

Modélisation de la zone cohésive pour l'étude de la capacité portante d'une poutre en béton endommagée et réparée par matériau composite

K. Hadjazi¹, Z. Sereir¹, Y. Adjal¹, B. Bouhamida², H. Errouane¹

1.Département de Génie Maritime, Faculté de Génie Mécanique, B.P. 1505 El M'Naouer, USTO, Oran, Algérie.
Laboratoire de structure de composites et matériaux innovants.

2.Faculté de Génie Mécanique, B.P. 1505 El M'Naouer, USTO, Oran, Algérie.
Laboratoire de structure de composites et matériaux innovants.

ABSTRACT- Le renforcement à l'aide des matériaux composites des éléments structuraux ayant perdus une partie de leur capacité portante est un procédé prometteur, car il permet de rétablir la résistance des poutres et des dalles et certains ouvrages d'arts. Cependant, un problème important est associé au renforcement en flexion des poutres en béton : le décollement de la plaque de renforcement, engendré soit par le mauvais collage ou bien par le non respect de la proportionnalité entre les éléments de renforcement. Par la présente étude, un modèle analytique a été proposé pour la détermination des contraintes interfaces en se servant d'un modèle basé sur une loi cohésive bilinéaire permettant d'analyser une poutre en béton fissuré puis réparée par le matériau composite. Afin d'augmenter la capacité portante, réduire la flèche et limiter l'ouverture des fissures en assurant un meilleur comportement de cet élément, une étude paramétrique a été effectuée avec succès. Les résultats obtenus ont montré l'efficacité du collage des matériaux composites concernant l'amélioration de la capacité portante des structures en béton armé ceci est traduit par une nette augmentation de la charge ultime de rupture et une importante réduction des déformations.

Keywords: Matériaux composites, Béton, Renforcement, Fissure, Capacité portant, Contrainte d'interface

I.Introduction

Durant les dernières années, l'utilisation de la technologie des composites à matrices polymère pour la réparation et le renforcement des structuraux systèmes est devenue une nécessité industrielle. Une des applications avec succès est l'utilisation des plaques en composite pour le renforcement et la réparation des colonnes en béton armé, [1]. Ce champ d'application s'élargit de plus en plus aux autres types de structures comme les poutres [2], les dalles et les ouvrages d'arts [3] où des bandes en composites sont collées sur leur surface tendue dans l'espoir de réparer ou d'améliorer leur capacité portante en flexion.

Corresponding author: Z. Sereir,
Research field: Structures, Composites, Matériaux.
Adress. Laboratoire Structures de Composites et Matériaux Innovants, B.P. 1505 El M'naouer, USTO, Oran, Algérie.
E-mail: serzou@hotmail.com

De nombreux travaux de recherches ont démontré l'efficacité de la technique de réhabilitation des bâtiments et des ouvrages d'art par le collage d'éléments de renforcement extérieur. Parmi les techniques les plus utilisées dans littérature pour étudier la rupture des interfaces, l'approche par le modèle de la zone cohésive (MZC) est la mieux adaptée. Ce MZC relie les contraintes aux sauts de déplacement à travers une interface où la fissure peut se créer. L'initiation de l'endommagement est reliée aux valeurs maximales des différentes contraintes aux interfaces. Cependant, lorsque l'énergie emmagasinée dans l'élément cohésif est égale au taux de restitution d'énergie critique du matériau, un nouveau front de fissure est formé. Les trois paramètres qui définissent cette loi sont la rigidité d'interface K , la contrainte maximale τ ainsi que G_{IC} le taux de restitution d'énergie critique qui peut être considéré comme l'aire sous la loi d'endommagement [4].

Les modèles cohésifs ont été présentés la première fois par Barenblatt [5] et Dugdale [6]

afin de réaliser des champs de contraintes et de déformations plus rationnels aux fronts de la fissure. Ils ont appliqué une loi exprimant le vecteur de la contrainte en fonction du saut de déplacement à un point de discontinuité. Soares et al.[7] ont appliqué le modèle de la zone cohésive proposé par Tvergaard [8] pour étudier la propagation des fissures en mode I. Song et al. [9], ont étudié la propagation des fissures par des essais de rupture en mode I et en mode mixte. Un modèle de la zone cohésive discret (DCZM) a été mis en application par Xie [10]. Ce modèle est basé sur la méthode des éléments finis pour simuler le déclenchement de la rupture et suivre sa croissance lorsque les effets non linéaires du matériau sont significatifs.

Le présent travail s'inscrit dans le cadre de la continuité des travaux lancés auparavant par plusieurs auteurs. Il a pour objet l'étude du comportement en flexion trois points d'une poutre en béton fissurée et renforcée longitudinalement par une plaque en composite afin d'augmenter la capacité portante, réduire la flèche et limiter l'ouverture de la fissure en assurant un meilleur comportement de cette structure.

II. Modèle de la Zone Cohésive

Considérons une poutre en béton fissurée de profondeur a , renforcée par une plaque en composite FRP soumise à une charge concentrée au plan médian (flexion trois points), fig. 1.a. La géométrie et la section transversale de l'ensemble représentée dans la fig. 1, a et b est similaire aux travaux effectués par de nombreux chercheurs (Roberts and Haji-Kazemi, [11], Smith and Teng [12] and Wang [13-14]).

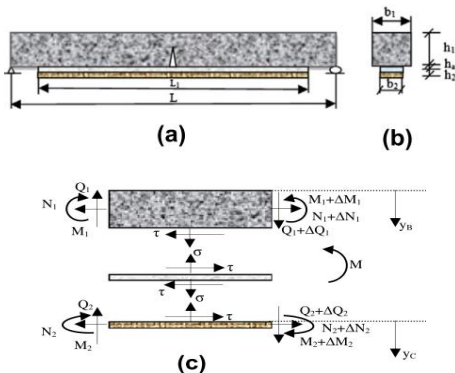


Fig. 1. Géométrie simulée et la section transversale

La fig. 1.c, montre la section de la poutre en béton et de la plaque en FRP. Dans cette fig., Q , M , N sont l'effort de cisaillement, le moment de flexion et la force longitudinale, respectivement. Les lois constitutives de la poutre en béton et la plaque FRP sont données par :

$$N_i = E_i A_i \frac{du_i}{dx} \quad (1)$$

$$M_i = -E_i I_i \frac{d^2 w_i}{dx^2}$$

u_i et w_i sont les déplacements axiaux et verticaux de la poutre i ($i=1,2$), respectivement. $A_i=b_i h_i$, E_i , b_i , h_i et I_i sont les sections transversales, les modules de Young, la largeur, la hauteur et les moments d'inertie de la poutre et la plaque i ($i=1,2$), respectivement.

τ et σ sont la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à l'interface. Les équations d'équilibres des forces axiales et des moments de flexion dans la direction axiale d'un élément structurale sont données par :

$$\frac{dN_1}{dx} = b_2 \tau \quad (2)$$

$$\frac{dN_2}{dx} = -b_2 \tau \quad (3)$$

$$M = M_1 + M_2 + N_2 (Y_1 + Y_2 + h_a) \quad (4)$$

Si la profondeur de la fissure est connue, le coefficient de rigidité de rotation K_r de la fissure peut être estimé selon Paipetis, [15] par :

$$K_r = c(a, h_1)(E_1 I_1) \quad (5)$$

Où a est la profondeur de la fissure. Pour $a < 0.6 h_1$, la valeur de $c(a, h_1)$ est donnée par Paipetis, [15].

Pour la variation de la contrainte le long de l'interface, les résultats expérimentaux disponibles ont prouvé que le vrai rapport contrainte-déformation est non linéaire (Attari et autres [16], Dai et autres [17]).

Le rapport entre la contrainte et la déformation est généralement désigné sous le nom contrainte-déplacement, puisque la déformation d'interface est principalement le déplacement relatif entre la plaque FRP et la poutre en béton.

Par conséquent, l'utilisation de la loi de la zone cohésive (MZC) pour l'analyse la séparation de l'interface, permet la détermination de la capacité portante de la poutre réparée par une méthode non linéaire. Dans ce document, un type triangulaire de la loi cohésive (bilinéaire), fig. 2, donne une bonne

approximation de ce rapport non linéaire, [13-14].

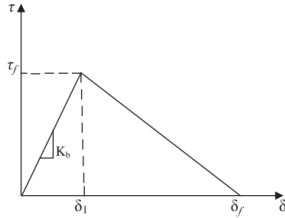


Fig. 2. Loi bilinéaire du modèle de la zone cohésive.

τ_f et δ_f sont la contrainte limite de cisaillement et le déplacement de séparation de l'interface, respectivement.

Tous les éléments cohésifs qui subissent une loi bilinéaire de traction-séparation, fig. 2, peuvent être mathématiquement décrits par les équations suivantes :

$$\tau = \begin{cases} \frac{\tau_f}{\delta_i} \delta & 0 \leq \delta \leq \delta_i \quad \text{Stage élastique} \\ \frac{\tau_f}{\delta_f - \delta_i} (\delta_f - \delta) & \delta_i \leq \delta \leq \delta_f \quad \text{Stage endommagement} \\ 0 & \delta > \delta_f \quad \text{Stage séparation} \end{cases} \quad (6)$$

Avec δ est le déplacement axial relatif du dessus de la plaque FRP et le fond de la poutre en béton qui est donné par :

$$\delta = u_1 - Y_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} - u_2 - Y_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \quad (7)$$

L'énergie de la rupture G_c est donnée par la surface sous la figure de la contrainte de cisaillement en fonction du déplacement. Elle est exprimée par :

$$G_f = \int_0^{\delta_f} \tau d\delta \quad (8)$$

Utilisant le MZC, le comportement d'un élément structurale renforcé par une plaque en composite est donné comme suit :

II.1. Etape élastique

Dans cette étape, la variation de la contrainte de cisaillement est obtenue en substituant l'équation (6) dans l'équation (7):

$$\tau = \frac{\tau_f}{\delta_i} \left(u_1 - Y_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} - u_2 - Y_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \quad (9)$$

La dérivée de cette équation nous donne :

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{\tau_f}{\delta_i} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - Y_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} - \frac{\partial u_2}{\partial x} - Y_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right) \quad (10)$$

Les déformations au niveau de la poutre et de la plaque FRP peuvent être exprimées par :

$$\varepsilon_1(x) = \frac{Y_1}{E_1 I_1} M_1 + \frac{du_1}{dx} \quad (11)$$

$$\varepsilon_2(x) = -\frac{Y_2}{E_2 I_2} M_2 + \frac{du_2}{dx}$$

Une variation cubique des déplacements longitudinaux U_1 et U_2 dans les deux adhérents est supposée :

$$U_1 = A_1 y_B^3 + B_1 y_B + C_1 \quad (12)$$

$$U_2 = A_2 y_C^3 + B_2 y_C + C_2 \quad (13)$$

y_B et y_C sont les coordonnées locales par rapport à des origines prises respectivement à partir des faces supérieures de l'adhérent 1 et 2, fig. 1. Les contraintes de cisaillement τ_{xy} dans les deux adhérents sont données par :

$$\tau_{xy_B(i)} = G_i \gamma_{xy_B(i)} \quad (14)$$

La déformation angulaire γ_{xy} dans les deux adhérents est donnée par :

$$\gamma_{xy_B(i)} = \frac{\partial U_i}{\partial y_B} + \frac{\partial W_i}{\partial y_B} \quad (15)$$

G_i représentent les modules de cisaillement transversaux des adhérents 1 et 2 ($i = 1, 2$). En négligeant les variations du déplacement transversal W_i (induits par les forces longitudinales) suivant l'abscisse x , l'équation (14) peut être écrite :

$$\tau_{xy_B(1)} = G_1 (3A_1 y_B^2 + B_1) \quad (17)$$

$$\tau_{xy_C(2)} = G_2 (3A_2 y_C^2 + B_2) \quad (18)$$

Les contraintes de cisaillements doivent satisfaire les conditions suivantes, Tsai et al. [18] et Tounsi [19, 20]:

$$\tau_{xy_B(1)}(x, 2Y_1) = \tau_{xy_C(2)}(x, 0) = -\tau \quad (19)$$

$$\tau_{xy_B(1)}(x, 0) = 0, \quad \tau_{xy_C(2)}(x, 2Y_2) = 0 \quad (20)$$

La condition (19) représente la continuité uniforme de la contrainte de cisaillement τ à travers l'épaisseur d'adhésif. La condition (20) considère qu'il n'y a aucune contrainte de cisaillement sur la surface supérieure de l'adhérent 1 ($y_B = 0$) et le fond de l'adhérent 2 ($y_C = 0$). Ces conditions donnent :

$$\tau_{xy_B(1)} = -\frac{\tau}{4Y_1^2} y_B^2 \quad (21)$$

$$\tau_{xy_C(2)} = \left(\frac{y_C^2}{4Y_2^2} - 1 \right) \tau \quad (22)$$

Par la substitution les équations (21 et 22) dans l'équation (14), nous obtenons :

$$\gamma_{xy_B(1)} = \gamma_1 = -\frac{\tau}{4G_1 Y_1^2} y_B^2 \quad (23)$$

$$\gamma_{xy_C(2)} = \gamma_2 = \frac{\tau}{G_2} \left(\frac{y_C^2}{4Y_2^2} - 1 \right) \quad (24)$$

Les fonctions des déplacements longitudinaux U_1 pour l'adhérent supérieur et U_2 pour l'adhérent inférieur, dues aux forces longitudinales sont données comme suit :

$$U_1(y_B) = U_1(0) + \int_0^{y_B} \gamma_1 dy_B = U_1(0) - \frac{\tau}{12G_1Y_1^2} y_B^3 \quad (25)$$

$$U_2(y_C) = U_2(0) + \int_0^{y_C} \gamma_2 dy_C = U_2(0) + \frac{\tau}{G_2} \left(\frac{y_C^3}{12Y_2^2} - y_C \right) \quad (26)$$

Où $U_1(0)$ et $U_2(0)$ sont les déplacements de la surface supérieure de l'adhérent 1 et 2 induit par les forces longitudinales respectivement. u_2 est le déplacement d'adhésif à l'interface entre l'adhésif et l'adhérent inférieur.

Notant qu'en raison de la parfaite adhérence des joints, les déplacements sont continus aux interfaces entre l'adhésif et les adhérents. En conséquence, u_2 devrait être équivalente au déplacement d'adhérent inférieur à l'interface et u_1 (le déplacement d'adhésif à l'interface entre l'adhésif et l'adhérent supérieur) doit être le même que le déplacement de l'adhérent supérieur à l'interface. En se basant sur l'équation (25), u_1 peut être exprimé comme [20] :

$$u_1 = U_1(y_B = 2Y_1) = U_1(0) - \frac{2\tau Y_1}{3G_1} \quad (27)$$

En utilisant l'équation (27), l'équation (25) peut être réécrite comme suit :

$$U_1(y_B) = u_1 - \frac{\tau}{12G_1Y_1^2} y_B^3 + \frac{2\tau Y_1}{3G_1} \quad (28)$$

Les forces longitudinales qui en résultent, N_1 et N_2 pour l'adhérent supérieur et inférieur sont :

$$N_1 = E_1 b_1 \int_0^{2Y_1} \frac{dU_1}{dx} dy_B = E_1 A_1 \left(\frac{du_1}{dx} + \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} \right) \quad (29)$$

$$N_2 = E_1 b_2 \int_0^{2Y_2} \frac{dU_2}{dx} dy_C = E_2 A_2 \left(\frac{du_2}{dx} - \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} \right) \quad (30)$$

Employant les équations (29) et (30), les déformations longitudinales induites par les forces longitudinales peuvent être exprimées par :

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} \quad (31)$$

$$\frac{du_2}{dx} = \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} \quad (32)$$

Substituant les équations (31), (32) dans l'équation (11), on trouve :

$$\varepsilon_1(x) = \frac{Y_1}{E_1 I_1} M_1 + \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} \quad (33)$$

$$\varepsilon_2(x) = -\frac{Y_2}{E_2 I_2} M_2(x) + \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} \quad (34)$$

La contrainte de cisaillement peut être exprimée comme :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\tau_f}{\delta_1} \left(\frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} - \frac{Y_1 d^2 w_1}{dx^2} - \frac{Y_2 d^2 w_2}{dx^2} \right) \quad (35)$$

D'après la littérature (Smith et Teng, [21] ; Rasheed et Pervaiz, [22]), la plaque FRP et la poutre en béton ont la même courbure, c.-à-d.:

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (36)$$

Substituant l'équation (36) et l'équation constitutive (1) dans l'équation (4), on aura :

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = -\frac{M_T}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} N_2 \quad (37)$$

L'équation (35) devient:

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\tau_f}{\delta_1} \left(\frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} - \frac{Y_1 d^2 w_1}{dx^2} - \frac{Y_2 d^2 w_2}{dx^2} \right) \quad (38)$$

Différenciant les deux côtés de l'équation (38) par rapport à x et considérant les équations d'équilibres (2) et (3), on obtient l'équation de la contrainte de cisaillement le long de l'interface entre FRP et béton de la forme :

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} = K_1 \left(\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)(Y_1 + Y_2 + h_0)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) b_2 \tau \quad (39)$$

Avec : $N_1 = -N_2$ et

$$K_1 = \left(\frac{\delta_1}{\tau_f} + \frac{5Y_2}{6G_2} + \frac{Y_1}{2G_1} \right)^{-1}$$

L'équation du deuxième ordre (39) admet la solution :

$$\tau = Ae^{-\lambda_1 x} + Be^{\lambda_1 x} + \tau_c \quad (40)$$

τ_c : est la solution particulière

Où:

$$\lambda_1 = C_\lambda \sqrt{K_1}$$

$$\tau_c = C_\tau M'$$

$$C_\lambda = \sqrt{b_2 \left(\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2 + h_0)(Y_1 + Y_2)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right)} \quad (41)$$

$$C_\tau = \frac{Y_1 + Y_2}{(E_1 I_1 + E_2 I_2) C_\lambda^2}$$

A partir des équations (6) et (40), le déplacement δ le long de l'interface correspondant à l'étape élastique est exprimé par :

$$\delta = \frac{\delta_1}{\tau_f} \left(Ae^{-\lambda_1 x} + \tau_c \right) \quad (42)$$

Quand x est suffisamment grand, la contrainte de cisaillement est limitée et

converge vers la solution particulière τ_c donc la valeur de B est nulle, (Wang and Qiao, [23]).

Le déplacement à l'endroit de la fissure est déjà donné par Wang [13, 24]:

$$\delta|_{x=0} = \frac{Y_1}{2K_r} M_1 \Big|_{x=0} \quad (43)$$

Pour déterminer la valeur de A , la condition aux limites de déplacement à $x = 0$ est utilisée.

Substituant la valeur de la constante A dans l'équation de la contrainte de cisaillement (40), la valeur maximale de la charge P_E appliquée sur la poutre sans causer le passage à l'étape d'adoucissement de l'interface FRP-béton est donnée par :

$$P_E = \frac{\left(1 + \frac{\tau_f}{\delta_1} \frac{Y_1}{2K_r} \left(\frac{E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) (Y_1 + Y_2 + h_0) \frac{b_2}{\lambda_1} \right)}{\frac{\tau_f}{\delta_1} \frac{Y_1}{2K_r} \left(\frac{E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) \left(\frac{L}{4} - b_2 (Y_1 + Y_2 + h_0) C_r \left(\frac{1}{2\lambda_1} - \frac{L}{4} \right) \right)} \tau_f \quad (44)$$

II.2. Etape adoucissante-élastique

Si la charge augmente après atteinte de la limite d'élasticité, une partie de l'interface commence à adoucir. Le long de l'interface deux régions sont formées :

a) Dans la région élastique linéairement ($\delta \leq \delta_1$), la solution de la contrainte de cisaillement a la même forme que l'équation (40) avec la même condition de $B_1 = 0$.

$$\tau = A_1 e^{-\lambda_1(x-a_1)} + \tau_c \quad (45)$$

Et le déplacement δ le long de l'interface est :

$$\delta = \frac{\delta_1}{\tau_f} \left(A_1 e^{-\lambda_1(x-a_1)} + \tau_c \right) \quad (46)$$

Où a_1 est la longueur de la zone d'adoucissement. La constante A_1 est déterminée avec la condition à la limite suivante :

$$\tau|_{x=a_1} = \tau_f \quad (47)$$

b) dans la région d'adoucissement ($\delta_1 \leq \delta \leq \delta_f$), la deuxième expression de la relation contrainte-déplacement et les équations (7) et (11) devient:

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} = -K_{II} \left(\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} (Y_1 + Y_2 + h_0) \right) b_2 \tau \quad (48)$$

$$-K_{II} \left(\frac{Y_1 + Y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) M'$$

$$\text{Avec : } K_{II} = \left(\frac{\delta_f - \delta_1}{\tau_f} + \frac{Y_1}{2G_1} + \frac{5Y_2}{6G_2} \right)^{-1}$$

L'équation du second ordre (48) prend la solution :

$$\tau = C \cos(\lambda_2(x-a_1)) + D \sin(\lambda_2(x-a_1)) + \tau_c \quad (49)$$

Par la combinaison entre les équations (6) et (49), le déplacement δ le long de l'interface pour cette région est donné par :

$$\delta = \delta_f - \frac{\delta_f - \delta_1}{\tau_f} (C \cos(\lambda_2(x-a_1)) + D \sin(\lambda_2(x-a_1)) + \tau_c) \quad (50)$$

Où :

$$\lambda_2 = C_\lambda \sqrt{K_{II}} \quad (51)$$

Les constantes C et D sont déterminées par les conditions de continuité à $x = a_1$:

$$\tau|_{x=a_1^-} = \tau_f, \quad \frac{d\tau}{dx} \Big|_{x=a_1^-} = -\frac{\delta_1}{\delta_f - \delta_1} \frac{d\tau}{dx} \Big|_{x=a_1^+} \quad (52)$$

Quand $P > P_E$, l'interface FRP-béton passe à l'étape élastique-endommagement. Cette étape s'achève quand la séparation commence à s'initialiser. La charge P correspondante en ce moment désignée sous le nom de la charge ultime P_u , peut être déterminée par la combinaison des équations (49), (52) et

$$\tau|_{x=0} = 0 \quad (53)$$

Nous aurons :

$$P_u = \frac{-2(\cos(\lambda_2 a_u) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin(\lambda_2 a_u))}{C_r (\cos(\lambda_2 a_u) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin(\lambda_2 a_u) - 1)} \tau_f \quad (54)$$

La taille maximale de la zone adoucissante a_u et la charge ultime P_u aboutissant à une séparation d , peuvent être déterminée de la même manière que l'étape précédente (élastique-endommagement). a_u est atteinte lorsque $\frac{dP_u}{da_u} = 0$, [25], et la valeur maximale de a_u est donnée par :

$$a_{\max} = a_u = \frac{1}{\lambda_2} \arctan \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \quad (55)$$

II.3. Etape de Séparation-Adoucissante-Elastique

Dans cette section les trois étapes, élastique, adoucissement et séparation sont considérées. Pour chaque étape, la contrainte de cisaillement est donnée par :

• Zone élastique

$$\tau = A_1 e^{-\lambda_1(x-d-a_u)} + \tau_c \quad (56)$$

• Zone adoucissante

$$\tau = C \cos(\lambda_2(x-d-a_u)) + D \sin(\lambda_2(x-d-a_u)) + \tau_c \quad (57)$$

• Zone de séparation

$$\tau = 0 \quad (58)$$

La taille de la zone de séparation d peut être déterminée par :

$$\begin{aligned} \delta_f &= \delta_{x=0} + \int_0^d \left(-\frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{Y_1 + Y_2}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} (M - (Y_1 + Y_2) N_2) \right) dx \\ &= \delta_{x=0} - \left(\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)(Y_1 + Y_2 + h_0)}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} \right) N_2 d + \frac{(Y_1 + Y_2)}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} \int_0^d M dx \\ &\quad - \int_0^d \left(\frac{Y_1}{2G_1} + \frac{5Y_2}{6G_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} dx \end{aligned} \quad (59)$$

III. Résultats et Discussions

Dans cette section, une validation suivie d'une étude paramétrique vont être présentées afin de mettre en valeur l'efficacité et la sensibilité de notre modèle. Pour l'ensemble de nos applications, les caractéristiques mécaniques et géométriques données dans les tableaux I et II sont les identiques à ceux employées par Wang [13, 24] et Wu et Yin, [26].

Table 1. Propriétés mécaniques de la plaque FRP-béton [13, 26].

E_1	E_2	E_a	G_1	G_2	τ_f	K_b	G_f
GPa	GPa	GPa	GPa	GPa	MPa	MPa/mm	N/mm
25	230	3	10.41	5	1.8	160	0.5

Table 2. Propriétés géométriques de la plaque FRP-béton [13, 26].

L	L_1	h_1	b_1	b_2	h_2	h_a	b_a
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
750	700	150	100	100	0.11	0.1	100

Pour une charge P appliquée à la mi-portée de la poutre simplement soutenue, représentée par la fig. 1,a, le moment de flexion ainsi que la première et la deuxième dérivée du moment s'expriment de la forme

$$M = \frac{p}{2} \left(\frac{L}{2} - x \right), \quad \frac{dM}{dx} = -\frac{p}{2}, \quad \frac{d^2 M}{dx^2} = 0 \quad (65)$$

III.1. Validation des résultats

Dans la fig. 3, l'évolution de la contrainte de cisaillement le long de l'interface obtenue par le modèle de la zone cohésive actuelle a été comparée avec les résultats donnés par le modèle analytique de Hedong Jiu [27]. Cette validation montre la parfaite concordance de

nos résultats avec ceux issus de la bibliographie. Au début du chargement, la contrainte de cisaillement est dans la zone élastique. Lorsque cette contrainte atteint sa valeur critique τ_{max} , on assiste à un endommagement caractérisée par la zone adoucissante. Dans cette zone, on remarque une chute considérable de cette contrainte jusqu'à la valeur zéro qui désigne le début de la zone de séparation.

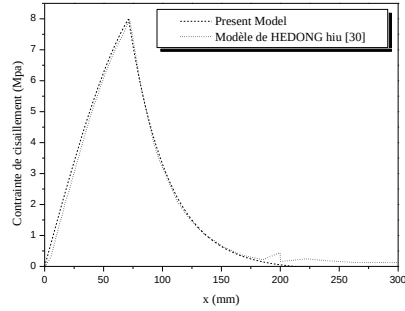


Fig. 3. Validation du modèle.

Afin de suivre le comportement de notre poutre en béton renforcée par une plaque en FRP au niveau de l'interface à $x=0$, la variation de la charge en fonction de la variation du déplacement est tracée sur la fig. 4. De cette fig., on remarque que si le chargement externe est inférieur à P_E (charge élastique critique), l'interface est complètement dans l'étape élastique (Zone OA). A cette étape, le rapport charge-déplacement est linéaire. La zone adoucissante est initiée une fois que le chargement externe atteint la valeur $P_E=1.28\text{kN}$ (point A). A ce point, la valeur du déplacement correspondante est de $\delta=0.011\text{mm}$. Si le chargement appliquée continue d'augmenter, l'interface rejoint la zone adoucissante (zone AB).

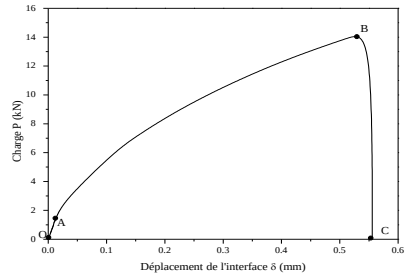


Fig. 4. Variation de la charge appliquée en fonction du déplacement de l'interface

Lorsque le chargement extérieur atteint la charge critique $P_s=14.47$ kN (le point B), la zone de séparation est apparue au niveau de l'interface. A ce point, la valeur maximale de déplacement est de $\delta = 0.55$ mm. Enfin, l'interface perd toutes ces performances lorsqu'il rejoint la Zone BC. Le début de déchargement définit la zone de séparation jusqu'à la charge zéro (point C).

III.2. Effet de l'épaisseur de la plaque FRP

La fig. 5 met en valeur l'effet de la variation de l'épaisseur de la plaque FRP sur l'évolution du déplacement à l'interface pour les différentes charges appliquées. Pour cette raison, trois épaisseurs différentes sont considérées ($h_2 = 0.11, 0.22$ et 0.44 mm, respectivement). De la présente fig., il est clairement visible que l'augmentation de l'épaisseur de la plaque FRP engendre un accroissement de la capacité portante de la structure. On assiste à un retardement du passage entre la zone adoucissante et la zone de séparation. On peut dire, que l'augmentation de l'épaisseur est un facteur favorable, parce qu'il ajoute une rigidité supplémentaire à la structure renforcée.

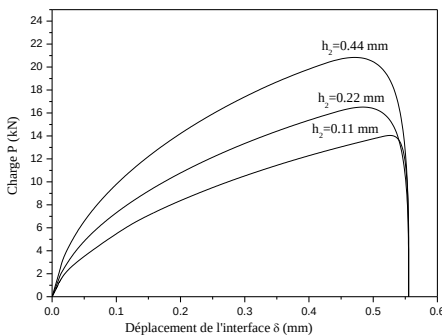


Fig. 5. Effet de l'épaisseur de la plaque.

III.3. Effet de la largeur de la plaque FRP

La fig. 6 nous donne un aperçu général sur le comportement de l'interface (déplacement) pour différentes largeurs de la plaque FRP. Avec l'augmentation de la largeur de la plaque en composite, on enregistre aussi une augmentation de la capacité portante de la poutre réparée. Après une zone adoucissante suffisamment petite, où la limite élastique est presque similaire pour les trois largeurs proposées ($b_2 = 60, 80$ et 100 mm), on distingue une zone adoucissante assez remarquable.

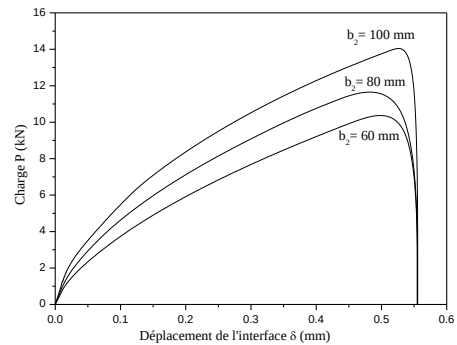


Fig. 6. Effet de largeur de la plaque

Donc, la limite d'adoucissement passe de 11.2 kN pour une largeur de 60 mm à 14.4 kN si largeur atteindra 100 mm. On peut dire que la largeur de la plaque FRP influe considérablement sur la résistance de la structure.

III.4. Effet de la raideur de la plaque composite

Dans le but de voir l'effet du type du matériau de renforcement sur le comportement et la capacité portante de la poutre nous avons tracé la fig. 7. De cette fig., il est clairement visible que l'augmentation de la rigidité de la plaque provoque une augmentation de la capacité portante de la structure où cette dernière passe de 10.2 kN pour une plaque en GFRP à 14.4 kN pour une plaque de FRP.

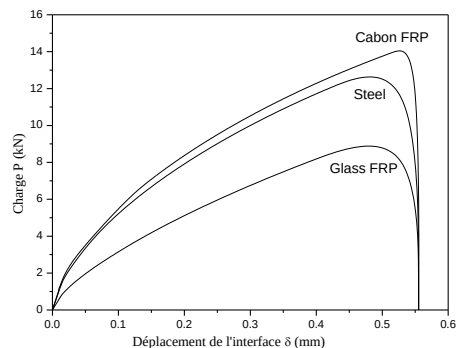


Fig. 7. Effet de la raideur de la plaque

IV. Conclusion

Afin de mieux cerner le comportement des structures de type poutres en béton armé, fissurées puis renforcées par des bandes en FRP, sous des sollicitations de flexion, nous avons proposé une nouvelle approche analytique pour prédire la distribution des contraintes de cisaillement le long de l'interface. Notre nouvelle approche est basée sur une loi bilinéaire de la zone cohésive. La déformation des adhérentes a été introduite dans la formulation mathématique en considérant une variation parabolique de la contrainte de cisaillement le long de l'épaisseur des adhérents. Une étude paramétrique a été effectuée afin de tester la sensibilité de notre modèle aux propriétés mécaniques et géométriques de la plaque FRP et de la poutre en béton. A partir des résultats obtenus, nous avons constaté que:

✓ Pour des faibles charges, l'interface FRP-béton travaille dans la zone élastique, avec une contrainte de cisaillement maximale localisée à la pointe de fissure

✓ Si cette charge est prise entre la charge élastique et la charge ultime, la zone adoucissante commence à apparaître, et l'interface travaille dans la zone adoucissante. Il est notable que la taille de la zone adoucissante augmente avec l'augmentation de la charge jusqu'à l'initialisation de la zone de séparation.

✓ L'augmentation de l'épaisseur et la rigidité de la plaque FRP engendre un accroissement de la capacité portante de la structure. On assiste à un retardement du passage entre la zone adoucissante et la zone de séparation.

✓ Avec l'augmentation de la largeur de la plaque en composite, on enregistre aussi une augmentation de la capacité portante de la poutre réparée. On peut dire que la largeur de la plaque FRP influe considérablement sur la résistance de la structure.

REFERENCES

- [1] Mosallam AS, editor. Innovative systems for seismic repair and rehabilitation of structures. Lancaster, PA, USA: Technomic Publishing Co, 2000. ISBN 1 - 56676-964-7.
- [2] Djelal, C., David, E., Buyle-Bodin, F., & Giquel, Y. Renforcement des poutres en béton armé à l'aide de lamelles composites: Etude expérimentale—Prédimensionnement. In *Annales du bâtiment et des travaux publics* (1998, February) (Vol. 1, pp. 39-47).
- [3] Ayman S. Mosallam & Khalid M. Mosalam. Strengthening of two-way concrete slabs with FRP composite laminates. *Construction and Building Material.*, 2003, Vol 17, p 43-54.
- [4] de Borst R. *Eng Fract Mech* 2002;69:95-112.
- [5] Dugdale DS. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids* 1960;8:100-4.
- [6] Barenblatt GI. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv Appl Mech* 1962;7:55-129.
- [7] Soares JB, Colares de Freitas FA, Allen DH. Crack modeling of asphaltic mixtures considering heterogeneity of the material. Washington DC: Transportation Research Board; 2003. ltrc.lsu.edu
- [8] Tvergaard V. Effect of fiber debonding in a whisker-reinforced metal. *Mater Sci Eng* 1990;125:203-13.
- [9] Song SH, Paulino GH, Buttlar WG. Simulation of crack propagation in asphalt concrete using an intrinsic cohesive zone model. *ASCE J Eng Mech* 2006;132.
- [10] De Xie, Waas AnthonyM. Discrete cohesive zone model for mixed-mode fracture using finite element analysis. *Eng Fract Mech* 2006;73:1783-96.
- [11] Smith, J.G., Teng, J. Interfacial stresses in plated beams. *Eng. Struct.* Vol. 23, 2001, PP. 857-871.
- [12] Roberts, T.M., Haji-Kazemi, H. Strengthening of under-reinforced concrete beams with mechanically attached steel plates *Int. J. of Cement Compo and Lightweight Concrete*, Vol. 11, 1989, P. 21.
- [13] Wang, J. Debonding of FRP-plated reinforced concrete beam, a bond-slip analysis. Part I: theoretical formulation. *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 43 (21), 2006, PP. 6649-6664.
- [14] Wang J., Zhang C. Nonlinear fracture mechanics of flexural-shear crack induced debonding of FRP strengthened concrete beams, *Int. J. of Solids and Struct.*, Vol. 45, 2008, PP. 2916-2936.
- [15] Paipetis, S. A., Dimarogonas, A. D. "Analytical Methods in Rotor Dynamics". Elsevier Applied Science, *Second Edition*. ISSN: 2211-0992 London, 1986. library.wur.nl
- [16] Attari, N., Amziane, S., Chemrouk, M. Efficiency of Beam-Column Joint Strengthened by FRP Laminates, *Advanced Composite Materials*, Vol. 19, Number 2, 2010, PP. 171-183(13).
- [17] Dai, J., Ueda, T., Sato, Y. Development of the Nonlinear Bond Stress-Slip Model of Fiber Reinforced Plastics Sheet-Concrete Interfaces with a Simple Method. *J. of Composites for Const.* 9 (1), 2005, PP. 52-62.
- [18] Tsai, M.Y., Oplinger, D.W., Morton, J. Improved theoretical solutions for adhesive lap joints. *Int. J. of Solids and Structures*. Vol. 35 (12), 1998, PP. 1163-1185.
- [19] Tounsi A., Hassaine Daouadji T., Benyoucef S., Adda bedia E.A., Interfacial stresses in FRP-plated RC beams: Effect of adherend shear deformations, *International Journal of Adhesion and Adhesives* Volume 29, Issue 4, June 2009, <http://www.sciencedirect.com/>
- [20] Tounsi A. Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate, *Int. J. of Solids and Structures* Vol. 43, 2006, PP. 4154-4174.

- [21] Smith, J.G., Teng, J. Interfacial stresses in plated beams. *Engineering Structure* Vol. 23, 2001, PP. 857-871.
- [22] Rasheed H. A., Pervaiz S. Bond slip analysis of fiber-reinforced polymer-strengthened beams. *J. of Engineering Mechanics* Vol. 128, 2002, PP. 78-86.
- [23] Wang J., Qiao P. Interface crack between two shear deformable elastic layers. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 52, 2004, PP. 891-905.
- [24] Wang, J. Cohesive zone model of intermediate crack-induced debonding of FRP-plated concrete beam. *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 43 (21), 2006, PP. 6630-6648.
- [25] Hong Y., Zhishen, Hiroyuki Y. theoretical solutions on interfacial stress transfer of externally bonded steel/composite laminates, *structural Eng. Vol. 18*, 2001, No. 1, 27s-39s
- [26] Wu, Z., Yin, J. Fracture behaviors of FRP-strengthened concrete structures. *Eng. Fracture Mech. Vol. 70*, 2003, PP. 1339-1355.
- [27] Niu H., Karbhari V. M., Wu Z. Diagonal macro-crack induced debonding mechanisms in FRP rehabilitated concrete. *Composites: Part B* 37, 2006, PP. 627-641