

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

The classical logic: From Leibniz to Frege An historical-epistemological approach

كمال هاملي¹، نادية بوجلال²

¹ جامعة مولود معمري تيزي وزو (الجزائر)، kamal.hamli@ummta.dz

مخبر التربية والإبستمولوجيا بوزريعة المدرسة العليا للأستاذة

² جامعة الجزائر 2 أبو القاسم سعد الله (الجزائر)، boudjleln@gmail.com

تاريخ الاستلام: 2023/04/03 تاريخ القبول: 2023/08/01 تاريخ النشر: 2023/10/06

ملخص: تهدف دراستنا إلى تسليط الضوء على مرحلة مهمة من تطور المنطق وهي مرحلة المنطق الكلاسيكي الذي يمتد من لحظة لايبنتس إلى فريجه، إذ يُعتبر منعطفاً منهجياً وإبستمولوجياً هاماً من جهة، ومن جهة أخرى جسر عبور من المنطق ما قبل الكلاسيكي أو الصوري الأرسطي إلى المنطق المعاصر.

أسفرت الدراسة عن أن المنطق الكلاسيكي يُعتبر محطة هامة في تاريخ تطور المنطق إذ كسر هيمنة المنطق الأرسطي وتجاوز قصوره، كما أنه أرسى معالم نظرية معاصرة في المنطق اضطلع بدراستها والبحث فيها رياضيون ومناطقة بدلا من فلاسفة وانتقل المنطق من مجرد مشروع إلى علم قائم بذاته يتمفصل حول عديد الاختصاصات كنظرية الأنماط ونظرية الاستدلال ونظرية قابلية الحساب. كلمات مفتاحية: المنطق الكلاسيكي، منطق لايبنتس، تاريخ المنطق، منطق فريجه.

Abstract: Our study aims to highlight an important stage in the evolution of logic, which is the classic logic that runs from the Leibniz's moment to Frege, as it is considered a methodological and epistemological tournament that is important on the one

hand, and on the other a transit bridge from the pre-classical or Aristotle logic to the contemporary logic.

The study found that classical logic was an important milestone in the history of logic evolution by breaking the dominance and inadequacy of Aristotle logic and establishing contemporary theoretical features in logic that were studied and researched by mathematician and logicians rather than philosophers and Logic has moved from a just project to a stand-alone science that articulates many disciplines such as type theory, reasoning theory and computability theory.

Keywords: classical logic, Leibniz logic, history of logic, Frege logic.

*المؤلف المرسل: كمال هاملي

1. مقدمة

يكتسي علم المنطق أهمية بالغة لما يلعبه من دور في مختلف العلوم على سبيل الإستدلالات والإستنتاجات وبناء البراهين الصورية، وعادة ما نقسم تاريخ المنطق إلى ثلاث حقبات رئيسة: المنطق الصوري أو ما قبل الكلاسيكي الذي دشنه أرسطو وواصل على نهجه تلامذته ومريدوه وتمحور حول نظرية القياس، المنطق الكلاسيكي الذي استهله لايبنيثس وصولاً إلى فريجه والذي كان قوامه نظرية الاستدلال واستخدام المكيمات والدوال المنطقية، والمنطق المعاصر الذي تمفصل إلى مجالات أربع: نظرية المجموعات، نظرية قابلية الحساب، نظرية البرهان ونظرية الأنماط وهي المجالات التي رسمت ملامح النصف الثاني من القرن العشرين إلى وقتنا الراهن.

لقد هيمن المنطق الأرسطي لقرون حتى زمن كانط الذي اعتبره كاملاً دون نقص أو زلل، مما ساهم بشكل مباشر في عدم تطور نظرية منطقية تُجاوز عقم المنطق الأرسطي، وتحول دون ركوده إلى أن بزغت نظرية في المنطق على يد

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

لايبنتس الذي حاول إنشاء لغة رمزية للعلوم وبذلك كانت أول محاولة جادة لبناء نظرية منطقية، ضف إلى ذلك أن المشتغلين بالمنطق كان جلهم من الفلاسفة ولم يكونوا رياضيين أو منطقيين بالمعنى الأصيل للكلمة وهذا بالفعل ما أثر بالسلب على تطور المنطق.

وعلى أساس ما سبق تُعتبر مرحلة المنطق الكلاسيكي التي دشنها لايبنتس وصولاً إلى فريجه منعطفاً منهجياً وإبستمولوجياً حاسماً في تاريخ المنطق ووضع المنطق كعلم في سكتة الصحيحة لاسيما مع اهتمام الرياضيين به ودخوله مجال اختصاصهم، وقد لا نكون مبالغين إذا ما اعتبرناها الأهم على الإطلاق حتى في تاريخ الرياضيات ذاتها خاصة وأزمة الأسس التي شهدتها في النصف الثاني من القرن العشرين وقد كان للمنطق الدور الكبير في إعادة بناء أسس العلم الرياضي خاصة مع راسل ووايتهد ونزعتهما اللوجستية التي كان ثمارها كتابهما "أصول الرياضيات".

وعلى ضوء ما سبق نطرح إشكالتنا الرئيسية: ما هي ملامح المنطق الكلاسيكي؟

وتندرج تحت هذه الإشكالية إشكاليات جزئية نطرحها فيم يلي:

كيف ومتى بدأ المنطق الكلاسيكي يتشكل؟ كيف مثلت لحظة لايبنتس قطيعة مع المنطق الأرسطي؟ هل يمكن اعتبار المنطق الكلاسيكي منعرجاً منهجياً ومعرفياً في تاريخ المنطق؟ وكيف يمكن اعتبار المنطق الكلاسيكي لبنة للتيار اللوجيستي؟

وسنتجهج المنهج التاريخي والمنهج التحليلي.

2. في تعريف المنطق: يبدو أن تعريف المنطق¹ بوصفه "الآلة التي تعصم العقل من الزلل وتوجهه للإستدلال الصحيح" أو "فن التفكير" على غرار: فن التفكير لبور

¹ كلمة منطق من الأصل اليوناني: logikê/λογική وهو مصطلح بدوره مشتق من الأصل: λόγος/lógos أي اللوغوس، وتعني العقل، اللغة، الإستدلال، الخطاب، الكلمة، ووفق مقارنة أولية تعني فيما تعنيه دراسة

روايات، قواعد لقيادة العقل لديكارت، مقالة الطريقة لديكارت، إصلاح العقل لسبينوزا ... لم تعد ذات جدوى فأول مشكلة تعترضنا لتناول تعريف المنطق هي معنى كلمة "منطق" الذي تغير بشكل كبير خلال تطور المنطق منذ الأقدمين إلى الأزمنة المعاصرة، لذلك كل محاولة لوصف "المنطق" من طرف مؤرخ أو فيلسوف أو منطقي، كانت ستواجهه مشكلة إتخاذ قرار أي واحد يمكن التركيز عليه، ووفقا لمدى فهم الفيلسوف أو المنطقي نفسه لكلمة "منطق" أو ما الذي يمكن بالعقل اعتباره "موضوعا منطقيًا" من وجهة نظرنا المعاصرة، (Gabbay & Woods, 2004, p. 1)

كما يذهب Grize (1972) إلى أن استخدام كلمة "منطق" بشكل مستمر يجعل من المشروع أن نحاول أن نفهم هذا المفهوم، ويتعلق مفهوم المنطق بتصورات ومفاهيم أخرى، من بينها كون المنطق طالما ارتبط بالذهن أي أن المنطق له علاقة مباشرة بالإستدلال،² وعليه فالمنطق هو علم الإستدلال الصحيح (التفكير الصحيح)، وبعبارة أخرى هو علم القواعد التي وجب على كل استدلال اتباعها ليكون صالحا، ويمكن الجزم بأريحية بأنه ليس للمنطق مهمة واحدة والمتمثلة في مراقبة وتقصي مدى صلاحية الإستدلال فحسب بل بناء (structurer) مجموعة معارفنا، ذلك أن معارفنا وتجاربنا ما هي إلا تجريدات للعقل البشري تخلص إلى إطلاق أحكام جزئية أو كلية على موضوعات الطبيعة، فالعلم إذن هو مجموع أحكامنا المنطقية على العالم وظواهره.

القواعد الصورية التي يجب احترامها ومن أجل كل حجاج صحيح، وأول من استعمل المصطلح هو زينوكرات، حيث كان يشمل المنطق القديم الديالكتيك والخطابة، أما الآن فيتفصل على عديد المجالات والإختصاصات مثل نظرية النماذج ونظرية البرهان.

² تأتي كلمة الإستدلال في الفرنسية démonstration وهي تعني أيضا البرهان، غير أن بعض المناطق غالبا يقيمون تبادلا بين كلمة استدلال واستنباط inférence لكن الثاني يأتي على سبيل استخلاص نتيجة بواسطة استدلال في حين أن الإستدلال قد لا يؤدي إلى نتيجة. أنظر (بلانشي ر، 1968، صفحة 13).

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

أما بالنسبة لآخرين، فالمنطق يصرح بقوانين الفكر الأكثر عمومية، ليس للمُفَكِّر فيه فقط بل لما يمكن أن يشكل موضوعاً للفكر. (Wagner, 2007, p. 4)

المنطق هو علم الوسائل الموصلة للحقيقة فهو علم عملي فني، وهو علم شروط الحقيقة، أي هو علم نظري، فهو علم العمليات العقلية من حيث هي تقود إلى الحقيقة، وعلم شروط المعرفة الصحيحة، لكنه لا يُعتبر إلا صورة عمليات العقل في صلته بالحقيقة عامة، وهكذا فإن مبرهنة من مبرهنات الميكانيكا، يمكن أن تكون قاعدة لتفسير وقائع فيزيائية، وهذه القاعدة تأمر بإجراء عملية عقلية، ومع هذا فهي تنتمي إلى الفيزياء لا المنطق، لكن إتباع الفيزياء للميكانيكا والأسباب التي تجعله ضروريا هو من مجال نظرية العلم التي هي فرع من فروع المنطق. (جوبلو، 1925، صفحة 32)

3. لايبنتس: الأب المؤسس: يؤكد راسل بأن جل فلسفة لايبنتس مشتقة من منطق، كان للايبنتس تأثير كبير في ظهور المنطق المعاصر، سواء كان المنطق الرياضي، الرمزي أو الجبري، كما أن منطق لايبنتس يعتبر أساس منطق كل من بول وشرودر. (Jordain, 1916, p. 518)

يعتقد لايبنتس بأنه يمكن اختزال أو رد تفكير الإنسان إلى حسابات، وبالتالي يمكن لهاته الحسابات أن تتجاوز العديد من الإختلافات في الرأي، فالطريقة الوحيدة لتصحيح أفكارنا هي جعلها بمحاذاة فكر الرياضيين، وبالتالي يمكن لنا أن نجد أخطاءنا في لمح البصر، وعند مناقشة الأشخاص نقول لهم: لنقم بحساب ذلك، ونحدد من لديه الحق، كما يُضيف لايبنتس بأنه من الممكن التفكير من خلال الحساب، فعوض أن نتجادل أو نتناقش يمكننا أن نحسب، إن حساب المنطق عند لايبنتس يأخذ شكل إجراء عملياتي موجه كما عند البراجماتيين،

1.3.1:characteristica universalis

عادة ما يُترجم هذا المصطلح من اللاتينية إلى الإنجليزية بـ Universal characteristic أو Universal character وهي لغة كلية أو كونية صورية، تخيلها لايبنتس كلغة قادرة على التعبير المفاهيم الرياضية، العلمية والميتافيزيقية، طمح من خلالها لايبنتس إلى إنشاء لغة مألوفة في إطار حساب منطقي كلي، أو ما يصطلح عليه هو بـ "Calculus satiocinator" أي آلة حسابية للحساب، عندما ترجمها لايبنتس نفسه للفرنسية استخدم مصطلح "Spécieuse generate" بنفس المعنى باللغة اللاتينية، بوصفها لغة أفكار "idiographic language"، لم يكن إذن مشروع لايبنتس منطقيا صرفا بقدر ما كان سعيا لتمثيل المعرفة، يقول كوتيرا "Couturat": "هذا يعني أن الخاصية الحقيقية بالنسبة للايبنتس بمثابة إيديوغرافيا، معناه نسق أو نظام من العلامات التي تمثل بشكل مباشر الأشياء (أو الأفكار) وليس الكلمات، لتصبح كل أمة قادرة على ترجمتها إلى لغتها الخاصة". (Couturat, 1901, p. 52) إجرائيا، هذه العمليات الحسابية المنطقية هي إنتاج لنتائج من خلال مدخلات أولية تُطرح على شكل أسئلة في انتظار الإجابة عليها، وتضطلع بمهمة هذه اللغة بتعويض أو استبدال ريبية ولا يقينية الاستدلال الذي نستخدم فيه اللغة العادية بأخرى رمزية حسابية قادرة على الإجابة على الأسئلة المطروحة أو تقييمها بكل يقينية ودقة احتمال تتبنى إجابة معينة أو أخرى. (Wagner, 1998, p. 83)

2.3. الرياضيات والمنطق: كان لايبنتس أول من لاحظ وجود هذه الرياضيات الكلية (Mathématique universelle) التي تركز على مبادئها ومبرهناتها كل العلوم الرياضية الأخرى وتندمج هي الأخرى مع المنطق أو على الأقل تشكل جزءا منه (Couturat, 1901, p. 317)، فليس يوجد فحسب تشابه بين المنطق والرياضيات الكلية إنما شكل من أشكال التوازي بينهما، لأن الرياضيات الكلية

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

تشكل علما عاما للعلاقات حيث تتميز كل علاقة بعدد معين من الخصائص الصورية، أعطت مكانا لنظرية خاصة لها مسلماتها الخاصة ومبرهناتها، وتحصلنا في الأخير على "حساب" قواعد عملياته المسلمات السابقة بعبارة أخرى شكلت لنا جبرا "Algebra".

بجانب الجبر الكلاسيكي، الذي لم يكن غير منطق الأعداد والكميات، مؤسسا فقط على علاقة واحدة وهي علاقة التساوي "=", أسس لايبنتس جبرا آخر مرتكزا على علاقات أخرى كالتطابق والتشابه، وجبر الهوية والتضمن (الإحتواء)، التي دفعت إلى تطور المنطق الكلاسيكي، وبما أن كل هذه الأنواع من الجبر تركز على الخصائص الصورية للصيغ والتركيبات، فإن الرياضيات الكلية أصبحت بالفعل منطقا صوريا أي "علم القوانين والأشكال العامة للفكر".

لقد كان بالفعل لايبنتس سباقا لكشف ماهية الرياضيات بوصفها كما يقول كانط فيما بعد ملكة العلوم لما لها من أهمية في صياغة قوانين العلوم الأخرى بطريقة صورية، مما يسمح باستنتاج قوانين من أخرى.

يذهب لايبنتس لأبعد من ذلك، إذ يعتبر أن المنطق الصوري يمتد ليتقاطع مع الرياضيات، بالفعل يرى كوتيرا (1901) أن الطابع الصوري للإستدلالات هو الذي يضمن القيمة الكلية والصورية للإستنباط. (Couturat, p. 318)

يحتل مبدأ الهوية ($A=A$ (identity) درجة كبيرة من الأهمية، إذ يرى لايبنتس أنه إذا استطعنا برهنة قضية ما، فالمطلوب ليس أبدا أن تكون واضحة بذاتها أو مستنبطة حتى وإن اتضح ذلك فعلا، بل يجب أن تكون هوية أو مطابقة (identic) أي يمكن ردها إلى مبدأ الهوية، هذا ما يبينه لايبنتس من خلال مثال القضية الحسابية " $2+2=4$ " فهذه القضية تُبرهن من خلال تعريف العدد 2 و4 ومسلمة تعويض التكافؤ، ومنه يجعل من مبدأ الهوية مسلمة غير قابلة للبرهنة ($A=A$).

4. المنطق عند كانط: يبدو أن إيمانويل كانط هو مبدأ كل فلسفة نقدية سواء كانت في الفلسفة أو الرياضيات أو المنطق، فما نفتأ أن نرجع إليه أو نلتقيه، وبما أن نظرية المعرفة هي نقطة إنطلاق كل فلسفة، (زيناتي، 2013، صفحة 178)، وجب الحديث عن نظرية المعرفة وكيف تحصل عند الذات، لمحاولة مقارنة منطقها،

1.4. نظرية المعرفة عند كانط: ما يميز نظرية المعرفة عند كانط، ما يسميه هو بالثورة الكوبرنيكية التي قام بها في مجال المعرفة الفلسفية الشبيهة بتلك التي قام بها كوبرنيك في مجال الفلك، وفي هذا الصدد يقول كانط: "كان المفروض من قبل أن كل معرفتنا يجب أن تطابق الأشياء، لكن باءت بالفشل كل المحاولات إنما معرفتنا بالأشياء بإقامة ما هو قبلي فيها عن طريق تصورات، يجب أن نحاول إذن ما إذا كنا نصيب نجاحا في شؤون الميتافيزيقا إذا فرضنا أن الأشياء يجب أن تطابق معرفتنا، ذلك فرض أكثر ملائمة لما نريد، يجب أن يكون ممكنا أن تكون لدينا معرفة قبيلة للأشياء أي تحديد ما هو سابق على ما نستقبله منها، فقد كان يُعتقد في السابق أن العقل يدور في فلك الواقع سواء أكان هذا الواقع محسوسا أو مفارقا، إلا أن كانط أكد أن الواقع هو الذي يدور في فلك العقل وليس العكس. بمعنى أن الحقيقة لا توجد جاهزة في الواقع بل إن العقل هو الذي يبنها انطلاقا من المعطيات الواقعية الحسية، وخلص كانط إلى أن العقل يحتوي فقط على أفاهيم أو مبادئ قبلية بواسطتها يعمل العقل على تحويل وتنظيم المعطيات التجريبية لإنتاج معرفة كلية وضرورية، ولكن على الرغم من أن كل معرفتنا تبدأ من التجربة إلا أنه لا يعني أن تكون بالضرورة كلها مستخلصة منها، فهناك من

المعارف ما هو مفارق للطبيعة مستقل تمام عن التجربة، وهو ما يصطلح عليه كانط بالمعارف القبيلة،³ وهي معارف أولية سابقة عن كل تجربة حسية.

2.4. الأحكام التحليلية والأحكام التركيبية: يرى كانط أنه لو عمدنا إلى تحليل المعرفة العلمية الحققة، لوجدنا أن قوامها مجموعة من الأحكام التي تحتل الصحة أو الخطأ، ومن هنا اهتم كانط بتصنيف وإقامة التمييز بين الأحكام (لا القضايا) حتى يتبين خاصية كل منها، وطريقة تكونه ومجال استخدامه (إبراهيم، 1963، صفحة 47)، ونقصد هاهنا خاصية كل منها أي هل هي على سبيل الأحكام التحليلية أم الأحكام التركيبية، أما مجال الإستخدام فنتبين أيها أصح للميتافيزيقا منها إلى الرياضية البحتة منها إلى العلوم بصفة عامة، حيث يقول كانط: "في جميع الأحكام التي يُفكرُ فيها علاقة موضوع بمحمول، تكون العلاقة ممكنة على نحوين: فإما أن ينتمي المحمول (ب) إلى الموضوع (أ)، بوصفه شيئاً متضمناً في المفهوم (أ) أي بطريقة ضمنية، وإما أن يكون (ب) خارجاً عن المفهوم (أ) خروجاً تاماً على الرغم من ارتباطه به. في الحالة الأولى أسمى الحكم تحليلياً، وفي الأخرى أسمى تركيبياً، فالأحكام التحليلية هي التي يُفكرُ فيها الاقتتان بين الموضوع والمحمول. من خلال الهوية أو التعريف، والتركيبية دون ذلك دون ذلك، ويمكن أن نسمي الأولى تفسيرية والثانية توسعية". (كانط إ.، 1787، صفحة 49)

وبعبارة أخرى فإن في القضية التحليلية يكون المحمول عنصراً من عناصر الموضوع، بمعنى أنه يكون محتوى فيه، وعليه فالعلاقة بين المحمول والموضوع علاقة إحتواء، أو علاقة تضمن، وهي ضمناً تشير إلى علاقة هوية، وهي في الحقيقة قضايا طوطولوجية أي أنها قضايا تحصيل حاصل لا تزيد المعرفة شيئاً،

³ القبلي أو priori هو كل معرفة سابقة عن الخبرة الحسية، وهو يختلف عن الأفكار الفطرية عند ديكارت، ذلك أن القبلي لا يعطينا أي معارف، يطرح كانط سؤالاً في كتابه نقد العقل المحض الصفحة 45 هل يوجد نوع من المعرفة مستقل عن التجربة وحتى عن جميع الإنطباعات الحسية؟ ونُسمى مثل هذه المعارف قبلياً،

كمال هاملي

ولهذا كما أسلفنا يسميها كانط بأنها تفسيرية توضيحية، تقول ذات المعنى بصيغة أخرى، ويسوق كانط مثالا على ذلك فيقول: "عندما أقول كل الأجسام (هي) ممتدة يكون ذلك حكما تحليليا لأنه، ليس علي أن أتخطى المفهوم الذي أعطيه للجسم كي أجد الإمتداد مرتبطا به، بل على أن أحلل هذا المفهوم أي أن أعي فقط المتنوع الذي أفكره فيه دائما كي أعثر فيه على هذا المحمول، إنه إذن حكم تحليلي. وعلى العكس عندما أقول: كل الأجسام (هي) ثقيلة، فإن المحمول هنا مختلف تماما عما أفكر في مجرد مفهوم الجسم بعامه، فإضافة مثل هذا المفهوم تعطي إذن حكما تركيبيا". (كانط إ، 1787، صفحة 49)

من الواضح إذن، ومن خلال المثال الذي يسوقه كانط عن الحكم التحليلي، أنه لا يمكن تصور جسم دون أن أتصور فكرة امتداده، فلا يوجد جسم غير ممتد في مكان، وبالتالي وبالتالي فما الإمتداد إلا مجرد تحليل لتصور الجسم، ولسنا بحاجة لمُعطى أو خبرة تجريبية لندرك أن الجسم حاصل على الإمتداد، بعبارة أخرى، فكرة الإمتداد داخلية في هوية الجسم في حد ذاته سلفا، أي أن كل تصور عن الجسم تتضمن كل فكرة عن الإمتداد وما القول بالإمتداد إلا تحليل أو شرح لمفهوم الجسم.

وبالجملة فإنه في الأحكام التركيبية، لا يمكن استخراج هذا المحمول من مجرد تحليل فكرة الجسم مثل الحكم التحليلي الذي تضمن سلفا فكرة الإمتداد، بل لا بد للعودة إلى التجربة من أجل توسيع المعرفة بالجسم والتحقق من أنه لا يتسم بصفات الإمتداد والشكل واستحالة النفاذ فحسب، بل يتصف أيضا بصفة الثقل، ومن هنا فإن الأحكام التركيبية ليست تحصيل حاصل.

3.4. الأحكام التركيبية القبلية: إن أول من أدرك حقيقة أن الرياضيات تعلمنا أشياء عن الطبيعة، والتي ستشكل لنا مشكلة إذا ما أخضعناها لصرامة الإستدلال الرياضي هو بلا منازع كانط، فالحل الذي اقترحه لهذه المعضلة هو

تقديمه للمقولة (catégorie) المشهورة الأحكام التركيبية القبلية، والتي تبدو راهنا غير معقولة، لكنه لا يمكن بأي حال تصور تلكم الحقبة رياضيات غير طبيعية. (Bouleau, Girard, & Louveau, 1983, p. 16)

إن القضية "المثلث له ثلاث زوايا" والقضية "الأرض لها قمر" صحيحتان الإثنتين، لكن ليس لذات الأسباب، إن القول بمثلث له ثلاث زوايا تشكل جزءا من تعريف كلمة "مثلث"، لكن بالمقابل، لا تحتوي كلمة "أرض" ما نجم من خلاله بامتلاكها قمرا يدور حولها، وبعبارة أخرى، لا يمكننا أن نتخيل مثلثا بأربع زوايا، لكن يمكننا أن نتخيل الأرض كما عطارد أو الزهرة ليس لها أقمار، الحكم على قضية بصحتها ضرورة يسميه كانط "بالحكم التحليلي"، وعلى العكس من ذلك، يسميه "تركيبى أو تأليفي" أي الحكم على صحة قضية دون أن يكون جزءا من تعريفها، وهكذا فالحكم على القضية "المثلث له ثلاث زوايا" صحيح وتحليلي كما أن الحكم على القضية "الأرض لها قمر" صحيح وتركيبى (Dowek, 2007, p. 50).

هناك فرق آخر يستخدمه كانط يعاكس الأحكام القبلية والأحكام البعدية، الحكم القبلي يتأسس أو يتقوم داخل عقولنا، في حين أن الحكم البعدي يتطلب التفاعل مع الطبيعة أي أنه يتأسس خارجنا، إن هذا المثال يجعلنا نعتقد بأن الأحكام التحليلية هي دائما أحكام قبلية والأحكام التركيبية هي دائما أحكام بعدية، غير أنه ليس بالضرورة دائما أن يتطلب الأمر تجارب لمعرفة الطبيعة. المثال الأشهر للحكم التركيبى القبلي هو الحكم "أنا كائن" فالطبيعة موجودة بدوني منذ زمن وستوجد من بعدي، ويمكن أن تكون موجودة أيضا لو لم أكن قد وُجدت أصلا، لا يمكنني القول بأني موجود بالتعريف، إن حكم وجودي بالتالي تركيبى، لأنه أنا أفكر إذن أنا موجود. حقيقة أن الزمن موجود هو أيضا حكم تركيبى قبلي، فالزمن ليس موجودا بالتعريف، ولا توجد أي ضرورة للقول بأن الأشياء تتحرك أو

تتغير، وبالرغم من ذلك، لسنا بحاجة للمشاهدة خارج أنفسنا نحن لمعرفة ما إذا كان الموقت موجود. إن وعينا يتطور في الزمن، وهذا يكفينا ليكون لدينا وعي بوجود الزمن. (Dowek, 2007, pp. 50-51)

يصرح كانط جازماً: "كل الأحكام الرياضية تركيبية" (كانط إ.، 1787، صفحة 50)، إذ يقر في ذات الفقرة بأن هذه القضية قد أفلتت من محلي العقل البشري، إذ لطالما ظنوا بأن جميع الاستدلالات الرياضية تُحصل بمبدأ عدم التناقض، ذلك أن القضايا الرياضية هي دائماً أحكام قبلية وليست تجريبية، لأنها مصحوبة بضرورة لا يمكن أن نستمدّها من التجربة. (كانط إ.، 1787، صفحة 50)

وبعبارة أخرى، فإنه لا خلاف على أن القضية الرياضية قبلية بمعنى أنها ليست مشتقة من التجربة، وأنها ضرورية ضرورة منطقية، غير أنه ينكر كما أسلفنا أن القضية الرياضية تحليلية بالمعنى الذي يسوقه كانط في تعريف القضية التحليلية بوصف المحمول متضمناً في الموضوع، أو محمولها ليس سوى تحليل للموضوع، إذ يرى أنها تركيبية، يسوق لنا كانط المثال الآتي: إن القضية $12=7+5$ ، إذ يقول بأن 12 ليست متضمنة في 7 أو 5، وإنما ينطوي فقط على ربط العددين في عدد واحد، دون أن يحدد هذا الرابط النتيجة، فلكي نحدد هذا العدد يجب أن نخرج من مجال الأفكار أو التصورات إلى مجال الحدس، كأن نقول خمس أصابع أضفنا إليهم سبعة أصابع، أو خمس حصوات أضفنا إليهم سبع حصوات.

4.4. كانط والرياضيات المجردة: تكتسي الرياضيات أهمية بالغة عند كانط

على اعتبار أنها يقينية كما بحث فيها ديكارت من قبل، وهي تنبني على موقف كانط من ثلاث نقاط رئيسة: مصدر اليقين في القضية الرياضية البحتة، التركيب القبلي وصلة الرياضيات البحتة بالعالم المحسوس، (زيدان، 1979، صفحة 93) إذ

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

يقول: "ها نحن الآن أمام معرفة عظيمة الشأن محققة، بلغ نطاقها الآن حجما يستحق الإعتبار ويبشر مستقبلها بنمو لا حد له، وهي تستوجب اليقين الضروري التام أي الضرورة المطلقة ولا ترتكز إذن على أي أساس تجريبي، وبالتالي فهي إنتاج خالص للعقل، وفضلا عن ذلك معرفة كلها تركيبية"، (كانط إ، 1991، صفحة 31) لكن كيف يمكن للأحكام الرياضية أن تكون قبلية وتركيبية في ذات الوقت؟ أوليس التركيبي بالمفهوم الكانطي هو كل ما يتصل بالتجربة أي أنه يمكن أن نسأل حول الأحكام الرياضية، وبعبارة مقتضبة: كيف تصبح الأحكام التركيبية القبلية ممكنة؟ لاسيما وأنه بالنسبة لكانط فأحكام القبلية تشكل الميتافيزيقا والرياضيات، فكيف يمكن لهذه الأحكام أن تكون مشروعة للرياضيات دون الميتافيزيقا؟

يؤكد كانط أن المنهج وليس الموضوع هو الذي يحدد الفرق بين الرياضيات والميتافيزيقا، (Couturat, 1905) إذ لا يمكن تطبيق المنهج الرياضي إلا على ما يمكن تكميمه أي قياسه، ولهذا ربط كانط بين علم الحساب والزمن، وعلم الهندسة والمكان، وعليه يمكن القول بأن الأحكام الرياضية يمكن أن تكون في ذات الوقت أحكاما تركيبية مثل الأحكام التجريبية وقبلية مثل الأحكام التحليلية فهي أحكام تركيبية لأنها أحكام تُؤلف داخل الحدس وهي قبلية لأنها قبلية في حد ذاتها، فالرياضيات فقط هي من تمتلك بديهيات أي مبادئ تركيبية قبلية لأنها الوحيدة القادرة دون الفلسفة و العلوم الأخرى على بناء مفاهيم وتصورات وربط المواضيع بشكل قبلي وفوري في حدس الموضوع، يقول كانط: "لكننا نجد أن كل معرفة رياضية تحمل طابعا خاصا، فأول يجب أن تكون تصوراتها حاضرة في العيان، وبصورة قبلية أي حاضرة في العيان المجرد لا في التجريبي، وهي لا تستطيع أن تتقدم خطوة بغير هذه الوسيلة، لذلك فأحكامها تقوم دائما على العيان". (كانط إ، 1991، صفحة 32)

كمال هاملي

من الواضح إذن أن كانط يعتبر الرياضيات أكثر العلوم وثوقية و يقينية، لكون مفاهيمها ومعارفها كلها قبلية تركيبية، فهي تستمد صحة قضاياها ضرورة قبلية دون اللجوء لأي تجربة أو اتصال بالخارج، فهي كما يقول من إنتاج العقل الخاص، أما كونها تركيبية فلأن مصدرها الحدس الخالص، إذ يعتبر كانط المكان والزمان الحدسين الذين تقيم عليهما الرياضيات المحضة كل معارفها وأحكامها، وهو طرح متوافق تماما مع ما اعتبره كانط مصدر الرياضيات ألا وهو الحدس الخالص.

5.4. المنطق الترنسندنتالي: بالنسبة لكانط، المنطق العام (الأرسطي) هو علم قواعد الفاهمة، علم صوري بما هو كذلك، لا يزودنا بأية معارف حول مجال الموضوعات، لأنه ووفقا لكانط فالرياضيات على النقيض من ذلك، تبني مجالا معرفيا وتفترض مفاهيم مبنية، بمعنى آخر، تتمثل قبليا في الحدس، إذ يقول كانط: "لو تأملنا مبادئ الفاهمة في ذاتها بحسب أصلها، لوجدنا أنها ليست بأي حال معارف مبنية على أفاهيم، لأنها لن تكون ممكنة قبليا البتة إن لم ندخل فيها الحدس المحض كما في الرياضة أو شروط تجربة ممكنة بعامة" (كانط، 1787، صفحة 188)، وعليه، فلا يمكن أن يكون الإستدلال الرياضي مستنبطا من القواعد المنطقية للفاهمة، فقواعد منطقية كهذه لا تسمح لوحدها ببناء المفاهيم ولا ببرهنة نظريات علم الحساب، وبالتالي لا يمكن ردها للمنطق.

يعطي كانط معان مختلفة لكلمة منطق: منطق عام محض، منطق ترنسندنتالي، منطق خاص، منطق محض أو منطق عملي حيث يحتوي المنطق العام المحض على القواعد الضرورية للفكر، فهي تحدد معايير أو مقاييس استعمال الفاهمة والعقل من وجهة نظر صورية مستقلة تماما عن أي إشارة لموضوعات خاصة.

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

المنطق الترنسندنطالي يُعطي أيضا قوانين العقل والفاهمة، ما دامت تحصل على موضوعاتها قبلها، وبالتالي فهي لا تقوم دائما بعملية تجريد كل محتوى معرفة، غير أنها لا تملك أدنى قوة لمعرفة أي موضوع، لأن استعمالها يفترض موضوعات أُعطيت سلفا في الحدس، ومن خلال التعريفين السابقين نُدرك لما كان كانط يصبر بأنه لا يمكن استنتاج علم الحساب من المبادئ المنطقية.

5. بول وجبر المنطق:

1.5. **قوانين الفكر:** في منتصف القرن 19م، قام جورج بول⁴ George Boole بتوضيح شكل آخر من الحساب المنطقي، كان المرجع بالنسبة له "الجبر"، لكن إذا كان الحساب الجبري يعطي لنا أنموذجا هو بشكل ما مختلف كثيرا عن بعض الرؤى الطموحة، لأن المنطق عند "بول" لا يمثل سوى "علم عام" له هدف واحد وهو التنظيم الموسوعي للمعارف، وليس لتحليل الأفكار والمفاهيم التي تسمح بملاحظة "التركيب" من خلال توافق بين أفكار أكثر بساطة (أبجدية للفكر الإنساني وفقا لتعبير لايبنتس).

والحساب البولي أو جبر بول هو مقارنة جبرية للمنطق من حيث المتغيرات، العمليات ودوال لمتغيرات منطقية، مما يسمح بتطبيق تقنيات جبرية لمعالجة عبارات ثنائية القيمة (ذات قيم ثنائية لا غير) لحساب القضايا، يجد اليوم جبر بول تطبيقات عديدة لاسيما في المعلوماتية وتصميم الدارات الإلكترونية، حيث استخدم لأول مرة في دارات الاتصالات الهاتفية عن طريق المهندس والرياضي الأميركي كلود شانون Claude Shannon الأب الروحي لنظرية المعلومات.

يتعلق الأمر إذن بدراسة خصائص العمليات التي يمكن تطبيقها على موضوعات معينة لأجل غاية استخراج القوانين، مما يؤدي وفقا لـ "بول" إلى تحقيق في قوانين الفكر"، ففي كتابه الصادر العام 1854 "تحقيق في قوانين

George Boole⁴ جورج بول 1864-1815 رياضي، فيلسوف ومنطقي إنجليزي.

كمال هاملي

الفكر "قصد من "بول" من خلاله دراسة القوانين الأساسية لعمليات الفكر التي من خلالها تتم عملية الإستدلال. (Wagner, 1998, p. 91)

بالنسبة لـ "بول" البحث عن طريقة عامة في المنطق هو المضي مع قوانين الفكر، لأن غاية المنطق ليست فحسب متعلقة بحساب الإستدلالات والإستنتاجات الصحيحة، فهي أيضا تأسيس "نظرية في الإحتمالات" أي إمطة اللثام عما يحجب عنا ملكات العقل، بقي لنا أن نفهم أن ما يحمله الجبر لـ "بول" يتمفصل على عنصرين: أولهما البحث عن طريقة منطقية وثانيهما قوانين الفكر، في حين أن قوانين الحساب الجبري هي بالضبط مكافئة لتلك الخاصة بالفكر في عملية استدلاله وتفكيره.

يقول "بول": "لا يوجد فحسب تشابه كبير بين عمليات الذهن في استدلاله بعامة وتلك التي يؤدي إليها هذا العلم الخاص وهو الجبر، لكن في مجال أوسع، هناك تكافؤ دقيق من حيث القوانين التي يخضع لها الصنفان الاثنان من العمليات"

بالنسبة لـ "بول" إذن، فإن الطريقة المنطقية أو المنهجية المنطقية ليست سوى تطبيق للحساب الجبري على مسائل وأسئلة لا تتعلق بشكل مباشر بالموضوعات الرياضية المعهودة (المستعملة)، فإذا كان المنطق يستخدم الطرق الرياضية ذلك لحل مسائل ليس بالضرورة أن تكون متعلقة بالعدد أو الكمية ولكن، بصفة أكثر عمومية العلاقات بين الأشياء (كما مثلا في ملفوظ "كل الناس قانون" أو العلاقات بين القضايا مثل "إذا كان هناك كسوف للشمس فيمكننا رؤية النجوم") (Boole, 1854, p. 31).

لكن السؤال الإجرائي الذي نطرحه: كيف لرموز وعمليات الجبر أن تعطينا حولا لمسائل وأجوبة على أسئلة متعلقة بالمنطق؟، نطرح هذا السؤال وننوه إلى

المنطق الكلاسيكي من لايبنتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

أن عصر "بول" لا يفكر أحد في تطبيق طرائق رياضية على مجال بحث اهتم به الفلاسفة أكثر من الرياضيين أنفسهم. (Nahin, 2013)

ففي مقدمته المطولة لكتابه "التحليل الرياضي للمنطق"، يصرح "بول":
"سنستخدم نظرية الجبر الرمزي ونذكر أن صلاحية عملية التحليل لا تتعلق بتأويل الرموز المستخدمة ولكن تتعلق بقوانين تركيبها (combination) والجمع بينها، (Boole, 1847, p. 2)، يتعلق الأمر إذن في الحساب الجبري للمنطق عند "بول" بصلاحية الإستنتاجات دون تأويل المحتوى فمفهوم الحقيقة غير وارد في جملة القضايا القضية، بقدر ما يهمننا سلامة الإستدلال وصلاحيته فالأمر منوط بقوانين استدلال ذهنية، يضيف "بول": إن ما يجعل المنطق ممكنا هو وجود المفاهيم العامة في أذهاننا وهو أيضا قابليتنا لاستقبال مفهوم الصنف أو "الفئة" وتحديد عناصر أفرادها من خلال اسم مشترك وخاصية مشتركة، وعليه فكل نظرية في المنطق متعلقة باللغة. إن أية محاولة ناجحة للتعبير عن القضايا المنطقية باستعمال الرموز يجب إيجاد قوانين هذه التركيبات، من خلال قوانين العمليات الذهنية التي تمثلها أي بشكل ما بحث في فلسفة اللغة. (Boole, 1847, p. 5)

2.5. جبر المنطق: جبريا، نعتبر المجموعة $E = \{0,1\}$ ويُرمز لها أيضا بالرمز $E = \{T, \perp\}$ ، حيث عرف "بول" عمليتين: عملية الضرب ونرمز لها بالرمز "." أو "∧" وعملية الجمع ونرمز لها بالرمز "+" أو "∨".

طابق "بول" بين عملية الضرب في الجبر وعملية الوصل في المنطق، كما طابق أيضا بين عملية الجمع في الجبر وعملية الفصل في المنطق، إن هذه المطابقة أولنذكر أن المجموعة E تحوي عنصرا أعظما نرمز له بالرمز: $\sup(E) = 1$ وعنصرا أصغريا نرمز له بالرمز $\inf(E) = 0$.

وبتطبيق الخواص الجبرية نحصل على الخواص الآتية: (Nahin, 2013, pp.

45-50)

- قانون المتمم: $\bar{0} = 1, \bar{1} = 0$
- قانون المتمم المضاعف: $\bar{\bar{a}} = a$
- قانون التجميع: $a.(b.c) = (a.b).c, (a+b)+c = a+(b+c)$
- قانون التبديل: $a.b = b.a, a+b = b+a$
- قانون التوزيع: $a+(b.c) = (a+b).(a+c), a.(b+c) = a.b+a.c$
- قانون تساوي القوى: $a.a = a, a+a = a$
- قانون الحيادي: $a.1 = 1.a = a, a+0 = 0+a = a$
- قوانين الإمتصاص: $a.(a+b) = a, a+a.b = a$
- الخاصية الواحدية: $a+\bar{a} = 1$
- الخاصية الصفرية: $a.\bar{a} = 0$
- قانون دي مورجان: $\overline{a.b} = \bar{a} + \bar{b}, \overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$

استعمل بول جداول الحقيقة لبرهنة بعض الخصائص كما استعملها أيضا

لبرهنة خواص أخرى.

6. المنطق عند فريجه: إن فريجه هو أرسطو جديد، قد كان في مستهل القرن العشرين رائدا لتجديد الدراسات المنطقية (فرنان، 1986، صفحة 7) على الرغم من أن المنطق الحالي بعيد كل البعد من حيث روحه أو من حيث محتواه عن منطق فريجه، إلا أن ما قدمه فريجه شكل الإرهاصات الأولى لظهور المنطق المعاصر، ويعتبر الكثيرون فريجه الأب المؤسس للمنطق الحديث على الرغم من أن منطقته يختلف كل الاختلاف عن المنطق المعاصر، وتكمن أهميته في شقين أولهما: تمزيق السياج الدوغمائي الذي طالما أحيط بمنطق أرسطو والذي كرسه كانط باعتباره منطقا كاملا وثانيهما رد اعتبار لايبنيتس واستئناف منجزه المنطقي

المنطق الكلاسيكي من لايننتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

وطموحه في إنشاء لغة علمية دقيقة، غير أنه كان لأعمال فريجه المنطقية هدف واتجاه مخالف للسالفين حيث كان مشروعه "تأسيس علم الحساب" الذي من شأنه أن يغنينا عن الرجوع للحدس. (Wagner, 2007, p. 6) ويعتبر كتابه الإيديوغرافيا مؤلفه العمدة الذي لخص جل جهده المنطقي وبسط فيه معالم المنطق الجديد ترميزاً، صيغاً وقواعد استنباط.

في نصوص فريجه التي يقارن فيها بين الإيديوغرافيا والحساب البولي، يرى بأن البنيتين لم يكن لهما الهدف نفسه، (Wagner, 1998, p. 96) ف "بول" استخدم تقنيات الجبر لحل مسائل منطقية تحمل فقط "صور" القضايا والاستدلالات، وإذا كان المنطق يُطبق على مجالات بعينها دون احتوائها على العدد أو الكمية، ليس فقط لأننا في منطق بول نشتغل على علامات مجردة مهملين مؤقتاً أثنا الحساب ماذا تمثل، فبالنسبة لفريجه لأننا نرفض كل تحليل "للمحتوى" التصوري للصيغ لإستخراج العلاقات المنطقية التي بينها لا غير.

يبدو أن هدف فريجه كان مختلفاً فقد أراد بناء لغة من خلالها يمكن التعبير عن "محتوى" الفكر، وبالتالي فقد أراد إنشاء لغة بمحتوى وليس مجرد حساب على الرموز أي أراد صياغة تمثيل منطقي للفكر، وعليه اتضح جلياً أن فريجه كانت غايته ابتكار "لغة مميزة" أي لغة نموذجية للفكر الخالص مؤسسة على أنموذج علم الحساب، لكن يجب أن تكون متممة بصورنة قادرة على ملء الفجوات المنطقية،

كما يقول جoffa: "إذا أردنا تعريف اللوجيستيك كبرنامج إختزال علم الحساب أو كما أراد راسل إختزال الرياضيات ككل للمنطق، يجب أن نعي جيداً أن خلال هذه الفترة عندما كانت الرياضيات حقيقة كان المنطق مجرد مشروع".

1.1.6 الإيديوغرافيا وتأسيس علم الحساب:

كتاب الإيديوغرافيا هول أول عمل كتبه فريجه في مجال المنطق، وهو - ربما- أهم كتاب فردي كُتب في المنطق على الإطلاق، (Frege, 1879, p. 1) ويبدو أن مرجعية فريجه الرياضية قد ساعدته كثيرا وأضفت المشروعات لمشروعه، وعلى الرغم مما تعرض له فريجه فيما بعد من نقد لاسيما من شرودر Schröder العام 1880، إلا أنه كما يقول: "لم يكن مقصدي تقديم منطق مجرد من خلال صيغ، لكن التعبير عن محتوى من خلال كتابة علامات ورموز بطريقة أكثر دقة وضوح أقصى ما يمكن، في الحقيقة لقد أردت إنشاء لغة خاصة بالمعنى الذي أراده لابنيتس" (Frege, 1879, p. 2)

لم يكن يهدف فريجه إلى إصلاح المنطق، بل إلى بناء أسس علم الحساب (Arithmetic)، وعليه كانت الأطروحة الأساس لفريجه هي تبين أنه لا يوجد فرق جوهري بين المنطق والحساب، من هنا جاءت أحد معاني اللوجيستكا (Logisme) هي استنباط علم الحساب من داخل المنطق، وهو ما نطلق عليه برد (reduction) علم الحساب للمنطق فقد لاحظ فريجه غياب الوضوح في مبادئ علم الحساب من جهة، وخاصية اللاكفاية/ اللاتشبع (insuffisabilité) لتعريف العدد، وبالتالي فلم تتعلق المسألة بتوطيد علم أو تأسيسه بقدر ما كانت مسألة توضيح وإبانة. (Wagner, 2007, p. 15)

في كتابه "القوانين الأساسية لعلم الحساب" افترض فريجه أن اللغة الطبيعية غير لائقة، فاقترح الإيديوغرافيا وهي لغة مساعدة للتعبير بشكل واضح عن محتوى الفكر من خلال لغة تصويرية، فصمم الإيديوغرافيا كلغة فكر محضة، تستخدم العلامات (signes) والصيغ (formules) الخاصة، خلافا لما هو مستخدم في اللغات الطبيعية، فهي لا تترك مجالا للغموض، وبالمحصلة فقد كان

المنطق الكلاسيكي من لايننتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

على فريجه إيجاد طريقة تحليل منهجية لتقرير القضايا ذات الصيغ التي تستجيب للقواعد النحوية للمنطق.

ويرى Wagner (2007) أن الإصلاحات التي قدمها فريجه هي الأكثر أصالة في التاريخ، فقد قام فريجه بالتمييز بين صنفين منطقيين: الموضوعات مثل: سقراط، والدوال: مثل (هو) موسيقي والدوال قضايا تصريحية كقولنا: سقراط (هو) موسيقي فنطبق الدالة (هو) موسيقي على سقراط (argument).

كان الهدف من مشروع فريجه هو برهنة عدم جدوى رد الإستدلال الحسابي إلى الحدس، ولا يمكن بناء الإستدلالات الرياضية بالرجوع إلى الحدس، والفكر الخالص قادر بنفسه بمنأى عن أي حدس حسي على تعريف الموضوعات وإنتاج المعرفة الحسابية. (Wagner, 2007, pp. 16-17)

إن ما وصل إليه فريجه يعبر عن ثورة آنذاك، فقد أعاد بناء الصرح الرياضي والصرح المنطقي على السواء، وبين أن كل خطوة استدلال حسابي لا تقتضي ولا تتطلب أي رجوع للحدس كما قال كانط، وإنما تقتضي فحسب وسائل وأدوات منطقية بحتة.

2.6. حساب القضايا: أعطت الطريقة الجديدة لفريجه مرونة وقوة تعبيرية في صياغة القضايا مقارنة بالطريقة التي كان ينتهجها أرسطو، فقد بدت متكيفة تماماً مع نمذجة الإستدلالات الرياضية لاسيما واستخدام المكملات: المكمل الكلي والوجودي $\forall, \exists$ ، كما يلي:

x: متغير يمثل فرداً معيناً

H: رمز علاقة أحادية و Hs تُقرأ x (هو) إنسان

M: رمز علاقة أحادية و Mx تُقرأ x (هو) فان

→ رابطة قضوية والتي يمكن قراءته في هذا السياق: إذا كان ... فإن

$\forall$ مكمل كلي ويمكن قراءته: من أجل كل فرد

كمال هامي

وعليه يمكن تحليل وإعادة صياغة القضية: "كل إنسان فان" بالقول: إذا

كان x إنسانا، فإن x فان، ونعبر عنها بالصيغة: $\forall x(Hx \rightarrow Mx)$

استحضر فريجه عددا من المفاهيم الرواقية وبالأخص، في منطق فريجه

كل قضية متكونة من قضايا أولية (ذرية) مرتبطة فيما بينها من خلال روابط:

الوصل "و"، الفصل "أو"، النفي "¬"، إذا كان ... فإن "→" فعكس الرواقين،

قام فريجه بتقسيم القضية الذرية إلى عنصرين: محمول مطبق على موضوع

ولكن من خلال محمول علائقي

ففي القضية مثلا: 4 أقل من 5 رآها الرواقيون قضية غير قابلة للتقسيم،

في حين رأى مناطق العصور الوسطى محمولا (أقل من 5) مطبقا على موضوع

"4"، محمول علائقي، أما فريجه فرآها محمولا علائقيا "أقل من" يربط بين

متممين 4 و 5 (compléments).

مثل المنطق الأرسطي، افترض فريجه العام 1879 منطقا يسمح بالتعبير عن

كل محمول لا يُطبق على موضوع معين فحسب لكن، على كل الموضوعات

الممكنة، أو يعطي الموضوعات دون تحديد مسبق لها، ذلك أن القواعد

الكلاسيكية لمنطق أرسطو تعوض الموضوع بضمير غير معرف "كل" أو "بعض"،

وهكذا فالقضية "كل إنسان فان" بُنيت بذات الطريقة للصيغة "سقراط فان"

بتعويض سقراط بـ "كل"، إن هذه الآلية هي مصدر القلق والمأزق الإبيستمولوجي

في اللغات الطبيعية

ولنأخذ هنا مثالا على ذلك، إن القضية "الكل يحب شخصا معينا" يمكن

أن تعني بأن هناك شخصا محبوبا من طرف الجميع، أو بمعنى آخر، الكل يحب

شخصا معينا دون الجزم بأن ذات الشخص هو بالذات الذي يحبه الجميع،

وبالمحصلة هنا يكمن غموض اللغات العادية، ولرفع الغموض واللبس ولإيضاح

المنطق الكلاسيكي من لايننتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

قواعد الإستنباط كان من الضروري إعطاء أشكال مختلفة عن القضايا التي تعبر عن أشياء مختلفة

من أجل ذلك استعمل فريجه وبيرس ابتكارا يعود لجبري القرن 16، مثل فرنسوا فييت ألا وهو مفهوم المتغير، فبدل أن نطبق محمولا علائقيا "أصغر من" لأسماء "4" و "5" أو على ضمائر غير معرفة، نطبقه كمرحلة أولى على متغيرات x و y ولتي تعطينا القضية: " x أصغر من y "، وفي مرحلة ثانية نحدد إن كانت المتغيرات عامة أو وجودية من خلال عبارات "من أجل كل x " أو "يوجد x " والتي تُسمى مكملات.

وهكذا، قضية منطق أرسطو مثل "كل الناس فانون" تنقسم في منطق فريجه إلى "من أجل كل x ، إذا كان x إنسان، فإن x فان"

إن بفضل غنى القواعد النحوية لهذه القضايا بواسطة رموز المحمولات، المتغيرات والمكملات، صياغة قضايا تحوي على سبيل المثال: "من أجل كل"، "يوجد"، لم يعد من الصعب التصريح بقواعد الإستنباط، ولهذه النتيجة أهمية بالغة، لأنه أصبح مع منطق فريجه من إعطاء تعريف لمفهوم العدد الطبيعي، ومن ثم العددين 2 و 4، ثم عملية الجمع والبرهان أو الإستدلال على أن " $2+2=4$ " وهذا ما يدل على أن هذه القضايا تكون صحيحة بوصفها نتيجة لتعريف الأعداد الطبيعية وعملية الجمع، وبالتالي يكون الحكم في هذه الحالة حكما تحليليا وليس تركيبيا كما خمن كانط. (Dowek, 2007, p. 57)

3.6. منطق الدرجة الأولى: حساب المحمولات

يعتبر المنطق القضوي الأساس منطق الدرجة الأولى أو منطق المحمولات، حيث يستخدم منطق المحمولات المكملات والعلاقات، وقبل عرض مسلماته، ستناول عناصر لغة الدرجة الأولى، وتجدر الإشارة إلى أن محمولات الدرجة الأولى

كمال هاملي

نظرية منطقية من خلالها نستخدم المكملين الكلي والوجودي: $\forall, \exists$ بتطبيقهما على متغيرات أفراد فحسب، وليس على متغيرات محمولات بمعنى خصائص.

✓ لغة الدرجة الأولى: (Bouleau, Girard, & Louveau, 1983, p. 20)

■ رموز المتغيرات: $x, y, z, x', y', z', x'', y'', z''$

■ رموز الدوال:

دالة صفرية بمعنى ليس لها مدخلات أو ثابتة

دالة واحدة أي بمتغير واحد: $f(k), g(k)$

دالة ثنائية أي بمتغيرين: $h(k_1, k_2)$

دالة بـ n متغير $h(k_1, k_2, \dots, k_n)$

■ رموز المحمولات:

محمول واحد أو أحادي $Q(), P()$

محمول بـ n عنصر $F(, ,)$

الرموز: النفي: $\neg$ ، الوصل: $\wedge$ ، الفصل: $\vee$ ، المكمل الوجودي: $\exists$ ، المكمل الكلي: $\forall$

نقوم بتجميع الرموز لنحصل مرة على الحدود ومرة على الصيغ.

✓ الحدود:

كل متغير هو حد

إذا كان $U_1, U_2, \dots, U_n$ حدودا، وكانت f دالة بـ n مدخل، فإن $f(U_1, U_2, \dots, U_n)$ هي

أيضا حد

✓ الصيغ:

كل صيغة ذرية (atomique) هي تجميع من الشكل $P(a_1, a_2, \dots, a_n)$ حيث a_i عبارة

عن حدود و P مكمل ذو n مدخل.

كل صيغة ذرية عبارة عن صيغة

■ إذا كان φ صيغة، فإن $\neg\varphi$ هو صيغة أيضا

المنطق الكلاسيكي من لايننتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

■ إذا كانت φ و Ψ صيغتين، فإن $\varphi \vee \Psi$ هي أيضا صيغة

■ إذا كان φ صيغة، فإن $\exists x\varphi$ هي أيضا صيغة، حتى باستبدال x بمتغير آخر

اختصارا، نرمز $A \Rightarrow B$ من أجل $\neg A \vee B$ و $A \wedge B$ من أجل $\neg(A \Rightarrow \neg B)$ و $\forall xA$ من

أجل $\neg\exists x\neg A$ ، ويمكن أن نلخص مسلمات منطق الدرجة الأولى كالآتي:

1. $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $\vdash [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$
3. $\vdash [D \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow [B \rightarrow (D \rightarrow A)]$
4. $\vdash (B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$
5. $\vdash \neg\neg A \rightarrow A$
6. $\vdash A \rightarrow \neg\neg A$
7. $\vdash (c = d) \rightarrow (f(c) = f(d))$
8. $\vdash c = c$
9. $\vdash \forall a f(a) \rightarrow f(c)$

ليست هذه المسلمات هي المسلمات المنطقية الوحيدة الممكن اعتمادها في

حساب القضايا، بل توجد في الحقيقة ما لا نهاية من مجموعات المسلمات، والتي

يمكن أن تؤدي الدور ذاته في هذا الحساب، والشرط الذي يُوضع على أية واحدة

من هذه المجموعات هو أن تكون متسقة أو متماسكة، أي أن لا تُحدث تناقضا في

الرياضيات، تجدر الإشارة إلى أن المسلمة السادسة تُعرف باسم "النفي المضاعف"

(principle of double negation) وهو مبدأ منطقي شهير ومميز للمنطق

الكلاسيكي.

كل القضايا الواردة في المسلمات السابقة وكل الناتجة عنها بواسطة

عمليات التعويض والاستبدال تُعتبر صحيحة، ثم تُستخدم قاعدة الاستدلال

(inference) المعروفة في أدبيات المنطق الرياضي بواحد من الإسمين قاعدة

التفريز (The rule of detachment) و "Modus ponens" (قاعدة الإستلزام أو

اللزوم) لاستخلاص قضايا صحيحة جديدة، ونرمز لها اختصارا بـ MP، وهذا

نصها: $A, A \Rightarrow B \vdash B$

كمال هاملي

ويُعرف البرهان الرياضي في حساب القضايا الكلاسيكي للقضية P كل قائمة منتهية من القضايا: $P_n = P_1, P_2, \dots, P_n$ بحيث كل قضية P_k حيث $1 \leq k \leq n$ ، هي إحدى مسلمات حساب القضايا، أو ناتجة بواسطة عمليات تعويض واستبدال عن واحدة من القضايا: $P_1, P_2, \dots, P_{k-1}$ ، أو ناتجة بواسطة القاعدة MP عن قضيتين من ذات القضايا $P_1, P_2, \dots, P_{k-1}$

إن القائمة الواردة أعلاه في التعريف ليست بالضرورة الوحيدة، لذلك لا يوجد برهان واحد $P \vdash$ فإذا عُلِم وجود أحدها، وحتى لو لم يُعط صراحة، فإننا نقول بأن القضية P قابلة للبرهان (provable) في حساب القضايا وتُكتب رمزياً $\vdash P$.

من الواضح إذن، بأن القضايا الواردة في المسلمات السابقة وكل تلك الناتجة عنها بواسطة عمليات التعويض أو الاستبدال قابلة للبرهان في حساب القضايا. كذلك من الواضح بأن كل قضية قابلة للبرهان هي صحيحة، وفي حساب القضايا الكلاسيكي بوصفه نظاماً استنباطياً أكسيوماتياً (Axiomatic deductive system) لا يمكن تصور وجود قضية صحيحة خارج مجموعة القضايا القابلة للبرهان، فالحقيقة هنا قرينة للبرهان، والقضايا الصحيحة هي بالضبط القضايا القابلة للبرهان، وعليه فإن الكتابة $\vdash P$ تعني بالضبط أن P صحيحة.

ويمكن بصفة عامة القول بأن P هي نتيجة منطقية (logical sequence) $\vdash$ Γ ، أو أيضاً إنها قابلة للاستنباط (deducible) من Γ ، إذا وُجدت قائمة منتهية من القضايا:

$A_1, A_2, \dots, A_n = P$ بحيث كل قضية A_j حيث $1 \leq j \leq n$ هي إما إحدى مسلمات حساب القضايا، أو تنتمي إلى Γ ، أو ناتجة بواسطة عمليات تعويض واستبدال عن واحدة من قائمة القضايا $A_1, A_2, \dots, A_{j-1}$.

المنطق الكلاسيكي من لايننتس إلى فريجه: مقارنة تاريخية إبستمولوجية

فإذا كانت P هي فعلا نتيجة منطقية $\Gamma \vdash P$ ، فإننا نكتب رمزا $\Gamma \vdash P$ ، ونقول إن P هي النتيجة المنطقية، و Γ هي مجموعة الفرضيات المنطقية، وفي حالة كون هذه المجموعة منتهية ومعطاة بقائمة عناصرها $P_1, P_2, \dots, P_m$ ، فيمكن أيضا كتابة $P_1, \dots, P_m \vdash P$ ، وعليه فمن الواضح إذن أن الكتابة $\emptyset \vdash P$ لها بالضبط نفس معنى كتابة $P \in \Gamma$ كذلك من الواضح بأن $\Gamma \vdash P$ من أجل كل: $P \in \Gamma$.

وكنتيجة غاية في الأهمية، يمكننا القول بأنه إذا ما سلمنا ببرهنة قضية أو جملة قضايا P فإن هاته القضايا تُصبح إحدى فرضيات أو مسلمات النسق الأكسيوماتي، بمعنى أنه يمكننا استخدامها في براهين قادمة بوصفها مقدمات أو افتراضات صحيحة، أي تصبح $P \in \Gamma$.

كما أنه إذا كانت $\Gamma \vdash P \Rightarrow Q$ فإن $\Gamma \cup \{P\} \vdash Q$ والتي تُكتب أيضا كما يلي:
 $\Gamma, P \vdash Q$ وكحالة خاصة إذا كانت $\vdash P \Rightarrow Q$ ، فإن $P \vdash Q$.

7. خاتمة:

إن كثرة النتائج تستدعي الإنتباه، فهناك كثرة من المناطق ويمكن أن تُفهم هذه الكثرة بمعنيين: الأول معنى التعارض بين مناطق تبني أنساقا من البديهيات متمانعة، فإذا جعلنا معيارنا كمنطق نموذجي أو تقليدي النسق الأكسيوماتي للحسابين القضوي والدالي، والذي اقترحه كتاب "أصول الرياضيات" سنة 1910، فإن المنطق الحدساني والمنطق متعدد القيم، الذين ابتدعا بعد ذلك ظهرا بوجه المنطقيين المنحرفين من حيث تشكيكهما في عمل الروابط وفي ازدواج القيمة في النسق النموذجي، والثاني هو معنى تنوع الميادين للمناطق المختلفة، ففي مرحلة أولى تكون المنطق النموذجي ابتداء من تعريف ضيق لموضوعه، الذي هو القضية، ثم ظهرت أنساق صورية هدفها توسيع الحساب ليشمل ضروبا من القضايا استبعدت في بادئ الأمر من ميدان المنطق النموذجي، وهكذا تولدت المناطق الموجهة عندما أُضيف للنسق النموذجي عامل الضرورة والبديهيات المتعلقة به،

كمال هاملي

ثم على ذاك ابتدعت مناطق زمنية ومعرفية وطلبية. (بلانشي ر.، 1968، الصفحات 7-8)

عندما أبرز فيتجنشتاين حوالي 1920 طابع تحصيل الحاصل في القوانين المنطقية، بدأت تظهر أنساق غير كلاسيكية تكاثرت منذ ذلك حين، وكان وجود مثل هذه الأنساق التي ترفض هذا "القانون" أو ذاك من قوانين المنطق الرمزي الكلاسيكي، يهدم المطلقية المنطقية *absolutisme logique* فكشف عن الطابع الإصطلاحي لهذه القوانين التي كان النسق الكلاسيكي يعتبرها ضرورية ضرورة مطلقة، وأوضحت حرية الإبداع التي يتمتع بها المنطقي، وهذا ما عبر عنه "مبدأ التسامح" الذي صاغه "كارناب" فليس في المنطق أخلاق، ويحق لكل واحد أن يضع قواعد نظمة *syntaxe* كما يريد، وعندئذ فإن النسق المنطقي كما قال "كارناب" أيضا "ليس نظرية أي نسقا من التقارير حول موضوعات معينة، بل هو (لغة) أي نسق من الرموز مع قواعد استعمالها. (بلانشي ر.، 1968، صفحة 28)

8. قائمة المراجع:

- إدمون جوبلو. (1925). علم المنطق. (محمود اليعقوبي، المترجمون) باريس: مكتبة أرماند كولين.
- إمانويل كانط. (1787). نقد العقل المحض. (موسى وهبه، المترجمون) بيروت: دار الإنماء القومي.
- بيار فاقنار. (2011). ما هي نظرية النمذجة؟ تأليف بيار بيربي، و باسكال نوفال، مقالات في النمذجة وفلسفة العلوم (محي الدين الكلاعي، و عمران البخاري، المترجمون، الصفحات 315-337). تونس: المركز الوطني للترجمة.
- جورج زيناتي. (2013). الفلسفة في مسارها. بيروت: دار الكتاب الجديد.
- جيل دويك. (2018). المنطق. (عزالدين الخطابي، المترجمون) أبو ظبي: دائرة الثقافة والسياحة.
- دوني فرنان. (1986). مدخل إلى فلسفة المنطق. (محمود اليعقوبي، المترجمون) بروكسيل.
- روبر بارلانشي. (2004). الأكسيومية أو المنظومات الأولية. (محمود بن جماعة، المترجمون) صفاقس: محمد علي.
- روبير بلانشي. (1968). المدخل إلى المنطق المعاصر. (محمود اليعقوبي، المترجمون) باريس: ديوان الطبوعات الجامعية.
- زكريا إبراهيم. (1963). كانط أو الفلسفة النقدية. القاهرة: مكتبة مصر.
- كانط، إ. (1991). مقدمة لكل ميتافيزيقا مقبلة يمكن أن تصير علما) .س. ا. الإنسانية & Ed., ن. إسماعيل (Trans., موفم للنشر).
- محمود زيدان. (1979). كانط وفلسفته النظرية. القاهرة: دار المعارف.
- Audi, R., & Audi, P. (2015). *The cambridge dictionary of philosophy* (3 ed.). New York: Cambridge University Press.
- Boole, G. (1847). *The mathematical analysis of logic*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Boole, G. (1854). *An Investigation of the laws of thought*. Cambridge: Macmillan and co.
- Bouleau, N., Girard, J.-Y., & Louveau, A. (1983). *Cinq conférences sur l'indécidabilité*. Paris: Presses Ponts et Caussées.

- Cabbay, D. M., & Woods, J. (2009). *Handbook of history of logic: From Russel to Church* (Vol. 5). Amesterdam, Holland: Elsevier.
- Couturat, L. (1901). *La logique de Leibniz*. Paris: Felix Alcan.
- Couturat, L. (1905). *Les principes des mathématiques*. Paris: Librairie scientifique et technique.
- Delahayea, J.-P. (2012). *La logique: un aiguillon pour la pensée*. Paris: Berlin: pour la science.
- Delessert, A. (1988). *Introduction à la logique*. Lausanne: Presse Polytechnique Romandes.
- Dowek, G. (2007). *Les métamorphoses du calcul: Une étonnante histoire de mathématiques*. France: le pommier.
- Frege, G. (1879). *Begriffsschrift*. Lubrecht & Cramer.
- Gabbay, D. M., & Woods, J. H. (2004). *Rise of modern logic: from Leibniz to Frege* (Vol. 3). Holland: North Holland Publishing Co.
- Grize, J.-B. (1972). *Logique moderne*. Paris: Mouton Gauthier-Villars.
- Jolley, N. (1994). *The Cambridge Companion to Leibniz*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jordain, P. E. (1916). *The logical work of Leibniz*. In *The monist* (Vol. 26, pp. 504-523). Oxford: Oxford University Press. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/27900607>
- Kneebone, G. T. (1963). *Mathematical logic and foundation of mathematics an introductory survey*. London: D. Van Nostrand Company Limited.
- Murawski, R. (2010). *Essays in the philosophy and history of logic and mathematics* (Vol. 98). (P. s. humanities, Ed.) Amsterdam-Newyork: Rodopy.
- Russel, B. (2005). *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*. London and New York: Routledge Taylor an Francis Group.
- Schmitz, F. (2000). *Frege: du nombre au concept*. Consulté le 04 06, 2022, sur Université de Nante: http://www.caphi.univ-nantes.fr/IMG/pdf/nb_concept_Frege.pdf
- Wagner, P. (1998). *Machine en logique*. Paris: PUF.
- Wagner, P. (2007). *La logique*. Paris: PUF.