

Recalage itératif, non rigide d'images basé sur le modèle de régression linéaire

S. Meshoul, K. Belhadj-Mostefa et M. Batouche

Equipe Vision & Infographie
Institut d'Informatique, Université Mentouri de Constantine
Route de Ain El-Bey, 25000 Constantine

Tel & Fax : (04) 61 43 46
e-mail : meshoul@yahoo.fr

Résumé: La mise en correspondance des images est un sujet qui suscite un intérêt croissant de part ses applications dans des domaines très variés. Il est soutenu par une activité de recherche très intense aussi bien en stéréovision et en reconnaissance de formes qu'en analyse du mouvement. Dans ce papier, nous présentons une méthode pour l'appariement de deux images d'une même scène présentant des distorsions géométriques. L'appariement vise à trouver la meilleure transformation géométrique pour superposer deux images en respectant certaines contraintes. Cette méthode, basée sur le paradigme minimisation d'une fonction d'énergie, consiste à réaliser le recalage non rigide, par une affinité, des deux images. L'estimation de l'affinité recherchée est accomplie en utilisant un modèle de régression linéaire au sens des moindres carrés. Pour des considérations de robustesse au bruit et aux points aberrants, un processus itératif a été mis en œuvre pour estimer efficacement la transformation géométrique et converger vers une solution optimale. Cette méthode a été testée sur des images de synthèse et des images réelles. Les expérimentations valident la méthode.

Mots clés : Mise en correspondance, recalage rigide - non rigide, régression linéaire, invariants géométriques, opérateurs différentiels.

1 Introduction

La mise en correspondance des images (matching), comme la segmentation, est l'un des problèmes clés non encore résolus, en vision artificielle. Il fait l'objet d'un surcroît d'intérêt et il est soutenu par une activité de recherche très intense aussi bien en stéréovision et en reconnaissance de formes qu'en analyse du mouvement. Sa résolution ouvre ainsi la voie à de nombreuses applications dans des domaines aussi variés que l'imagerie satellitaire, la robotique mobile, l'imagerie médicale etc. Plusieurs méthodologies ont vu le jour pour apporter une solution à ce problème à la fois complexe et fascinant [1]. Un des aspects particulier de cette mise en correspondance est l'appariement ou le recalage d'images. Cette particularité s'explique par la nécessité d'estimer la transformation géométrique qui permet de recaler les images en question. L'appariement naît du besoin de comparaison de deux images prises à des temps différents pour permettre un suivi temporel et la détection de changement dans la scène [2] ou à partir de modalités d'acquisition différentes pour permettre la fusion de données complémentaires [3] ou bien encore à partir de points de vue différents pour permettre la perception stéréoscopique [4]. L'appariement est également requis quand il s'agit de localiser un objet dans la scène à des fins de reconnaissance [5].

Plusieurs travaux dans la littérature ont comme centre d'intérêt le problème de l'appariement. Une revue complète des techniques de recalage d'images 2D a été présentée par L. Brown dans [6]. Un travail complémentaire peut être également trouvé dans [7] pour les images 3D.

Un tel foisonnement de travaux a donné lieu à plusieurs paradigmes dont : hypothèse-vérification, hachage géométrique et accumulation, isomorphisme de graphes, et enfin minimisation d'une fonction d'énergie ou maximisation de critères probabilistes. La technique de corrélation a été longtemps utilisée pour estimer des translations d'amplitude faibles [8]. Les méthodes fréquentielles [9] et celles basées sur les distances de Hausdorff [10] ont été introduites pour tenir compte de rotations d'angles faibles. Ces méthodes sont plutôt appropriées pour le cas de translation mais leurs résultats sont significativement biaisés quand il s'agit de tenir compte du cas de la rotation et encore plus d'une transformation plus complexe.

Pour pallier ces problèmes, des méthodes basées sur la mise en correspondance de primitives géométriques caractéristiques, invariantes par transformation géométrique, ont été développées. Selon qu'elles se proposent de vérifier exactement ou approximativement ces mises en correspondance, on peut les classer en méthodes procédant par interpolation [11] et en méthodes procédant par approximation [12]. Pour de telles méthodes, la sensibilité au bruit, la fiabilité des primitives géométriques et l'exactitude des mises en correspondance sont autant de critères permettant de juger leur robustesse.

Après un exposé du problème de recalage, on se propose, dans ce papier, de présenter une méthode pour le recalage itératif, non rigide d'images basée sur le modèle de régression linéaire. Plus exactement, il s'agit de trouver, par approximation, l'affinité optimale permettant d'apparier aux mieux deux images d'une même scène. L'approche adoptée peut être vue comme un processus opérant selon les étapes suivantes :

- Extraction des points caractéristiques (points de contrôle) des deux images à apparier.
- Recherche d'une estimée grossière initiale de l'affinité
- Mise en correspondance des points de contrôle extraits
- Estimation de l'affinité permettant de recalculer au mieux les deux images

Les deux dernières étapes constituent en fait une méthode itérative qui partant des points de contrôle extraits et de l'estimée grossière, recherche itérativement l'affinité optimale en remettant en cause, à chaque itération, les mises en correspondance trouvées et la transformation calculée jusqu'à convergence vers une solution optimale. En conséquence, la suite du papier est organisée comme suit. En section 2, les considérations liées à l'extraction des points de contrôle seront présentées. La section 3 sera consacrée à la formulation du problème de l'appariement où on verra comment on ramène ce dernier à un problème d'estimation par minimisation d'un critère. L'estimation de la transformation rigide et le modèle de régression linéaire utilisé feront l'objet de la section 4. En section 5, on présentera la méthode itérative pour l'estimation de l'affinité. Finalement, une conclusion et des perspectives achèveront ce papier. Les résultats seront présentés au fur et à mesure.

2 Extraction des points de contrôle

Les points de contrôle jouent un rôle important dans l'efficacité des approches basées sur la détection des primitives géométriques. Leur importance peut être justifiée par les considérations suivantes :

- Un point de contrôle insignifiant constitue, dans les phases ultérieures de la procédure de recalage, un point aberrant dont l'influence négative sur la robustesse de l'appariement peut être significative.
- Une erreur dans la détection des points de contrôle peut se traduire ultérieurement par des fausses mises en correspondance entre points de contrôle capable de biaiser significativement les résultats de l'estimation de la transformation géométrique.

En conséquence, le problème inhérent à l'utilisation des points de contrôle est la mise en œuvre d'une procédure d'extraction qui soit fiable et précise. Les points de contrôle ont une position unique qui peut être déduite à partir des variations d'intensités dans un voisinage assez important autour du point recherché. Les premiers travaux pour la détection de tels points ont proposé une extraction manuelle

[13]. Cette spécification interactive des points de contrôle présente l'avantage d'être simple et précise mais l'inconvénient d'être impraticable surtout quand il s'agit de traiter un volume de données assez important. C'est la raison pour laquelle, elle a cédé la voie à la spécification automatique des points de contrôle et pour laquelle beaucoup de travaux peuvent être recensés. La théorie des invariants et la géométrie différentielle constituent une des sources d'inspiration pour ces travaux.

Goldgof et al [14], par exemple, ont utilisé la courbure gaussienne pour apparier deux cartes de terrain car d'après la théorie de la géométrie différentielle [15], la courbure gaussienne est invariante à l'isométrie donc les points de fortes courbure peuvent être utilisés pour la mise en correspondance. D'un autre côté, Thirion [16] propose l'utilisation d'opérateurs différentiels consistant en des dérivées partielles de la fonction image pour détecter des points sur des lignes de crêtes. Monga et al. [17] proposent des optimisations pour réduire la sensibilité de telles dérivées au bruit et diminuer leurs instabilités.

Dans le cadre de notre travail, nous proposons l'utilisation de l'opérateur de Forstner [18] pour la détection des points représentant de fortes variations d'intensités. Les raisons qui ont motivé ce choix, seront évoquées après la description qui suit de cet opérateur.

Etant donnée une image 2D définie par sa fonction $g(x,y)$ et soit ∇g le gradient de cette fonction. Considérons alors la matrice suivante :

$$C_g = \overline{\nabla g (\nabla g)^T} = \begin{pmatrix} \overline{g_x^2} & \overline{g_x g_y} \\ \overline{g_x g_y} & \overline{g_y^2} \end{pmatrix}$$

Où $\overline{\quad}$: représente la moyenne calculée dans un voisinage local

g_x et g_y : représentent les dérivées partielles de g par rapport à x et y respectivement.

L'opérateur $F(x,y)$ utilisé se propose de maximiser le rapport suivant :

$$F(x,y) = \frac{\det C_g}{\text{trace } C_g} = \frac{\overline{g_x^2 g_y^2} - (\overline{g_x g_y})^2}{\overline{g_x^2} + \overline{g_y^2}}$$

Les points insignifiants qui risquent d'être générés sont écartés en utilisant des seuils appropriés. Pour revenir aux motivations du choix d'un tel opérateur, trois points sont à soulever :

- Cet opérateur ne présente pas de problème d'instabilités puisqu'il ne requiert que des dérivées partielles du premier ordre.
- Du fait de l'invariance du déterminant et la trace de la matrice C_g , les valeurs propres de C_g ne sont pas calculées explicitement à la différence d'autres opérateurs.

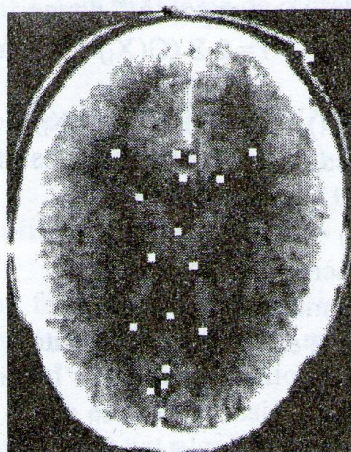


Figure 1. Extraction des points de contrôle

3 Formulation du problème d'appariement

L'appariement s'effectue en alignant les images l'une par rapport à l'autre. Cet alignement suppose, naturellement, l'estimation de la transformation géométrique optimale qui permet de les recaler compte tenu des distorsions ou des variations présentes dans l'une et/ou l'autre image. Ces variations peuvent être de sources diverses telles que le bruit inhérent au capteur et les différences des conditions d'acquisition.

C'est la recherche de cette transformation géométrique qui justifie la particularité de l'appariement par rapport aux autres méthodes de mise en correspondances auxquelles elle est similaire mais pas équivalente. Selon la nature de la transformation à estimer, le recalage peut être rigide ou non rigide. Dans le premier cas, il s'agit d'estimer une rotation R et une translation T . Une affinité ou une transformation polynomiale d'ordre supérieure devrait être recherchée dans le second cas.

Plus formellement, le problème du recalage s'énonce comme suit : Etant données deux images I_1 et I_2 à recaler et présentant des distorsions géométriques.

Soient $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$ deux ensembles de N points de contrôle extraits des deux images et E l'ensemble des mises en correspondance trouvées entre $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$: $E = \{(X_i, Y_i) / X_i \text{ correspond à } Y_i\}$.

A partir de E , le problème de l'appariement se ramène à estimer la transformation géométrique F telle que :

$$\begin{aligned} \{X_i\} &\rightarrow \{Y_i\} \\ X_i &\rightarrow Y_i = F(X_i) + B_i \end{aligned}$$

où B_i est un bruit supposé Gaussien centré.

Estimer au mieux F entre deux ensembles $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$ revient à réduire l'effet du bruit, ce qui se traduit par la minimisation de la fonctionnelle : $e(F) = \sum_i d^2(F(x_i), y_i)$ (1)

où d est la distance euclidienne usuelle.

Par conséquent, le problème de l'appariement se ramène à un problème d'estimation par minimisation du critère (1) au sens des moindres carrés. D'une manière générale, une transformation géométrique F peut être exprimée en isolant la composante translation sous la forme : $F(X) = G(X) + T$

Ainsi, pour une transformation rigide, F peut s'écrire comme suit :

$$F(X) = R(X) + T \text{ avec } G = R \text{ (rotation)}$$

De même, pour une affinité, F peut s'écrire comme suit :

$$F(X) = L(X) + T \text{ avec } G = L \text{ (transformation linéaire)}$$

L'intérêt d'une telle représentation de la transformation F réside dans le fait que la fonctionnelle à minimiser prend la forme simplifiée suivante : $e(F) = e(G, T) = \sum \|G(X_i) + T - Y_i\|^2$ (2)

Estimer au mieux F revient donc à chercher les meilleures transformations G et T en minimisant la fonctionnelle (2). Or, minimiser $e(G, T)$ revient à résoudre l'équation :

$$\nabla e(G, T) = 0$$

et comme G est linéaire, la dérivation de e par rapport à T donne :

$$\partial e(G, T) / \partial T = 2 \sum (G(X_i) + T - Y_i)$$

Ce qui conduit à :

$$T = (1/N) \sum Y_i - (1/N) \sum G(X_i) \quad (3)$$

Ce résultat suggère de travailler dans les repères centrés sur les barycentres de chaque ensemble des points $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$. L'expression de $e(G, T)$ se ramène alors à :

$$e(G) = \sum (G(X_i') - Y_i')^2 \quad (4)$$

où X_i' et Y_i' sont les points dans les repères centrés.

Compte tenu de ces résultats, estimer au mieux F revient à :

- Trouver la meilleure transformation G en minimisant le critère (4) dans les repères centrés sur les barycentres.
- Trouver T à partir de (3).

Le problème du recalage étant formulé, nous verrons dans la prochaine section comment utiliser cette formulation pour estimer une transformation rigide et une affinité au moyen d'un modèle de régression.

4 Estimation de la transformation rigide optimale et modèle de régression

4.1 Estimation de la transformation rigide

Nous avons vu dans la section précédente qu'estimer la transformation rigide (R, T) entre les deux ensembles des points $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$ revient à minimiser la fonctionnelle :

$$e(R, T) = \sum \| R(X_i) + T - Y_i \|^2$$

critère qui nous a conduit à rechercher la meilleure rotation dans les repères centrés sur les barycentres et ensuite à trouver T en fonction de R .

Plusieurs représentations de la rotation sont possibles [22]:

- R est une matrice orthogonale $R.R^t = I$ (matrice identité).
- La rotation peut être définie par un vecteur de module un et un angle θ .
- La rotation peut être définie comme un quaternion.

Pour le cas qui nous intéresse, nous déterminons R par la méthode de décomposition en valeurs singulières [23], la première représentation est alors choisie. L'algorithme peut être résumé comme suit : étant donné l'ensemble des correspondances initiales entre les points de $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$

- Calculer la matrice de covariance croisée des deux ensembles de points $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$ dans les repères centrés sur les barycentres $Q = (1/N) \sum Y_i' . X_i'^t$
 - Trouver la décomposition en valeurs singulières $Q = Z D W^t$ où Z et W sont des rotations et D une matrice diagonale.
 - La meilleure rotation est $R = Z W^t$
 - La meilleure translation est $T = Y_G - R X_G$
- Où $X_G = (1/N) \sum X_i$ et $Y_G = (1/N) \sum Y_i$

La solution à ce problème existe et elle est unique à condition que l'ensemble $\{X_i\}$ ne soit pas dégénéré. Le calcul de l'estimée grossière nécessite l'établissement d'un ensemble de correspondances initial. Pour cela, une technique de corrélation, pour trouver les candidats à l'appariement pour chaque point de $\{X_i\}$, est d'abord mise en œuvre et une technique de relaxation qui utilise le contexte de voisinage est ensuite utilisée pour lever les ambiguïtés de l'appariement.

4.2 Le modèle de la régression pour l'estimation de la transformation affine

La transformation affine pouvant s'écrire sous la forme :

$$F(X) = L(X) + T$$

Où L est une transformation linéaire et T est une translation, l'estimation au sens des moindres carrés de F revient comme expliqué précédemment à :

- Chercher L en minimisant le critère $e(L) = \sum (L(X_i') - Y_i')^2$ exprimé dans les repères centrés sur les barycentres.
- Trouver T à partir de $T = Y_G - L(X_G)$

La minimisation de ce critère s'identifie à un problème de régression linéaire dont la solution au sens des moindres carrés est donnée par :

$$L = Q \Gamma^{-1}$$

Où Q est la matrice de covariance croisée : $Q = (1/N) \sum Y_i' . X_i'^t$

et Γ est la matrice de covariance centrée donnée par : $\Gamma = (1/N) \sum X_i' X_i'^t$

5 Méthode itérative pour l'estimation de l'affinité

L'algorithme itératif, pour lequel une formulation mathématique rigoureuse peut être trouvée dans [19], a été utilisé dans de nombreux travaux [20,21] pour le recalage rigide de surfaces. Son principe général repose sur l'estimation itérative d'une transformation rigide (R, T) qui permet de recalculer aux mieux deux surfaces S_1 et S_2 partant d'une estimée grossière (R_o, T_o) de cette transformation. Nous suggérons dans ce qui suit une adaptation de cet algorithme au cas du recalage non rigide, par une affinité, de deux images.

5.1 Algorithme itératif

Comme la méthode des moindres carrés est réputée pour sa sensibilité au bruit et aux points aberrants, nous suggérons l'utilisation d'une méthode itérative pour l'estimation de l'affinité F recherchée qui permet d'apparier au mieux les images.

Etant données les images I_1 et I_2 à recaler représentées chacune par un ensemble de points de contrôle et une estimée grossière (L_0, T_0) de l'affinité à déterminer la procédure consiste en une itération des deux étapes suivantes jusqu'à vérification d'un critère d'arrêt :

- Construction de l'ensemble des correspondances E_i (i dénote l'itération) en cherchant les mises en correspondances entre les ensembles $\{X_i\}$ et $\{Y_i\}$. Le principe de construction est tel que pour chaque point $x \in \{X_i\}$, on cherche un correspondant $y \in \{Y_i\}$ de telle sorte que y soit le point le plus proche de $(L_{i-1}(x) + T_{i-1})$ et donc :

$$E_i = \{(x, y) / x \in \{X_i\} \text{ et } y \in \{Y_i\} / y \text{ le plus proche voisin de } (L_{i-1}(x) + T_{i-1})\}$$

- Estimation de la meilleure transformation (L_i, T_i) à partir de E_i et ce en utilisant le modèle de régression présenté dans la section précédente.

L'estimée initiale (L_0, T_0) a une influence bien sûr sur la convergence vers la solution optimale. Aussi pour qu'elle ne soit pas trop écartée de la solution finale, nous considérons la meilleure transformation rigide (R, T) comme estimée initiale de l'affinité recherchée :

$$(L_0, T_0) = \text{meilleure } (R, T) \text{ entre } \{X_i\} \text{ et } \{Y_i\}$$

La recherche du point P de I_2 qui soit le plus proche de l'image d'un point X de I_1 est telle que :

Soit $P' = L_{i-1}(X) + T_{i-1}$, P est alors solution de l'équation :

$$\|P'P\| = \min_{G \in I_2} \|P'G\|$$

La détermination du critère de convergence est ramenée au test de l'hypothèse selon laquelle la distance entre les ensembles $\{X_i\}$ et $\{L_i(X_i + T_i)\}$ est en dessous d'un certain seuil. Ce seuil est fixé en utilisant un test du χ^2 .

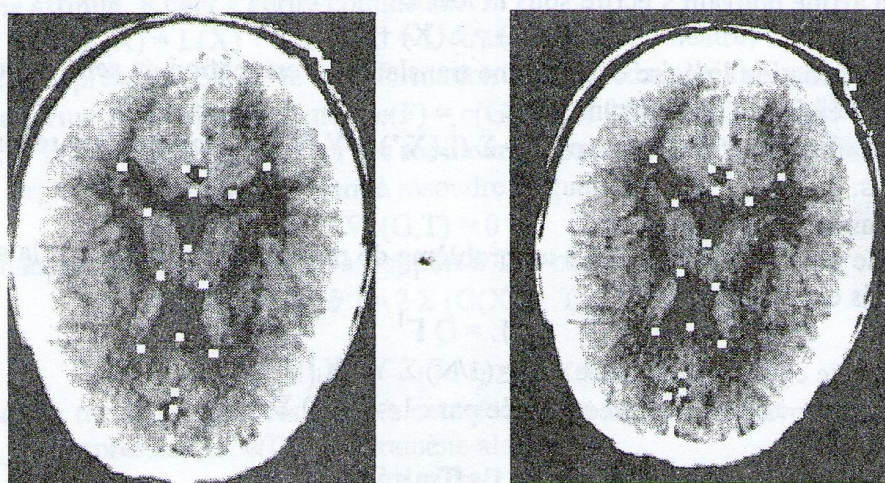


Figure 2.Extraction des points de contrôle et calcul de l'affinité optimale. La meilleure affinité obtenue par le processus itératif correspond à la transformation :

$$(L, T) = \left(\begin{pmatrix} 0.86 & -0.03 \\ 0.44 & 0.75 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 36,36 \\ -5,63 \end{pmatrix} \right)$$

6 Conclusion et perspectives

Dans ce papier, nous avons présenté une méthode de recalage basée sur le paradigme minimisation d'une fonctionnelle. Cette méthode se propose de réaliser le recalage non rigide, par une affinité, de deux images d'une même scène présentant des distorsions géométriques.

Un modèle de régression linéaire au sens des moindres carrés a été utilisé pour l'approximation au mieux de l'affinité recherchée. Pour cela, des points de contrôle sont extraits des deux images et sont mis en correspondance. Du fait de la sensibilité de la méthode des moindres carrés au bruit et aux points aberrants, l'idée est alors de mettre en correspondance les points de contrôle et d'estimer l'affinité de façon itérative jusqu'à convergence vers une solution optimale. Pour assurer la convergence de la méthode itérative, la meilleure transformation rigide (R , T) est choisie comme estimée initiale de l'affinité afin d'amorcer le processus d'itération.

Les résultats obtenus sur des images de synthèse et des images réelles, fournies par le CHU Constantine, sont prometteurs et valident l'approche utilisée. Cependant, pour une meilleure robustesse au bruit et aux points aberrant, des investigations futures pourraient porter sur le traitement du cas où l'on dispose de données incomplètes. Ce qui peut se résoudre par la recherche du meilleur plus proche voisin itéré en tenant compte des caractéristiques différentielles des primitives et pas seulement des considérations de distance.

Références

- [1] D.H. Ballard and C.M. Brown. *Computer Vision*. Prentice Hall, 1982.
- [2] G. Simon and M. O. Berger. *A two stage robust statistical method for temporel registration from features of various type*. Rapport de recherche INRIA, RR-3235, août 1997.
- [3] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal and P. Suetens. *Multimodality image registration by maximisation of mutual information*. IEEE Transactions on medical imaging, Vol. 16, n° 2, pp. 127-198, 1997.
- [4] Z. D. Lan and R. Mohr. *Non parametric invariants and application to matching*. Rapport de recherche INRIA, RR-3246, septembre 1997.
- [5] W. J. Rucklidge. *Locating objects using th Hausdorff distance*. In proceedings of the fifth International Conference on Computer Vision, Cambridge, Massachussets, USA, pp. 457-464, 1995.
- [6] L. G. Brown. *A survey of image registration techniques*. ACM Computing Surveys, Vol. 24, N° 4, pp. 325-376, December 1992
- [7] Z. Zhang. *Le problème de la mise en correspondance : l'état de l'art*. Rapport de recherche INRIA : RR-2146, décembre 1994.
- [8] P. Aschwanden and W. Guggenbull. *Experimental results from a comparative study on correlation-type registration algorithms*. In Forstner and Ruwiedel editors, Robust Computer Vision, pp. 268-282, Wichmann, 1992.

- [9] H. Shekarforouth, M. Berthod and J. Zerubig. *Subpixel image registration by estimating the polyphase decomposition of cross power spectrum*. In proceeding of CVPR conference, San Francisco, California, USA, pp. 532-537, June 1996.
- [10] D.P. Huttenlocher and W.J. Rucklidge. *A Multi-resolution technique for comparing images using the hausdorff distance*. In Proceedings of CVPR Conf., New York, USA, pp. 705-706, 1993.
- [11] J. Flusser. *An adaptive method for image registration*. Pattern Recognition Journal, Vol. 25, N° 1, pp. 45-54, 1992.
- [12] S. Umeyama. *Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, PAMI 13(4), pp. 376-380, April 1991.
- [13] A. C. Evans, W. Dai, L. Collins, P. Neelin and S. Marrett. *Warping of a computerized 3-D Atlas to match brain image volumes for quantitative neuro-anatomical and functional analysis*. Medical Imaging V :Image processing, San Jose, CA ; Proc. SPIE 1445, M.H. Loew (Ed.), pp. 236-246, 1991.
- [14] D. B. Goldgof, T. S. Huang and H. Lee. *Feature extraction and terrain matching*. In Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Pattern Recognition, pp. 899-904, Ann Arbor, Michigan, June 1988.
- [15] M. M. Lipschutz. *Differential geometry*. McGraw-Hill, New York, 1969.
- [16] J-P. Thirion. *Extremal points : definitions and applications to 3D image registration*. Proc. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Seattle, WA, pp. 587-592, June 1994.
- [17] O. Monga, R. Lengagne and R. Deriche. *Extraction of the zero-crossings of the curvature derivatives in volumic 3D medical images : a multiscale approach*. Proc. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Seattle, WA, pp. 852-855, June 1994.
- [18] W. Forstner and E. Gulch. *A fast operator for detection and precise location of distinct points, corners and centres of circular features*. Proc. ISPRS Intercommission Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data , Interlaken, Switzeland, pp. 281-305, June 1987.
- [19] L. Cohen. *Use of auxilliary variables in computer vision problems*. In Proceedings of the fifth International Conference on Computer Vision (ICCC'95), Boston, June 1995.
- [20] Z. Zhang. *Iterative point matching for registration of free form curves and surfaces*. The International Journal of Computer Vision, Vol. 13, N° 2, pp. 119-1532, 1994.
- [21] P. Besl and N. Mckay. *A method for registration of 3D shapes*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, PAMI 14(2), pp. 239-256, February 1992.
- [22] X. Pennec. *L'incertitude dans les problèmes de reconnaissance et de recalage – Applications en imagerie médicale et biologie moléculaire*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, Palaiseau (France), December 1996.
- [23] K. Kanatani. *Analysis of 3D rotation fitting*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, PAMI 16(5), pp. 543-549, May 1994.