moyen et long terme sur l'évolution de la population globale, et par tranche d'âges, pour disposer d'une meilleure visibilité sur l'évolution de la pyramide des âges.

3-2-1. Présentation du modèle du *BIT* (Bureau International du Travail)

Selon le modèle démographique du *BIT*, l'évolution au fil du temps de la taille de la population dépend essentiellement des trois variables suivantes :

- Le nombre des naissances ;
- Le nombre de décès ;
- Les migrations transfrontalières nettes.

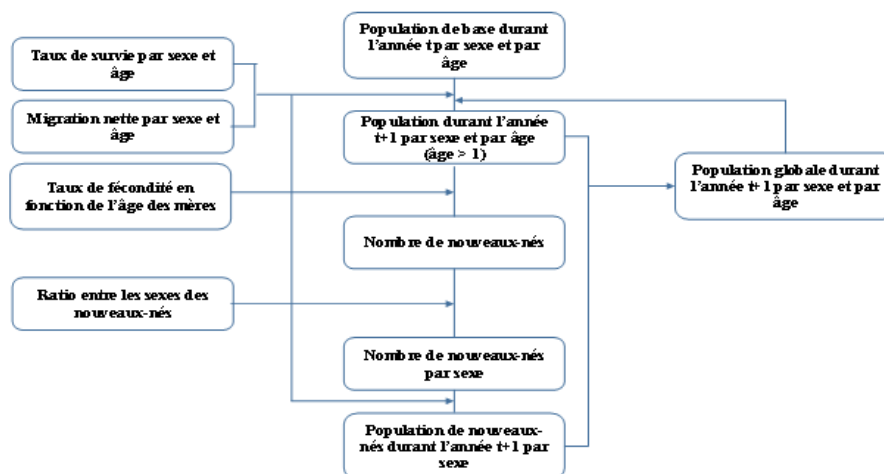
Il est évident qu'une population augmente entre un moment d'observation t et un moment d'observation $t+1$ si le nombre des naissances est plus élevé que le nombre des décès, et vice versa (en supposant que les migrations nettes soient nulles) ; par ailleurs, à supposer que le nombre des naissances soit égal à celui des décès, la population augmente si le nombre des immigrants est plus élevé que

celui des émigrants (flux entrant net) et elle diminue dans le cas opposé (flux sortant).

Le modèle démographique du *BIT*, qui tient compte de l'âge, applique des taux de fécondité, de mortalité et de migration à une population initiale observée. Le modèle peut être utilisé avec différentes hypothèses quant à l'évolution future des taux de fécondité et de mortalité.

La procédure de base d'une projection démographique peut probablement être mieux comprise à la lecture du schéma N°1 suivant :

Schéma N°1 : Procédure de base du modèle de projection de la population.



Source : Bureau international du travail.

Une fois déterminées la population de base et sa structure, c'est le choix des taux futurs de survie, des taux futurs de fécondité et des taux futurs de migration qui permettra de connaître l'évolution future de la population. Les changements de la fécondité et de la mortalité ont un impact direct sur la structure par âge et par sexe de la population. A son tour, la structure d'une population a un impact direct sur les dépenses sociales. Les taux de dépendance démographique sont un déterminant du nombre des bénéficiaires d'un système national de protection sociale (SCHOLZ, CICHON, HAGEMEJER, 2010).

3-2-2. Formulation du modèle

Nous allons décrire brièvement les formules mathématiques utilisées afin de simuler l'évolution de la pyramide des âges. Le nombre d'individu par tranche d'âge i est donné par N_i , et calculé comme suit :

$$\dot{N}_i(t) = [R_i(t) - M_i(t) - L_i(t)]N_i(t)$$

Avec :

R_i est le taux d'entrant dans la tranche d'âge i (incluant l'immigration, la reproduction, et ceux venant de la tranche d'âge précédente).

M_i est le taux de maturation de la tranche d'âge i .

$L_i(t)$ est le taux de perte par habitant dans la tranche d'âge i , donné par :

$$L_i(t) = D_i(t) + E_i(t)$$

Avec :

D_i est le taux de mortalité par habitant (due à la mort naturelle ou pour cause de maladie).

E_i est le taux d'émigration par personne pour chaque tranche d'âge i .

Le taux de maturation, M_i , pour la tranche d'âge i est donné par :

$$M_i(t) = R_i(t - \tau_i(t))P_i(t)[1 - \tau_i(t)]$$

Avec :

$P_i(t)$ est la fraction des individus entrant dans la tranche d'âge i à la date $t - \tau_i(t)$ et qui ont survécu jusqu'à la date t .

En supposant que les individus naissent durant la tranche d'âge 1, et notons la tranche d'âge reproductive par r , et β est le taux de reproduction, et I est le taux d'immigration, alors, les rentrants dans la première tranche d'âge est donnée par :

$$R_1(t) = \beta(N_r(t)) + I_1(t)$$

Et pour la tranche d'âge suivante :

$$R_{i+1}(t) = M_i(t) + I_{i+1}(t), \text{ pour } i = 1, \dots, r$$

Il faut noter que les immigrants sont supposés comme « nouveaux nées » dans n'importe quelle tranche d'âge qu'ils introduisent (KETTLE, NUTTER, 2015).

4- Application sur le système de retraite par répartition de l'Algérie :

Durant cette partie, nous allons exposer, et interpréter les résultats de l'impact de la projection des variables économique-démographiques, sur le rendement du régime de retraite par répartition, durant une période de 25 ans.

4-1. Impact de la projection du taux de croissance démographique

Afin de projeter le taux de croissance démographique, on commence par faire la projection de la densité de la population, pour cela, nous aurons besoin des données (Année 2017) suivantes : la population initiale, l'indice de fécondité, les taux de mortalité, les tranches d'âges. Le résultat de la projection démographique est repris dans le graphique N°1 ci-dessous.

Graphique N°1 : Projection démographique de la population Algérienne de 2018 à 2042.

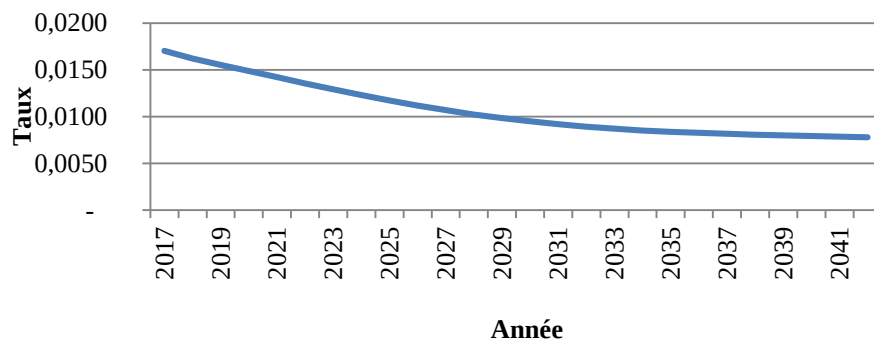


Source : Élaboré par nous-mêmes.

À partir de ce graphique, nous allons déduire le taux de croissance de la population, qui va nous servir à déterminer le rendement projeté du

régime de retraite par répartition, et dont les valeurs sont reprises dans le graphique N°2 ci-dessous.

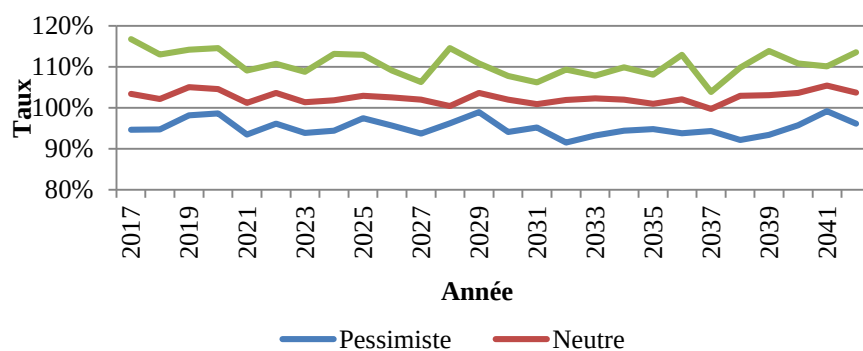
Graphique N°2 : Projection du taux de croissance de la population Algérienne de 2018 à 2042.



Source : Élaboré par nous-mêmes.

En disposant du taux de croissance démographique projeté, et en réalisant trois scénarios sur l'évolution possible du taux de croissance du PIB, nous pouvons à présent réaliser la projection du rendement théorique du régime de retraite par répartition, comme illustré dans le graphique N°3 ci-dessous.

Graphique N°3 : Projection du rendement théorique du régime de retraite par répartition sur 25 ans, pour trois scénarios.



Source : Élaboré par nous-mêmes.

Étant donné que le rendement théorique du régime de retraite observe une tendance stationnaire (pour les trois scénarios) et non haussière, on déduit que ce dernier est plus influencé par le taux de croissance économique (qui a les mêmes fluctuations) que le taux de croissance démographique.

4-2. Impact de la projection des variables économiques

Avant de mesurer les réponses du taux de rendement théorique du régime de retraite par répartition (*Rrr*), aux chocs réalisés sur le taux d'inflation (*Inf*), du taux de croissance du PIB (*Pib*), et du taux de chômage (*Cho*), nous avons dans un premier temps modélisé ces quatre séries par un modèle auto régressif vectoriel (BARADEL, 2015).

On commence par tester la stationnarité de nos séries, par les tests ADF et KPSS, et dont les résultats sont repris dans le tableau N°1 ci-dessous :

Tableau N°1 : Tests ADF et KPSS.

Série	Test ADF		Valeurs critiques		
	Coefficient	Statistique	1%	5%	10%
Inf	τ_2	-2,3518	-3,58	-2,93	-2,6
	φ_1	2,7692	7,06	4,86	3,94
Pib	τ_2	-4,6541	-3,58	-2,93	-2,6
	φ_1	11,418	7,06	4,86	3,94
Cho	τ_2	-1,4512	-3,58	-2,93	-2,6
	φ_1	1,1268	7,06	4,86	3,94
Rrr	τ_2	-14,155	-3,58	-2,93	-2,6
	φ_1	102,248	7,06	4,86	3,94

Test KPSS			Valeurs critiques		
Série	Coefficient	Statistique	10%	5%	1%
Inf	μ	0,2333	0,347	0,463	0,739
	τ	0,1419	0,119	0,146	0,216
Pib	μ	0,254	0,347	0,463	0,739
	τ	0,1539	0,119	0,146	0,216
Cho	μ	0,5574	0,347	0,463	0,739
	τ	0,2045	0,119	0,146	0,216
Rrr	μ	0,0667	0,347	0,463	0,739
	τ	0,0577	0,119	0,146	0,216

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Ces deux tests indiquent que les séries sont stationnaires après la différenciation de même ordre, ce qui nous amène à opter pour un modèle autorégressif vectoriel.

Le tableau N°2 ci-dessous indique les résultats des tests réalisés, pour déterminer le nombre de retards que doit contenir notre modèle VAR.

Tableau N°2 : Tests sur le nombre de retards dans le modèle VAR.

	1	2	3	4	5
AIC(n)	-3,42E+01	-3,41E+01	-3,39E+01	-3,44E+01	-3,48E+01
HQ(n)	-3,38E+01	-3,35E+01	-3,30E+01	-3,33E+01	-3,34E+01
SC(n)	-3,32E+01	-3,24E+01	-3,15E+01	-3,14E+01	-3,11E+01
FPE(n)	1,46E-15	1,61E-15	2,17E-15	1,48E-15	1,32E-15

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Selon le test AIC et le test FPE, le modèle VAR doit contenir 5 retards, pour le test HQ et SC, le nombre de retard retenu est de 1. Ceci nous amène à conclure la possibilité de présence d'une relation de long terme entre les variables. On va donc faire le test de cointégration.

Le tableau N°3ci-dessous reprend les résultats du test de cointégration(JOHANSEN, 1995) pour uniquement un nombre de retard de 5¹.

Tableau N°3 : Tests de cointégration.

H₀	Tests Statistiques		Valeurs critiques		
	P = 5	10%	5%	1%	
r = 3	8,95	10,49	12,25	16,26	
r = 2	23,26	22,76	25,32	30,45	
r = 1	47,02	39,06	42,44	48,45	
r = 0	86,97	59,14	62,99	70,05	

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Les résultats du test indiquent la présence d'une cointégration d'ordre 1, ceci nous amène à opter pour un modèle structurel vectoriel à correction d'erreurs (LÜTKEPOHL, 2006), pour prendre en considération la relation de long terme entre les séries économiques.

L'estimation des paramètres du modèle SVEC est illustrée dans le tableau N°4 ci-dessous :

Tableau N°4 : Estimation des paramètres du modèle SVEC (avec la statistique t dans la parenthèse).

	Inf	Pib	Cho	Rrr	Trend
$\hat{\beta}^T$	1	0,0243881 (0,061261)	-0,260294 (-3,781657)	7,1159681 (0,9953083)	0,0021814 (3,6480898)
$\hat{\alpha}^T$	-0,4571952 (-3,153952)	-0,118339 (-1,443341)	0,2539487 (2,29761)	-0,126549 (-1,602413)	

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Nous allons à présent présenter les résultats des coefficients d'impact estimés pour les besoins de la réalisation des chocs entre nos séries économiques. Nous avons supposé la présence de deux catégories de

¹ On ne peut pas effectuer le test de cointégration de JOHASSEN avec un nombre de retard de 1, puisque la cointégration indique une relation de long terme, qui est déduite avec un nombre minimal de retards de 2.

chocs ; à savoir les chocs à court terme, et les chocs à long terme, comme illustré dans le tableau N°5 et tableau N°6 ci-dessous :

Tableau N°5 : Matrice d'impact à court terme (avec la statistique t dans la parenthèse).

Equation	ε_t^{Inf}	ε_t^{Pib}	ε_t^{Cho}	ε_t^{Rrr}
Inf	0,023200 (0,015100)	- 0,019318 (0,018378)	0 0	0 0
Pib	0,000122 (0,001280)	0,007791 (0,006699)	0,013693 (0,016430)	0,006586 (0,010703)
Cho	0 0	- 0,021538 (0,016589)	0,007749 (0,034720)	0,002440 (0,017214)
Rrr	0 0	0,007538 (0,005421)	0,012882 (0,015820)	0,006911 (0,009662)

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Les tableaux 5 et 6 contiennent un certain nombre de restrictions, en effet, on remarque l'existence de cases qui contiennent des valeurs nulles, ceci est une contrainte liée à la modélisation économétrique, qui exige un nombre limité de coefficients pour les matrices à court et à long terme.

Tableau N°6 : Matrice d'impact à long terme (avec la statistique t dans la parenthèse).

Equation	ε_t^{Inf}	ε_t^{Pib}	ε_t^{Cho}	ε_t^{Rrr}
Inf	0,007232 (0,010265)	- 0,013590 (0,021549)	- 0,000031 (0,007395)	- 0,002567 (0,003200)
Pib	0,000995 (0,002041)	- 0,001578 (0,006152)	0,005334 (0,010956)	0,001592 (0,006374)
Cho	0,019989 (0,036912)	- 0,051620 (0,083571)	0,000382 (0,029080)	0 0
Rrr	- 0,000289 (0,000534)	0,000028 (0,000595)	0 0	0,000355 (0,000463)

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Puis, on détermine la matrice de covariance des erreurs, qui va nous servir dans l'interprétation des résultats des chocs, et dont les valeurs sont reprises dans le tableau N°7 ci-dessous.

Tableau N°7 : Matrice de covariance des erreurs entre les quatre séries.

	Inf	Pib	Cho	Rrr
Inf	0,091150	- 0,014768	0,041608	- 0,014563
Pib	- 0,014770	0,029159	- 0,004562	0,028064
Cho	0,041610	- 0,004562	0,052989	- 0,004568
Rrr	- 0,014560	0,028064	- 0,004568	0,027053

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Selon la matrice des covariances, on constate bien qu'il existe une relation inverse entre le taux d'inflation, le taux de chômage et le rendement théorique du régime de retraite par répartition, ainsi qu'une relation réciproque entre ce dernier et le taux de croissance du produit intérieur brut.

Après avoir estimé les paramètres de notre modèle, on procède au test de robustesse de ce dernier, qui sont repris dans le tableau N°8 ci-dessous :

Tableau N°8 : Test de robustesse du modèle SVEC.

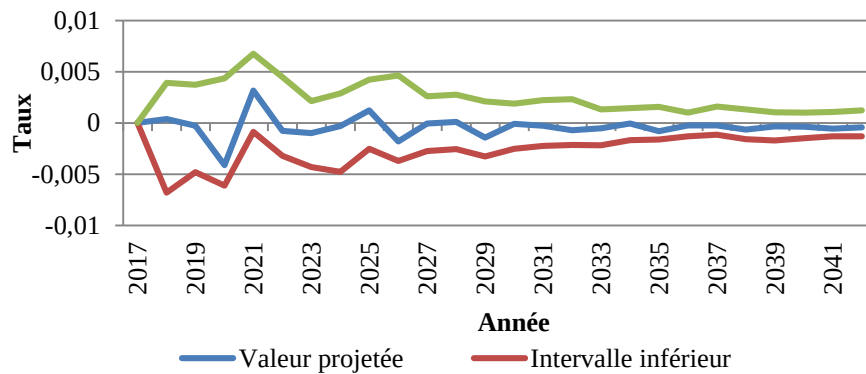
Test	χ^2	df	p-value	Interprétation
JB-Test (multivarié)	485,24	8	< 2,2e-16	Hypothèse de normalité des résidus vérifiée
Skewness (multivarié)	97,675	4	< 2,2e-16	
Kurtosis (multivarié)	387,56	4	< 2,2e-16	
ARCH (multivarié)	400	500	0,9996	Présence d'hétéroscédasticité
Breusch-Godfrey LM test	128	80	0,0005279	Absence d'auto corrélation des erreurs

Source : Élaboré par nous-mêmes.

Selon le tableau ci-dessous, on peut affirmer que le modèle choisi est valable, afin de procéder à la mesure de l'impact des chocs qui seront réalisés sur les variables économiques.

Les résultats des impulsions effectuées entre nos variables économiques sont représentés dans les graphiques suivants :

Graphique N°4 : Réponse du taux de rendement théorique du régime de retraite par répartition, au taux d'inflation, pour un intervalle de confiance à 95%.

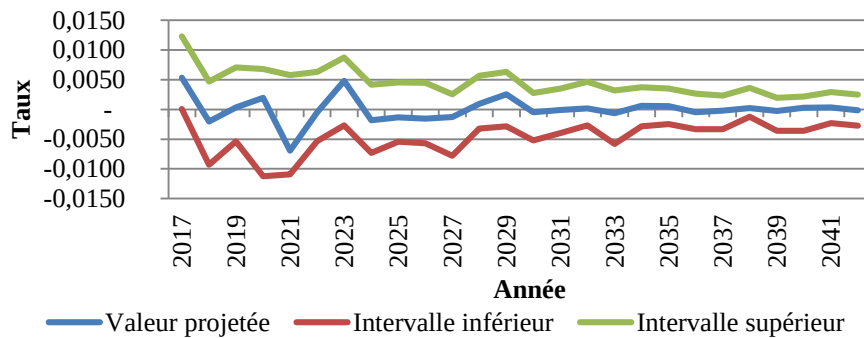


Source : Élaboré par nous-mêmes.

L'augmentation du taux d'inflation d'une unité n'a pas un d'impact immédiat sur le taux de rendement du régime après 2 ans, c'est-à-dire jusqu'à l'année 2019, où on enregistre une baisse perceptible du taux de rendement du régime durant l'année suivante 2020, avant de se relever dans l'année 2021. Par la suite, on remarque une légère perturbation jusqu'à l'année 2030 où on enregistre la fin de l'impact ; donc on peut dire que l'impact de l'inflation sur le régime de retraite est à court et moyen terme.

Cette réponse à l'impact est due à l'actualisation des pensions de retraite, à la suite d'une inflation prolongée, afin de maintenir le pouvoir d'achat et le niveau de vie des retraités.

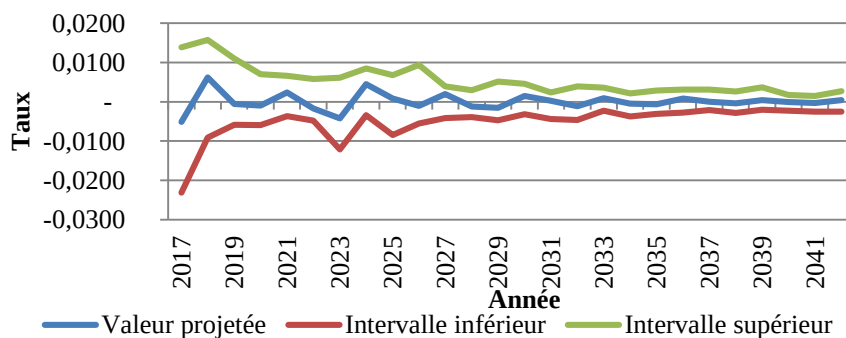
Graphique N°5 : Réponse du taux de rendement théorique du régime de retraite par répartition, au taux de croissance du PIB, pour un intervalle de confiance à 95%.



Source : Élaboré par nous-mêmes.

Dans le cas d'un choc venant du produit intérieur brut, la réponse du taux de rendement du régime de retraite est instantanée, et très fluctuante, et qui se maintient sur une quinzaine d'années avant de s'estomper. La baisse du produit intérieur brut a pour conséquence la baisse du revenu des ménages, et donc une baisse des cotisations au profit du système de retraite par répartition, et donc une diminution du taux de rendement de ce dernier, et vice-versa.

Graphique N°6 : Réponse du taux rendement théorique du régime de retraite par répartition, au taux de chômage, pour un intervalle de confiance à 95%.

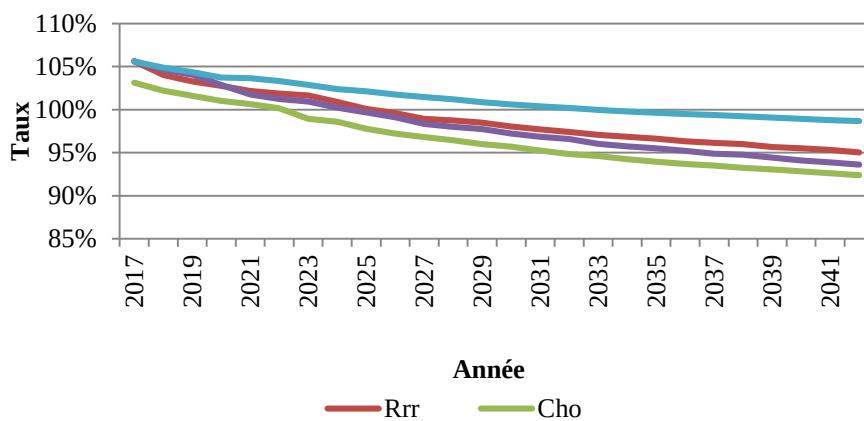


Source : Élaboré par nous-mêmes.

Un choc structurel sur le taux de chômage donne une augmentation immédiate sur le taux de rendement de régime durant la première année, puis continue à osciller entre la hausse et la baisse entre un intervalle de (5 % et 10 %) durant plusieurs années, et dans les deux cas, l'effet du choc met approximativement 17 ans (2017 – 2034) avant de s'estomper.

En effet, une baisse du taux de chômage induirait une augmentation de la population occupée (celle qui perçoit un salaire), et donc il s'ensuit une augmentation des montants de cotisations au profit du système de retraite par répartition, et vice-versa.

Graphique N°7 : Nombre d'années avant la rentrée en déséquilibre, à la suite de chocs réalisés sur les variables économiques.



Source : Élaboré par nous-mêmes.

À la suite de chocs, le chômage est la première variable qui causera un déséquilibre au régime (5 ans), suivi par le PIB et le rendement du régime (8 ans), puis l'inflation (15 ans).

Le tableau N°9 ci-dessous synthétise les résultats des chocs réalisés.

Tableau N°9 : Impacts sur le rendement du régime de retraite à partir des chocs réalisés sur les variables économiques.

		Chocs		
		Inf	Pib	Cho
Impact sur le Rrr	Positif	113%	119%	121%
	Négatif	99%	94%	92%

Source : Élaboré par nous-mêmes.

À partir de cette synthèse, on constate que le chômage est la variable qui influence le plus le rendement du régime de retraite par répartition, suivi par le produit intérieur brut, puis dans une mesure moindre, par l'inflation.

5- Conclusion:

Notre étude empirique, et même si elle n'est pas exhaustive, nous a permis de mettre en lumière la relation de long terme, qui existe entre les indicateurs d'équilibre du système de retraite par répartition, et les variables économique-démographiques.

L'existence d'une relation de long terme, dénote de la nécessité de l'élaboration d'études d'impact, afin de mesurer les conséquences futures des décisions stratégiques impliquant l'avenir du système de la retraite (MARCEAU, 2013).

Cependant, notre étude contient quelques limites, et dont la principale, est la non prise en considération, de la relation entre les variables macroéconomiques et les variables démographiques, ce qui aurait eu pour principal résultat l'enrichissement de nos analyses.

Bibliographie

1. ARAGON Yves, *Séries temporelles avec R, méthodes et cas*, Édition Springer, France, 2012.
2. BARADEL Nicolas, *LANGAGE R, application à la statistique, à l'actuariat et à la finance*, Édition Economica, France, 2015.
3. BERNHARD, Pfaff, *VAR, SVAR and SVEC Models: Implementation Within R Package vars*, Journal Of Statistical Software, Germany, 27(4), 2008.
4. DAMODAR N. Gujarati, *Économétrie*, Édition de boeck, France, 2004.

5. DUPUIS, Jean-Marc., EL MOUDDEN Claire, *Économie des retraites*, Édition Economica, France, 2002.
6. JOHANSEN Søren, 1995, *Likelihood Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford, United Kingdom, 1995.
7. KALFON Patrice, PEUBEZ, Gontran, *L'actuariat des engagements sociaux*, évaluation, comptabilisation et acteurs, Édition Economica, France, 2004.
8. KETTLE Helen, NUTTER David, *StagePop : Modelling stage-structured populations in R*, Biomathematics and Statistics Scotland (BioSS), EH9 3FD United Kingdom, 2015.
9. LARDIC Sandrine., MIGNON Valérie, *Économétrie des séries temporelles macroéconomiques et financières*, Édition Economica, France, 2002.
10. LÜTKEPOHL Helmut, *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, United States of America, 2006.
11. MARCEAU Etienne, *Modélisation et évaluation quantitative des risques en actuariat*, Édition Springer, France, 2013.
12. SCHOLZ Wolfgang., CICHON Michael., HAGEMEJER Krzysztof, *La budgétisation sociale, Série méthodes quantitatives applicables à la protection sociale*. Bureau International du Travail (B.I.T), Issa, Suisse, 2010.