Revue d'Economie et de Statistique Appliquée
Volume 23, number 01, June 2026
ISSN : 1112-234X EISSN : 2600-6642
Pages : 140-160

CONSTRUCTION D'UNE TABLE DE MORTALITÉ PROSPECTIVE SPÉCIFIQUE À LA POPULATION ALGÉRIENNE DE RETRAITÉS CAS : CAISSE NATIONALE DE RETRAITÉS (CNR)

[*] **Djohra BELLILI :**
École Nationale Supérieure de Statistique et d'Économie Appliquée
Email : djouhrabellili@gmail.com

Pr. Saliha OUADAH
École Nationale Supérieure de Statistique et d'Économie Appliquée
Email : souadah@yahoo.fr

Reçu le: 19/05/2026 **Accepté le :** 13/06/2026 **Publication en ligne le**: 28/06/2026

RÉSUMÉ :
L'augmentation du risque de longévité et les déséquilibres observés au sein des régimes de retraite rendent nécessaire le recours à des approches prospectives de modélisation de la mortalité. Cette étude a pour objectif la construction d'une table de mortalité prospective appliquée à un portefeuille de retraités de la Caisse Nationale des Retraites (CNR) en Algérie. La démarche adoptée repose d'abord sur l'ajustement des taux bruts de mortalité à l'aide des modèles de Gompertz et de Makeham, puis sur l'utilisation du modèle de Lee et Carter pour la projection future de la mortalité. Compte tenu de la taille relativement réduite de l'échantillon étudié, l'extrapolation de la composante temporelle a été réalisée à partir d'une régression linéaire du paramètre $\boldsymbol{k_t}$. Les taux de mortalité aux grands âges ont également été prolongés à l'aide de la méthode de Coale et Kisker.
Les résultats obtenus mettent en évidence une amélioration progressive de la mortalité ainsi qu'une augmentation de l'espérance de vie résiduelle à 60 ans pour les deux sexes. Malgré certaines limites liées aux faibles effectifs observés, cette approche permet d'obtenir des projections cohérentes pouvant contribuer à une meilleure évaluation des engagements futurs des régimes de retraite.

Mots Clés: mortalité prospective, Lee-Carter, longévité, retraite, CNR.

[*] Auteur correspondant

I. INTRODUCTION

Le vieillissement démographique constitue aujourd'hui l'un des principaux défis auxquels sont confrontés les systèmes de retraite à travers le monde(Véron, 2002). L'allongement de l'espérance de vie, combiné à la baisse progressive de la fécondité, modifie profondément l'équilibre entre population active et population retraitée et exerce une pression croissante sur les régimes de retraite par répartition. À l'instar de nombreux pays, l'Algérie connaît également cette transition démographique, dont les effets se traduisent par une augmentation continue du nombre de retraités et par une aggravation des déséquilibres financiers de la Caisse Nationale des Retraites (CNR).

Dans ce contexte, la question du risque de longévité devient centrale (Brouhns, Delwarde et Denuit, 2002). L'amélioration des conditions de vie, les progrès médicaux ainsi que l'évolution de la prise en charge sanitaire conduisent à une prolongation de la durée de vie moyenne des assurés (Buffet-Betis, 2007), ce qui implique une augmentation durable des engagements des organismes de retraite et d'assurance. L'évaluation de ce risque nécessite des outils actuariels capables de prendre en considération l'évolution future de la mortalité et non uniquement les comportements observés dans le passé.

Or, les tables de mortalité traditionnellement utilisées reposent le plus souvent sur une approche transversale, construite à partir de données observées sur une période donnée. Ce type de table présente certaines limites dans un contexte marqué par une amélioration continue de la mortalité, puisqu'il suppose implicitement une stabilité des conditions de décès dans le temps. En Algérie, les tables actuellement disponibles, notamment les tables TD 97/99 et TV 97/99, ne permettent pas de représenter de manière satisfaisante l'évolution future de la mortalité des retraités.

Par ailleurs, les tables prospectives générales élaborées à partir de la population globale ne reflètent pas nécessairement les caractéristiques spécifiques de la population retraitée affiliée à la CNR. Les différences de structure démographique, de parcours professionnels ou encore de conditions socio-économiques peuvent conduire à des comportements de mortalité distincts. La construction d'une table de mortalité prospective spécifique à cette population apparaît ainsi comme une nécessité, aussi bien pour l'évaluation actuarielle des engagements futurs que pour le développement éventuel de produits de retraite complémentaire ou d'assurance vie adaptés au contexte algérien(Flici, 2011).

Cette étude s'intéresse ainsi à la construction d'une table de mortalité prospective appliquée à la population des retraités de la CNR. L'objectif est d'analyser l'évolution future de la mortalité à partir des données observées sur la période d'étude, tout en tenant compte des contraintes liées à la taille relativement réduite du portefeuille étudié. Une attention particulière est accordée à l'ajustement des taux de mortalité et à leur extrapolation aux grands âges, afin d'obtenir des projections cohérentes et exploitables dans un cadre actuariel.

Pour répondre à cette problématique, l'étude s'appuie sur le modèle de Lee et Carter (Lee et Carter, 1992), largement utilisé dans les travaux de projection de la mortalité

prospective. Ce modèle permet de représenter conjointement les effets de l'âge et de l'évolution temporelle de la mortalité, tout en conservant une structure relativement parcimonieuse en termes de paramètres. Compte tenu de la volatilité observée aux âges élevés et des limites liées à la disponibilité des données historiques, l'extrapolation des taux de mortalité aux grands âges est complétée par l'utilisation de la méthode de Coale et Kisker(Coale,Kisker,1990).

II. DONNEES ET CADRE METHODOLOGIQUE

Les données utilisées dans cette étude proviennent de la Caisse Nationale des Retraites (CNR) et concernent la population des retraités bénéficiant d'un droit direct. La base de données exploitée est une base historique regroupant les effectifs des pensionnés vivants et décédés, répartis par sexe sur une période d'observation de dix ans.

En 2021, la population étudiée avoisine 2 993 028 retraités, hommes et femmes confondus, avec un total de 100 476 décès observés sur l'intervalle d'âge [60–95 ans]. Malgré l'importance globale de cette population, les effectifs observés pour un âge donné demeurent relativement faibles, notamment aux âges élevés où le nombre moyen d'individus exposés au risque devient limité. Cette situation est à l'origine d'une forte volatilité des taux bruts de mortalité, particulièrement au-delà de 90 ans.

La base initiale couvre les individus âgés de 45 ans et plus. Toutefois, dans la mesure où l'âge légal de départ à la retraite en Algérie est fixé à 60 ans, l'étude a été limitée à la tranche d'âge comprise entre 60 et 95 ans, correspondant à la population effectivement concernée par le risque de longévité au sein du régime de retraite.

La construction d'une table de mortalité prospective sur un portefeuille de taille relativement réduite soulève plusieurs difficultés méthodologiques. Contrairement aux travaux réalisés sur des populations nationales de grande dimension, les données disponibles dans notre cas présentent des fluctuations importantes, notamment aux grands âges. Cette contrainte rend plus délicate l'étape de projection des tendances futures de mortalité. En particulier, l'utilisation de modèles de séries temporelles de type ARIMA apparaît difficile en raison de l'insuffisance des données historiques disponibles. Pour cette raison, l'extrapolation de la tendance temporelle a été réalisée à l'aide d'une régression linéaire, en supposant une évolution linéaire du niveau général de mortalité. Même si cette hypothèse peut paraître restrictive à long terme, elle constitue néanmoins une approche prudente compte tenu des caractéristiques de la base étudiée.

La démarche adoptée dans cette étude repose sur une approche prospective de la mortalité (Lelieur, 2005). Celle-ci consiste, dans un premier temps, à ajuster les taux bruts observés afin de réduire les irrégularités liées à la structure du portefeuille et au faible nombre

d'observations à certains âges, puis, dans un second temps, à projeter l'évolution future de ces taux.

Plusieurs modèles peuvent être mobilisés dans le cadre de cette approche. Dans notre étude, nous avons retenu les modèles de Gompertz et de Makeham (Langmeier, 2000) pour l'ajustement des taux de mortalité observés, car ils permettent de lisser les irrégularités présentes dans les données brutes, particulièrement dans le cas des petits échantillons. Le modèle de Lee et Carter a ensuite été utilisé dans une logique prospective afin de modéliser et projeter l'évolution future de la mortalité à travers la composante temporelle du modèle.

L'approche prospective a ensuite été introduite à travers le modèle de Lee et Carter (1992), qui demeure l'un des modèles de référence en matière de projection de la mortalité. Son principal avantage réside dans la réduction du nombre de paramètres à estimer, tout en permettant de représenter l'évolution temporelle de la mortalité de manière relativement cohérente. Enfin, compte tenu de la forte volatilité observée aux âges les plus avancés, les taux de mortalité après 90 ans ont été extrapolés à l'aide de la méthode de Coale et Kisker. Cette méthode permet d'obtenir une évolution plus stable et plus réaliste des taux de mortalité aux grands âges.

Compte tenu de certaines insuffisances observées dans les données par âge, une étape d'interpolation a été réalisée afin d'obtenir des effectifs cohérents par âge unitaire. Les différents calculs, ajustements et projections ont été effectués à l'aide du logiciel Excel. La qualité des ajustements a été évaluée principalement à partir du coefficient de détermination R^2.

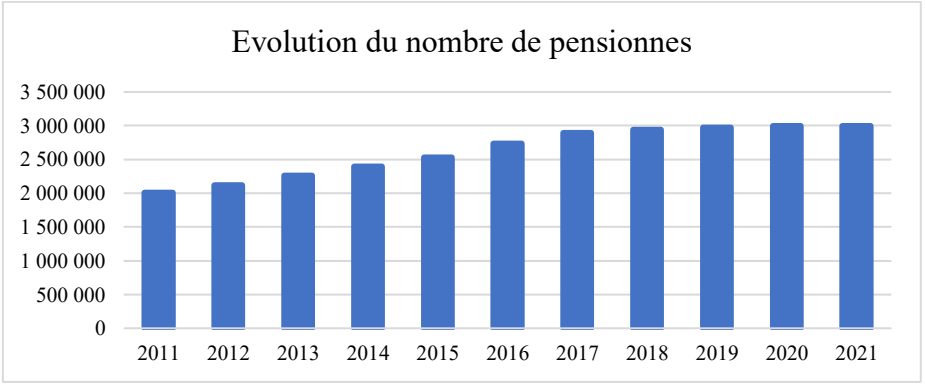
Le recours à ces modèles apparaît particulièrement adapté au contexte algérien, caractérisé par une disponibilité limitée des données historiques et par la présence d'effectifs relativement réduits aux grands âges. Les approches retenues permettent ainsi de conserver une structure de modélisation relativement simple tout en produisant des projections cohérentes de la mortalité.

Toutefois, ces modèles demeurent sensibles à la qualité des données disponibles et peuvent présenter certaines limites dans le cas des faibles effectifs ou lors de projections à long terme.

III. ANALYSE DESCRIPTIVE DES DONNEES

L'évolution du nombre de retraités affiliés à la Caisse Nationale des Retraites montre une progression importante de la population pensionnée au cours de la période étudiée.

Figure 01 : Répartition du nombre de pensionnés par sexe (source CNR)

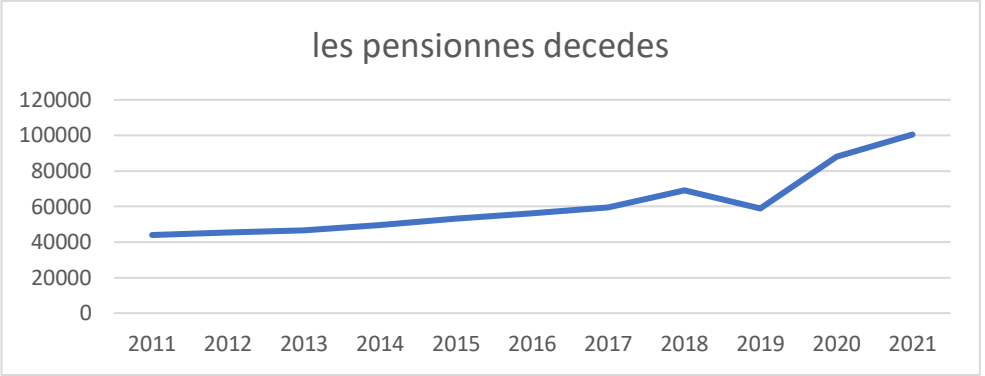


En 2011, la CNR comptait près de 2 millions de pensionnés. Ce nombre a fortement augmenté pour atteindre près de 3 millions de retraités en 2021. Cette croissance s'explique principalement par l'augmentation du nombre de départs à la retraite enregistrés au cours des dernières années, mais également par l'amélioration de l'espérance de vie après 60 ans.

L'évolution de cette population ne s'est toutefois pas faite de manière uniforme. Une première phase de forte croissance a été observée jusqu'à la fin des années 2010, notamment sous l'effet du développement des dispositifs de retraite proportionnelle et de retraite sans condition d'âge. Ces mécanismes ont contribué à une augmentation rapide du nombre de bénéficiaires, en particulier dans certains secteurs fortement concernés par les départs anticipés. À partir de 2020, la progression du nombre de retraités devient plus modérée, avec une tendance proche de la stagnation durant certaines années marquées par la crise sanitaire liée à la Covid-19.

L'évolution du nombre de décès suit également une tendance haussière sur la période étudiée.

Figure 02 : Répartition des décès par sexe pour la période 2011- 2021(source CNR)



Malgré l'allongement de l'espérance de vie, le vieillissement progressif de la population retraitée entraîne mécaniquement une augmentation du nombre de décès observés au sein du portefeuille. Une surmortalité particulièrement marquée a été enregistrée durant la période de la pandémie de Covid-19, avec une hausse importante du nombre de décès observés en 2020 et 2021. Cette situation a eu un impact direct sur les charges supportées par la caisse, notamment à travers l'augmentation des prestations liées aux capitaux décès.

L'analyse de la structure des départs à la retraite met également en évidence l'importance des dispositifs de retraite anticipée dans l'évolution du portefeuille de la CNR. Les réformes mises en place à partir des années 1990, dans un contexte marqué par les difficultés économiques et la montée du chômage, ont favorisé le développement des préretraites et des départs avant l'âge légal. Ces mécanismes ont contribué à une augmentation rapide du nombre de pensionnés et ont modifié progressivement la structure démographique de la population retraitée.

Compte tenu de la structure des données disponibles, une étape d'interpolation des effectifs a été nécessaire afin d'obtenir des données par âge unitaire. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées dans ce cadre, notamment les méthodes de Sprague(sprague, 1881) ou de Karup-King(Veron ,2002),. Dans notre étude, les résultats obtenus à partir des deux approches se sont révélés relativement proches. La méthode de Sprague a finalement été retenue pour l'ensemble des années d'observation afin d'éclater les effectifs de population et les décès par âge tout en conservant les effectifs globaux observés.

Les effectifs interpolés ont ensuite permis de calculer les quotients annuels de mortalité ainsi que les taux instantanés de mortalité nécessaires à la construction de la table prospective.

IV. CONSTRUCTION DES QUOTIENTS ET AJUSTEMENT DES TAUX DE MORTALITE

4.1. Construction des taux de mortalité

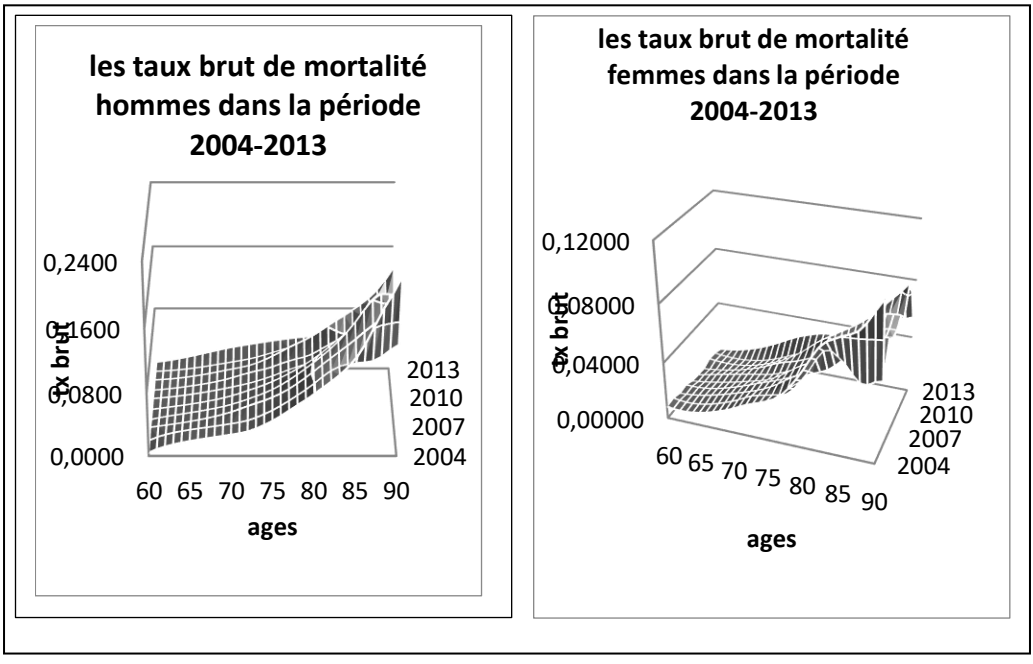
La construction d'une table de mortalité repose d'abord sur l'estimation des quotients de mortalité et des taux instantanés de mortalité à partir des données observées sur la population exposée au risque et le nombre de décès enregistrés par âge. Dans cette étude, la population étudiée est supposée homogène du point de vue du risque de décès, à l'exception de l'effet de l'âge.

Les quotients annuels de mortalité(Brouns, Delwarde and Denuit, 2002) ont été calculés à partir des effectifs de survivants et du nombre de décès observés à chaque âge. Le passage des quotients de mortalité aux taux instantanés de mortalité a ensuite été effectué en retenant l'hypothèse de constance du taux instantané de mortalité dans chaque carré du diagramme de Lexis(Planchet, Therond,2006). Dans ce cadre, la relation suivante a été utilisée :

$$\mu_x = -\ln(1 - q_x)$$

Les taux instantanés obtenus pour l'ensemble de la période d'étude présentent une forte irrégularité, particulièrement aux âges les plus avancés où les effectifs deviennent plus faibles. Cette volatilité apparaît davantage chez les hommes que chez les femmes, traduisant une mortalité masculine globalement plus élevée sur l'ensemble de la surface étudiée.

Figure 03 : les taux bruts de mortalité pour toute la période (à partir des données de la CNR)



L'observation des surfaces de mortalité met en évidence des fluctuations importantes des taux bruts, notamment après 90 ans. Ces irrégularités sont principalement liées à la taille relativement réduite des effectifs observés à ces âges. Afin d'obtenir une évolution plus régulière et cohérente des taux de mortalité, une étape d'ajustement a été nécessaire avant la phase de projection prospective.

4.2. Ajustement des taux de mortalité

Dans le cadre de cet ajustement, les modèles de Gompertz et de Makeham ont été retenus. Ces modèles paramétriques sont largement utilisés en actuariat pour représenter la mortalité adulte et permettent de lisser les fluctuations observées dans les données brutes.

Le modèle de Gompertz (Planchet, 2009-b) repose sur l'hypothèse d'une évolution exponentielle du risque de décès avec l'âge. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\mu_x = \alpha c^x$$

Où α représente le niveau initial de mortalité associé à la population étudiée et c le rythme d'évolution du risque de décès avec l'âge. Les paramètres du modèle ont été estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires.

Le modèle de Makeham **(**Planchet, 2009-a) constitue une extension du modèle de Gompertz en ajoutant une composante constante représentant la mortalité accidentelle indépendante de l'âge. Il s'exprime de la manière suivante :

$$\mu x = A + \alpha cx$$

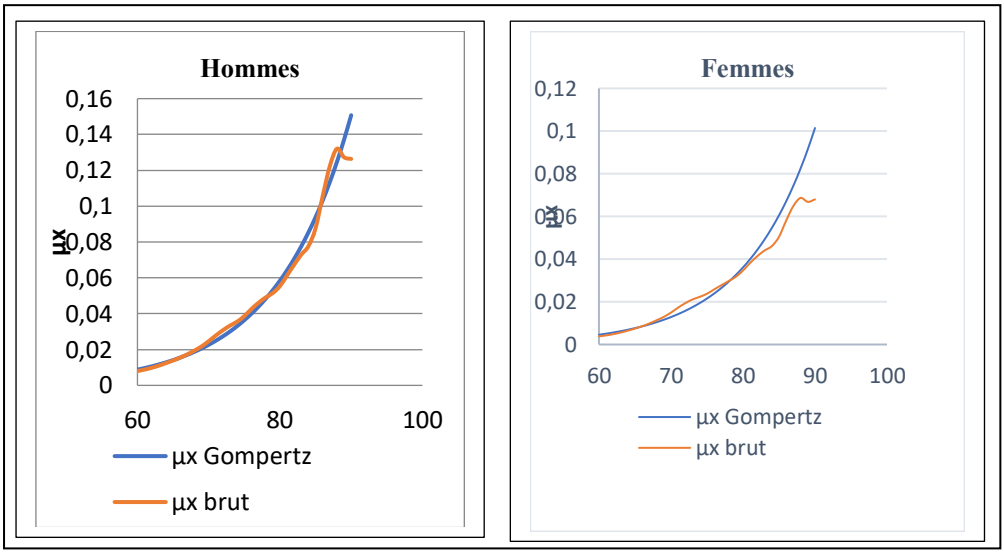
Dans notre étude, l'ajustement n'a pas été réalisé sur l'ensemble de l'intervalle d'âge [60–110 ans]. Les données observées aux âges extrêmes étant insuffisantes et plus instables, l'estimation des paramètres a été effectuée sur l'intervalle présentant la tendance la plus régulière. Cette approche permet d'améliorer la qualité de l'ajustement et de limiter l'effet des fluctuations liées aux faibles effectifs.

Les paramètres des modèles ont été estimés (Petauton,2003) en minimisant les écarts entre les taux observés et les taux ajustés(Planchet,2009). La qualité de l'ajustement a ensuite été évaluée à partir du coefficient de détermination R^2, afin de mesurer la capacité des modèles à reproduire la structure observée de la mortalité.

Les résultats des ajustements

Les paramètres des modèles ont été estimés par la méthode des moindres carrés, en minimisant les écarts entre les taux observés et les taux ajustés.

Figure 04 : L'ajustement des taux par le modèle Gompertz pour les hommes et les femmes en 2012 (à partir des données de la CNR)



Les résultats obtenus montrent que l'ajustement par le modèle de Gompertz permet de lisser de manière satisfaisante les irrégularités présentes dans les taux bruts de mortalité, notamment aux âges élevés où les fluctuations sont plus importantes. Les courbes ajustées reproduisent correctement la tendance générale de la mortalité pour les deux sexes.

Les coefficients de détermination obtenus sont globalement élevés sur l'ensemble de la période d'observation, traduisant une bonne adéquation du modèle aux données étudiées. Quelques valeurs légèrement plus faibles ont toutefois été observées pour certaines années chez les femmes, principalement en raison de l'insuffisance des données disponibles à certains âges. Malgré cela, les ajustements réalisés restent globalement satisfaisants et permettent d'obtenir des taux plus réguliers avant l'étape de modélisation prospective.

V. MODELISATION PROSPECTIVE DE LA MORTALITE PAR LE MODELE DE LEE-CARTER

Après l'ajustement des taux bruts de mortalité, l'étape suivante consiste à introduire la dimension prospective afin d'étudier l'évolution future de la mortalité au sein de la population retraitée. Pour cela, nous avons retenu le modèle de Lee et Carter (1992), qui demeure l'un des modèles les plus utilisés dans les travaux de projection de la mortalité. Son

principal intérêt réside dans sa capacité à représenter simultanément l'effet de l'âge et l'évolution temporelle de la mortalité à travers un nombre limité de paramètres.

Le modèle de Lee-Carter repose sur la relation suivante :

$$\ln \mu xt = \alpha x + \beta xkt + \varepsilon xt$$

Où μ_{xt}représente le taux instantané de mortalité à l'âge $x$durant l'année t, $\alpha_x$décrit le niveau moyen de mortalité associé à l'âge, $\beta_x$mesure la sensibilité de la mortalité à l'évolution temporelle(planchet, Faucillion et Juillard, 2006), tandis que $k_t$traduit l'évolution générale du niveau de mortalité au cours du temps. Le terme ε_{xt}représente l'erreur aléatoire du modèle(Lelieur, 2005).

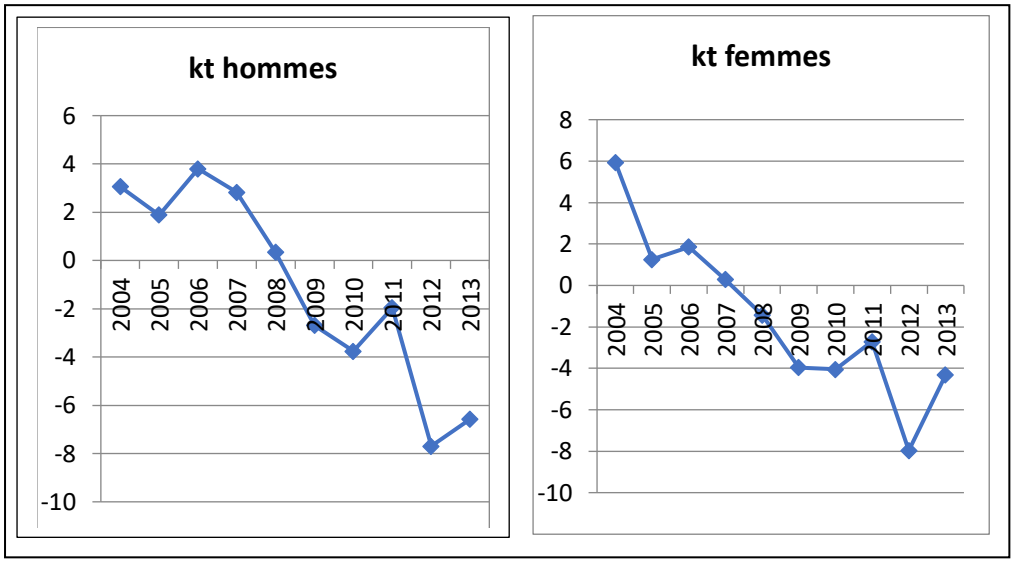
Afin de rendre le modèle identifiable, il convient d'ajouter des contraintes sur les paramètres ; on retient en général les contraintes suivantes :

$$\sum_t k_t = 0; \quad et \sum_x \beta_x = 1$$

L'estimation des paramètres α_x, $\beta_x$et k_ta été réalisée à partir des logarithmes des taux instantanés de mortalité ajustés. Le paramètre α_x, obtenu à partir de la moyenne temporelle des logarithmes des taux de mortalité, décrit le niveau moyen de mortalité associé à chaque âge. Son évolution croissante avec l'âge traduit l'augmentation progressive du risque de décès liée au vieillissement.

Les paramètres $\beta_x$et $k_t$ont ensuite été estimés à partir de la matrice résiduelle obtenue après retrait de l'effet moyen de l'âge. Cette décomposition permet de distinguer l'effet propre à l'âge de l'évolution temporelle de la mortalité et de reconstruire ainsi une surface de mortalité ajustée.

Figure 5 : Évolution du paramètre $k_t$pour les deux sexes(à partir des données de la CNR)



La décroissance du paramètre $k_t$traduit une diminution progressive du niveau général de mortalité au cours de la période étudiée. Cette évolution reste cohérente avec l'amélioration des conditions de vie, les progrès médicaux ainsi que l'allongement de l'espérance de vie observé au sein de la population retraitée.

L'étape suivante consiste à réajuster les paramètres $k_t$afin que le nombre total de décès obtenu par le modèle reste cohérent avec le nombre de décès observé sur l'intervalle d'âge $[60-80]$. Ce réajustement permet d'améliorer la cohérence globale du modèle avant le passage au traitement des grands âges et aux projections futures.

$$k_t^* = \widehat{k}_t - \bar{k}$$

Avec :

$$\bar{k} = \frac{1}{T}\sum_t \widehat{k}_t$$

Les paramètres $\alpha_x$ont ensuite été recalculés afin de maintenir la cohérence entre les décès observés et les décès reconstruits par le modèle ajusté.

Les paramètres $\alpha_x$ont ensuite été recalculés afin de maintenir la cohérence entre les décès observés et les décès reconstruits par le modèle ajusté.

$$\alpha^*_x = \bar{\alpha}_x - \hat{\beta}_x . \bar{k}_t$$

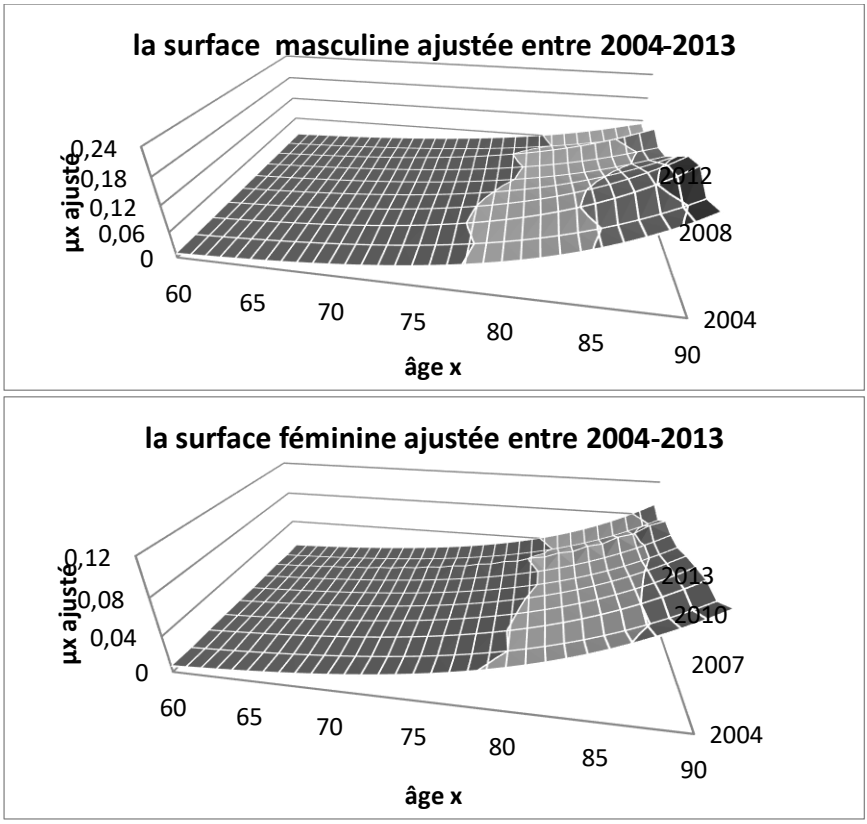
5.1. Les surfaces de mortalité ajustées par le modèle de Lee & Carter

Après avoir estimé les paramètres du modèle Lee &Carter, nous procédons à la reconstruction de la surface ajustée pour la période (2004-2013) et pour la tranche d'âge [60-90ans].A cet effet, on recalcule les taux instantanés de mortalité par le modèle de Lee &Carter :

$$\mu^*_{xt} = exp\,(\alpha^*_x + \beta^*_x\ k^*_t)$$

Les résultats obtenus respectivement pour les hommes et les femmes sont illustrés dans les figures qui suivent :

Figure 06: Les surfaces de mortalité ajustées par le modèle de Lee & Carter(à partir des données de la CNR)



Une fois la surface de mortalité est ajustée sur les données passées, on passe à la modélisation de kt afin d'extrapoler les taux futurs de mortalité.

5.2. Extrapolation des taux futurs de mortalité

Dans le modèle original de Lee et Carter (1992), l'extrapolation de la composante temporelle $k_t$est réalisée à l'aide d'un modèle ARIMA(0,1,0). Par la suite, plusieurs approches basées sur les séries temporelles ont été proposées dans la littérature, notamment les modèles de marche aléatoire avec dérive. Toutefois, dans le cas d'un portefeuille de taille réduite, la profondeur historique des données demeure généralement insuffisante pour appliquer de manière robuste une modélisation ARIMA

Planchet et Lelieur (2006) ont notamment souligné cette difficulté dans le cadre des petits effectifs. Afin de limiter le nombre de paramètres à estimer, ils proposent une approche fondée sur le prolongement linéaire de la tendance des paramètres k_t. Dans notre étude, nous avons retenu la même démarche. L'évolution des paramètres α_x, $\beta_x$et $k_t$présente globalement une tendance relativement linéaire, ce qui permet de simplifier la modélisation prospective.

L'extrapolation de la composante temporelle a ainsi été réalisée à partir d'une régression linéaire(Planchet, 2009) du paramètre k_t:

$$k_t^* = at + b + \gamma_t$$

où $\gamma_t$représente un bruit blanc gaussien de variance σ_γ.

On aboutit aux résultats suivants : pour hommes $\hat{a} = -1{,}375$ et $\hat{b}$=2760 donc :

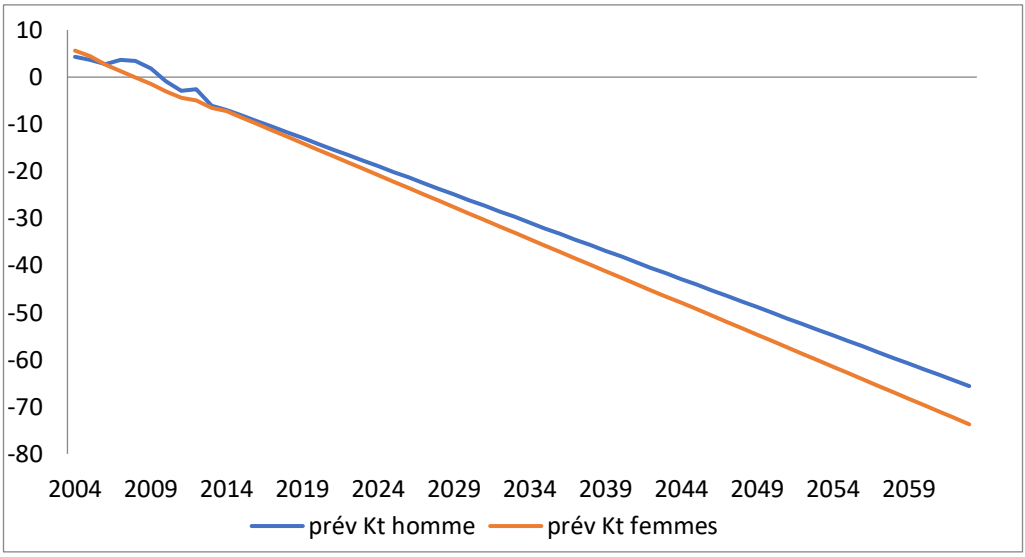
$$k_t^* = -1{,}375t + 2760$$

Pour les femmes $\hat{a} = -0{,}964$ et $\hat{b}$=1937 ce qui nous donne :

$$k_t^* = -0{,}964t + 1937$$

Le graphique suivant montre la modélisation de la série k_t pour les deux sexes :

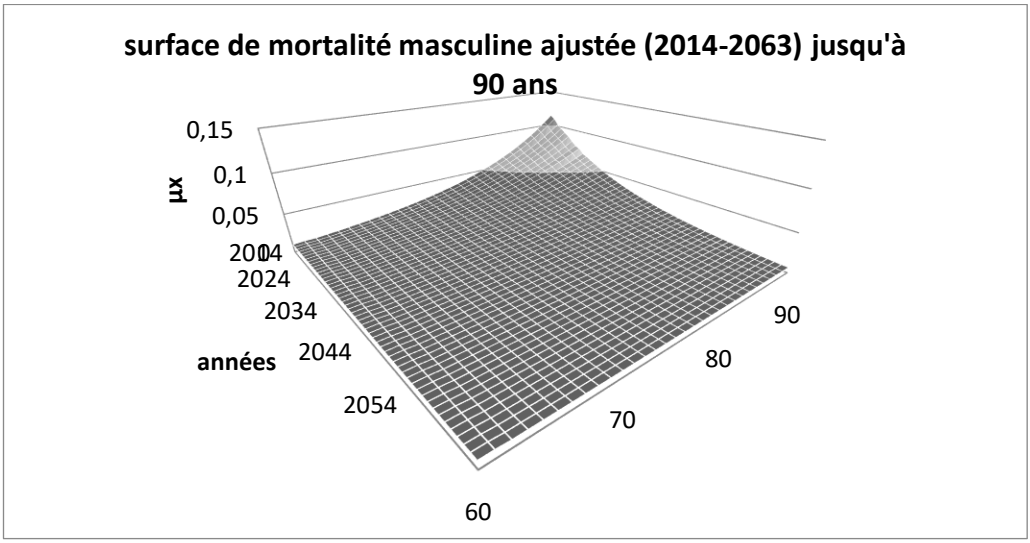
Figure 07 : Extrapolation des kt à l'horizon 2063(à partir des données de la CNR)

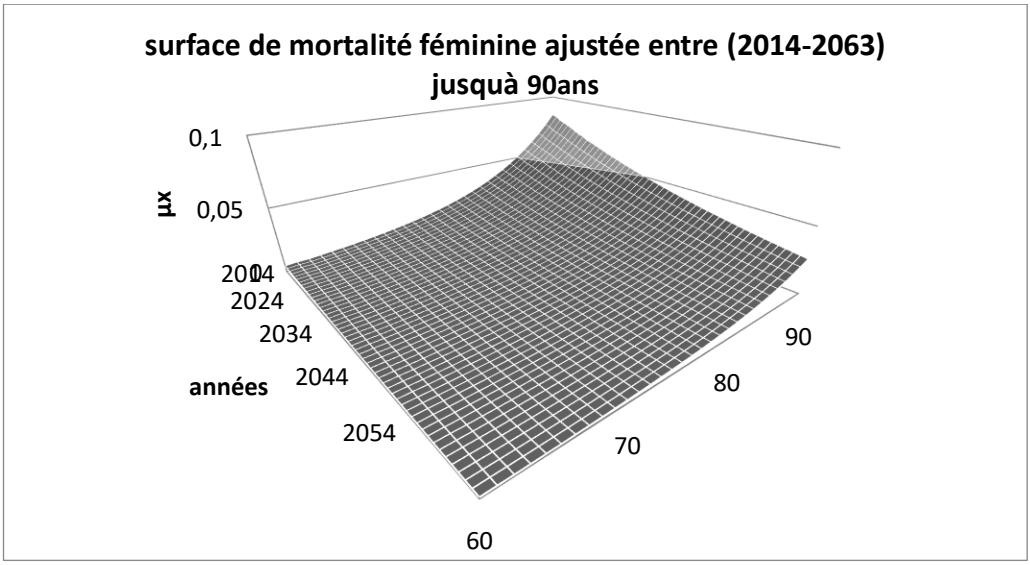


Les coefficients obtenus traduisent une baisse progressive du niveau général de mortalité au cours du temps pour les deux sexes. Le graphique suivant présente l'évolution projetée du paramètre k_t à l'horizon 2063.

À partir des paramètres projetés, les taux futurs de mortalité ont été reconstruits afin d'obtenir les surfaces prospectives de mortalité pour les années futures.

Figure 08 : les surfaces de mortalité extrapolées pour la tranche d'âge 60-90 ans(à partir des données de la CNR)





Après avoir calculé les taux futurs jusqu'à 90ans, il reste à calculer les taux de mortalité pour les grands âges ; c'est-à-dire pour plus de 90 ans. Pour ce faire, plusieurs méthodes peuvent être utilisées, et nous citons à titre d'exemple : la méthode de Denuit & Quashie (Denuit et Quashie, 2005), celle de Coale & Kisker , , le modèle Logistique.

VI. EXTRAPOLATION DES TAUX DE MORTALITE AUX GRANDS AGES PAR LA METHODE DE COALE & KISKER (COALE ET KISKER, 2008)

La méthode consiste à extrapoler les taux de mortalité aux grands âges (jusqu'à x =110 ans par exemple) en se basant sur la formule :

$$\hat{\mu}_x = \hat{\mu}_{65} * e^{g_x(x-65)}$$

gx : désignant le taux moyen de croissance de µx entre 65 et x ans. On calcule ainsi de les coefficients gx jusqu'à un certain âge, puis on les extrapole afin de pouvoir recomposer les taux µx.

Coale et Kisker ont en effet remarqué empiriquement que les courbes des gx possèdent en général un pic aux alentours de 80 ans avant de décroître linéairement. Ils ont par conséquent proposé l'équation :

$$g_x = g_{80} + s(x - 80),\ x \geq 80.$$

On peut alors utiliser la formule suivante pour extrapoler au-delà de 80 ans les taux instantanés de mortalité :

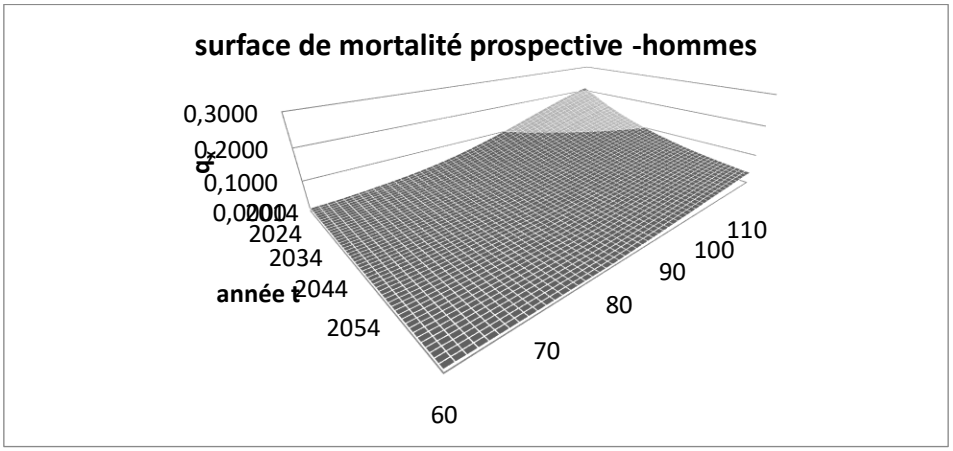
$$\hat{\mu}_x = \hat{\mu}_{x-1} * e^{g_{80}+s(x-80)},\ x \geq 80$$

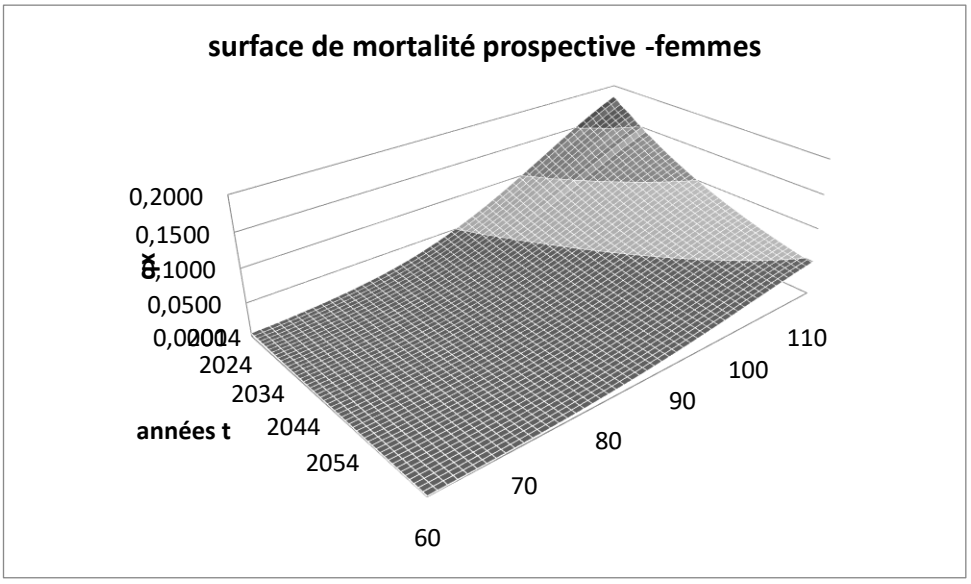
On utilise les valeurs de paramètres suivantes :

$$s = -\frac{\ln(\mu_{79} + 31 * g_{80})}{465} \quad et \quad g_{80} = \frac{\ln(\frac{\hat{\mu}_{80}}{\hat{\mu}_{65}})}{15}$$

L'utilisation de la méthode de Coale & Kisker nous a permis d'avoir les résultats suivants :

Figure 09: les surfaces de mortalité prospective pour les deux sexes(à partir des données de la CNR)





VII. L'EVOLUTION DE L'ESPERANCE DE VIE RESIDUELLE A 60ANS

L'évolution de l'espérance de vie résiduelle à 60 ans constitue un indicateur particulièrement important dans l'analyse des régimes de retraite, puisqu'elle permet d'évaluer l'évolution future de la durée moyenne de versement des pensions.

$$e(x) = T(x)/l(x)$$

avec :

$$q(x) = \frac{d(x)}{l(x)}$$

où $d(x)$représente le nombre de décès à l'âge $x$et $l(x)$le nombre de survivants à cet âge.

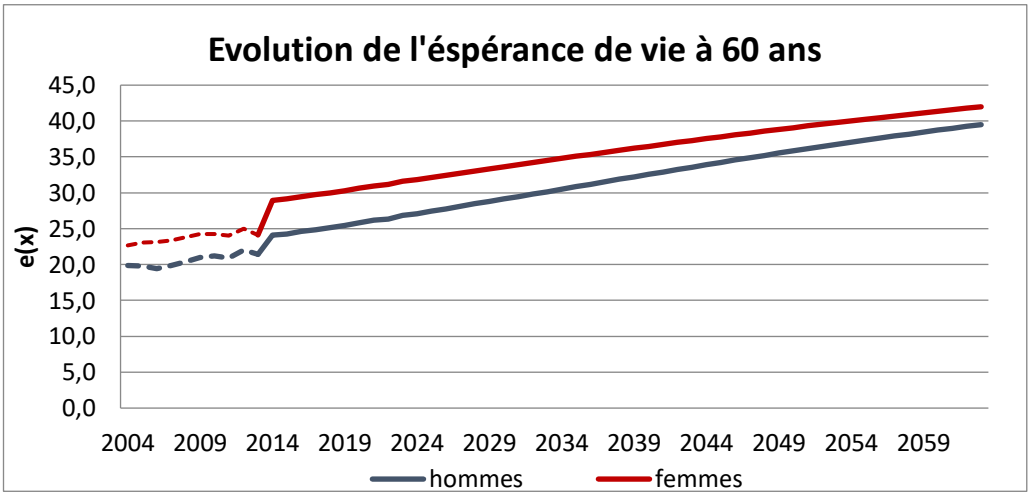
On considère également :

$$L(x) = \frac{l(x) + l(x+1)}{2}$$

et :

$$T(x) = \sum_{x=60}^{110} L(x)$$

Figure 10 : L'évolution de l'espérance de vie résiduelle à 60ans(à partir des données de la CNR)



Si les conditions de mortalité par âge restent identiques années après année, les personnes âgés de 60 ans en 2014 auront encore 24.1 ans et 28.9 ans respectivement pour hommes et femmes à vivre.

On enregistre une lourde tendance de l'évolution de l'espérance pour les deux sexes, entre 2014 et 2024 e_{60} a augmenté de près de 3 ans et 2.9 ans respectivement pour les hommes et les femmes et cette augmentation est lente au cours des années. On remarque que les gains obtenus par les femmes sont moins rapides que ceux des hommes, cette augmentation est due à l'allongement de la vie, au progrès de la médecine et encore à l'amélioration du mode de vie.

Les femmes vivent en moyenne près de cinq ans de plus (4.9ans) que les hommes en 2014, leur espérance de vie à la naissance est de 88,9 ans contre 84,1 ans pour les hommes. Tout au long de la vie, les hommes prennent plus de risques que les femmes et ont

plus fréquemment des comportements nocifs, notamment ils fument plus et boivent plus d'alcool. Ils sont en général moins attentifs à leur santé et fréquentent moins souvent les médecins et voir aussi les travaux masculins sont plus dangereux.

Mais observe qu'au fil du temps cet écart tend à se réduire, en effet, il passe de 4.9ans en 2014 à 2.5ans en 2063.

VIII. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons étudié la construction de tables de mortalité prospectives appliquées à un portefeuille de retraités de la CNR à l'aide du modèle de Lee et Carter. L'objectif principal était de modéliser l'évolution future de la mortalité afin de disposer d'une vision plus réaliste de l'évolution des engagements liés au versement des pensions.

L'étude a montré que, malgré les limites liées à la taille relativement réduite de l'échantillon étudié, le modèle de Lee-Carter permet de reproduire de manière globalement satisfaisante la structure de la mortalité observée. L'ajustement préalable des taux de mortalité à l'aide des modèles de Gompertz et de Makeham a permis de réduire les irrégularités présentes dans les données brutes avant la phase de projection prospective. L'extrapolation de la composante temporelle k_tà partir d'une régression linéaire simple a également permis de conserver une évolution cohérente des taux futurs de mortalité dans le contexte d'un historique de données limité.

Les résultats obtenus mettent en évidence une amélioration progressive de la mortalité ainsi qu'une augmentation de l'espérance de vie résiduelle à 60 ans pour les deux sexes. Ces évolutions confirment l'importance des projections prospectives dans l'évaluation des engagements des régimes de retraite et dans l'anticipation de leurs équilibres futurs.

Toutefois, comme tout modèle extrapolatif, le modèle de Lee et Carter présente certaines limites, notamment dans le cas des faibles effectifs et aux grands âges, où les fluctuations observées restent importantes. De plus, ce type d'approche ne permet pas de prendre directement en compte les changements futurs liés aux progrès médicaux, à l'évolution des comportements ou à l'apparition de nouveaux risques sanitaires et sociaux.

Malgré ces limites, cette étude constitue une première approche de la modélisation prospective de la mortalité appliquée au portefeuille étudié et peut servir de base à des travaux actuariels plus approfondis, notamment à travers l'utilisation d'autres méthodes de projection ou de modèles de référence externe adaptés aux petits échantillons.

IX. BIBLIOGRAPHIE

Brouhns, N., Delwarde, A. et Denuit, M., 2002, *Élaboration de tables de mortalité prospectives ou comment tarifer des rentes viagères lorsque la mortalité évolue*, Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain.

Buffet-Betis, C., 2007, « Construction de tables de mortalité prospectives sur le portefeuille de rentiers d'une compagnie d'assurance vie individuelle », *Bulletin Français d'Actuariat*, vol. 7, n° 14.

Coale, A. et Kisker, E. E., 1990, « Defects in Data on Old Age Mortality in the United States: New Procedures for Calculating Approximately Accurate Mortality Schedules and Life Tables at the Highest Ages », *Asian and Pacific Population Forum*, vol. 4.

Denuit, M. et Quashie, A., 2005, « Modèles d'extrapolation de la mortalité aux grands âges », Institut des Sciences Actuarielles et Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

Flici, F., 2011, *Provisionnement des rentes viagères en Algérie entre approche statique et prospective*.

Girosi, F. et King, G., 2007, *Understanding the Lee-Carter Mortality Forecasting Method*.

Human Mortality Database, University of California, Berkeley et Max Planck Institute for Demographic Research, disponible sur : www.mortality.org

Langmeier, R., 2000, *Étude de différentes méthodes d'ajustement de tables de mortalité : application aux données d'une compagnie d'assurance*, École HEC, Université de Lausanne.

Lazar, D., 2005, *On Forecasting Mortality Using Lee-Carter Method*, Babes-Bolyai University, Faculty of Economic Sciences, Cluj-Napoca.

Lee, R. D. et Carter, L. R., 1992, « Modeling and Forecasting U.S. Mortality », *Journal of the American Statistical Association*.

Lelieur, V., 2005, *Construction de tables de mortalité prospectives : le cas des petites populations*, Mémoire d'actuariat, ISFA.

Lelieur, V., 2005, *Utilisation des méthodes de Lee-Carter et Log-Poisson pour l'ajustement de tables de mortalité dans le cas de petits échantillons*, Mémoire d'actuariat, ISFA.

OECD, 2023, *Pensions at a Glance 2023 : OECD and G20 Indicators*, OECD Publishing, Paris.

Ouadah, S. et al., 2015, *Population âgée en Algérie*, CRASC, OPU.

Ouadah, S., 2018, « L'équilibre financier des régimes de retraite par répartition. Cas de l'Algérie », *Recherches et Études : Santé de la Famille Arabe et de la Population*, vol. IX, n° 26.

Ouadah, S. et Ghourreflla, M., 2018, « L'extension de la couverture retraite au secteur informel dans le monde », *International Journal of Economics and Management Business Process*, vol. 14.

Ouadah, S., 2025, « Alger : Les défis du nombre et du vieillissement », *Historiens et Géographes*, disponible sur : https://www.aphg.fr/Sommaire-no469

Petauton, P., 2003, *Théorie et pratique de l'assurance vie*, 3e édition, Dunod, Paris.

Planchet, F., « Modèles prospectifs de la mortalité avec dérive contrainte : application au risque de longévité pour un régime de rentes », Laboratoire SAF, Université Claude Bernard, Lyon.

Planchet, F., Faucillion, J. et Juillard, M., 2006, *Quantification du risque systématique pour un régime de rentes en cours de service*.

Planchet, F. et Lelieur, V., 2006, *Utilisation des méthodes de Lee-Carter et Log-Poisson pour l'ajustement de tables de mortalité dans le cas de petits échantillons*.

Planchet, F. et Thérod, P.-E., 2006, *Modèles de durée : applications actuarielles*.

Planchet, F., 2009a, *Support de cours : Modèles de durée – Introduction*, ISFA.

Planchet, F., 2009b, *Support de cours : Modèles de durée – Statistique des modèles paramétriques et semi-paramétriques*, ISFA.

Sprague, T. B., 1880-1881, « Explanation of a New Formula for Interpolation », *Journal of the Institute of Actuaries*, vol. 22.

Véron, J., 2002, « Les mathématiques de la population, de Lambert à Lotka », *Mathématiques et Sciences Humaines*, 40e année, n° 159.

Wilmoth, J., 1998, « The Future of Human Longevity », *Science*, vol. 280.