

Modèles Auto regressifs conditionnellement hétéroscédastiques

Khaled HAMIDI, Akli KHENOUS et Ali ZATOUT.

Abstract

Les modèles *Arch* sont introduit par Engle en 1982 à partir de la prédiction de processus à erreurs conditionnellement hétéroscédastiques. Tout en gardant l'hypothèse d'un processus d'erreurs sphériques, ils font référence à une variance conditionnelle changeant dans le temps comme une fonction des carrés des réalisations antérieures du processus. Leur capacité à prédire les événements futures est originale au sens où ils introduisent des intervalles de prévisions dépendant du temps. D'un point de vue pratique, ils répondent à la modélisation de variables économiques présentant une très forte variabilité. On se propose de donner un aperçu sur ces processus *Arch* tels que formulés dans le papier d'Engle(1982) et de montrer comment ils s'appliquent au taux d'inflation dans le Grand Alger.

Mots clés : Arma, Hétéroscédasticité, Moments Conditionnels, Prédiction de processus aléatoires.

Introduction

Il y a une vingtaine d'années, la modélisation des séries économiques (données financières et macroéconomiques) se faisait essentiellement par le biais du moment conditionnel du premier ordre sans aucune référence à une dépendance temporelle des moments d'ordre supérieur. Cependant, l'importance du risque et de l'incertitude dans la dynamique du comportement des agents économiques a donné lieu à de nouvelles théories économétriques permettant l'introduction de moments de second ordre dépendants du temps. Un exemple particulier dans ce sens est la classe des modèles *Arch* due à Engle (1982).

Parallèlement au succès dû à l'utilisation de la moyenne conditionnelle par rapport à la moyenne inconditionnelle dans la méthodologie des modèles *Arma*, l'originalité des modèles *Arch* réside dans la distinction entre les moments conditionnels et les moments inconditionnels au second ordre. Tandis que la variance inconditionnelle de la variable d'intérêt reste invariante dans le temps, la variance conditionnelle dépend de façon non triviale de l'information antérieure.

La nature exacte de cette dépendance est d'une importance capitale pour la modélisation des séries économiques telles que la rentabilité des investissements, le prix des options, la structure à terme des taux d'intérêt et en général le comportement dynamique des prix. Dans les applications pratiques, il est nécessaire d'avoir une idée à priori sur les irrégularités pouvant conduire à une formulation Arch.

Présentation des modèles Arch

Supposons ε_t un processus aléatoire réel à temps discret de distribution conditionnelle $P(\varepsilon_t / s < t)$ ¹. Alors, sous certaines conditions et connaissant les réalisations passées du processus, c'est-à-dire les valeurs observées durant l'intervalle $\{s < t\}$, la prévision de la valeur du processus à l'instant t est simplement sa moyenne conditionnelle

$E(\varepsilon_t / s < t)$. C'est une valeur dépendant des réalisations antérieures à t . Du raisonnement précédent, on peut aussi avancer, sans peine, que la variance conditionnelle, $Var(\varepsilon_t / s < t)$, dépend du passé du processus. De plus, ayant en tête, la définition d'une fonction aléatoire au sens probabiliste du terme, l'espérance et la variance conditionnelles sont toutes deux des variables aléatoires.

Du point de vue variance, ce sont là des informations que la structure des modèles d'économétrie classique ne font pas ressortir; l'on opère souvent sous l'hypothèse d'une variance de prévision constante ou dépendant de facteurs exogènes. C'est à ce sujet que répondent les modèles Arch introduits par Engle (1982). En fait, il met au point des processus généralisant l'hypothèse de variance constante, tout en proposant des exemples sur ce que serait leur apport dans la modélisation des séries économiques.

Ce sont des processus de moyenne nulle sans corrélation sérielle avec homoscedasticité non-conditionnelle et hétéroscedasticité conditionnelle. Pour expliquer comment les processus Arch sont introduit dans la littérature statistique, considérons, à titre d'exemple, un processus markovien d'ordre 1, i.e, un processus dont la distribution

$P(\varepsilon_t / s < t) = P(\varepsilon_t / \varepsilon_{t-1})$, avec une structure $Ar(1): \varepsilon_t = \phi \varepsilon_{t-1} + u_t$ où u est un processus gaussien $N(0, \sigma^2)$. On supposera de plus que le processus est stationnaire, $|\phi| < 1$. Il est clair que $\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma^2 / (1 - \phi^2))$ et $\varepsilon_t / \varepsilon_{t-1} \rightarrow N(\phi \varepsilon_{t-1}, \sigma^2)$.

^{1/} Le calcul est basé sur l'erreur quadratique moyenne entre la valeur exacte et la valeur estimée du processus.

Autrement dit, l'utilisation de la distribution conditionnelle améliore la qualité de l'intervalle de prévision dans le sens où, d'un côté l'information passée est récupérée au moyen de $\phi \varepsilon_{t-1}$ et que de l'autre côté l'écart par rapport à cette valeur est réduit de $\pm \sigma / \sqrt{(1 - \phi^2)}$ à $\pm \sigma$.

Mais, venant à notre idée principale, pour quiconque désirant utiliser de façon *rationnelle* l'information passée pour la connaissance de la valeur future ε_t , remarquerait que la mémoire du processus n'apparaît pas dans l'écart-type de prévision, qu'il soit conditionnel ou non. C'est suite à cette appréciation sur l'intervalle de prévision qu'une classe de modèles plus générale devient nécessaire.

A résoudre ce problème, les premières tentatives s'étaient limitées à l'introduction d'un facteur exogène x_{t-1} pour expliquer le comportement de la variance. Elles ont abouti à des modèles de distribution-type

$P(y_t / s < t, g_t, h_t)$ où les moments conditionnels sont fonction du facteur exogène et d'un paramètre: $E(y_t / s < t) = g(x_t, \beta)$ et $\text{var}(y_t / s < t) = h(x_t, \phi)$.

Ce sont des modèles où l'intervalle de prévision est conditionné par l'évolution du facteur exogène, soit une solution souvent non-réalisable puisqu'elle exige la maîtrise du facteur exogène et peut, dans certaines situations, conduire à des moments dépendant du temps se traduisant par la non-stationnarité du processus.

Si le modèle moyenne est suffisamment étudié, le modèle variance ne l'est pas. Engle(1982), proposa, pour la première fois, une spécification conséquente pour le modèle variance conditionnelle h_t . Il l'a défini comme une fonction autorégressive des carrés des erreurs passées du

processus: $h_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \phi_p \varepsilon_{t-p}^2$ avec $\varepsilon_{t-s}^2 = (y_{t-s} - g_{t-s})^2$ et p l'ordre d'autorégression². C'est d'ici que vient l'appellation *processus autorégressif conditionnellement hétéroscédastique*. Une autre façon de présenter ces processus consiste à considérer des erreurs

$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t$ où u_t est $N(0;1)$.

Désormais, on appellera processus conditionnellement hétéroscédastique, tout processus ε_t vérifiant

$E\varepsilon_t = 0; E\varepsilon_t^2 = \sigma^2; E\varepsilon_t \varepsilon_s = 0, \forall s \neq t$ et $E[\varepsilon_t^2 / s < t] = h_t$.

Lorsque h s'exprime comme une fonction linéaire des carrés des p erreurs passées, on le notera *Arch(p)*. Ayant défini ce qu'est un processus *Arch*, donnons maintenant quelques unes de ses propriétés particulières.

Faisant abstraction du modèle moyenne, les conditions de stationnarité du processus des erreurs se ramènent à la stabilité de l'espérance de la variance conditionnelle au moyen de la relation $E(\varepsilon) = E[E(\varepsilon/.)]$. Ces conditions sont formulées par des contraintes sur le paramètre ϕ de R_{p+1} . En effet, par définition nous avons:

$E(\varepsilon_t) = 0, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ pour $s < t$ et $E(\varepsilon_t^2) = E h_t^3$. Pour $p=1$, $\phi_0 > 0$ et $\phi_1 \geq 0$, Engle (1982) montre que le moment d'ordre $2k$ existe et est fini si et

seulement si $\phi_1 < [\prod_{j=1}^k (2j-1)]^{-k}$. Ainsi, la condition de stationnarité⁴ est

$\phi_1 < 1$ au second ordre et $\phi_1 < 1/\sqrt{3}$ au quatrième ordre⁵.

Sous la condition de second ordre la variance conditionnelle converge vers la variance non-conditionnelle pour de grandes valeur de t . La

valeur limite est $\phi_0(1-\phi_1)^{-1}$. Une autre propriété des processus Arch, concerne la relation entre le moment d'ordre 4 et le moment d'ordre 2.

Toujours pour le cas $p=1$ et $\phi_1 < 1/\sqrt{3}$, il est établi que le moment d'ordre

4 est égal à $3(1-\phi_1^2)(1-3\phi_1^2)^{-1}[E\varepsilon_t^2]^2$. Il devient évident que pour $\phi_1 \neq 0$, la

valeur du coefficient d'aplatissement est plus grand que celui de la loi normale, d'où l'aspect *leptokurtique* des processus Arch. L'identification de l'ordre d'autorégression peut se faire à l'aide d'une fonction

d'autocorrélation des *carrés des résidus* des moindres carrés laquelle nécessite la stabilité du moment du quatrième ordre. Il s'en suit que les propriétés du processus s'obtiennent aisément en utilisant la relation

$E(\varepsilon) = E[E(\varepsilon/.)]$ et que pour de nombreuses fonctions h et plusieurs valeurs du paramètre ϕ , le processus des erreurs est stationnaire au sens large.

L'équation de la variance conditionnelle peut être généralisée dans plusieurs directions:

1/ introduction de retards échelonnés: $h_t = h(\varepsilon_{t-s}, x_{t-k}, \phi)$ où $s = 1, 2, \dots$ et $k = 0, 1, 2, \dots$;

2/ combinaison entre solution d'Engle et solution traditionnelle:

$$h_t = h_e(\varepsilon_{t-s}, \phi_s) \cdot h_x(x_{t-k}, \phi_k);$$

4/ $E[E(\varepsilon_t^2 | x) | x < t] = E[h_t E u_t^2]$

4/ Pour un processus Arch d'ordre p vérifiant $\phi_0 > 0, \phi_s \geq 0, (s = 1, \dots, p)$ et $\sum \phi_s < 1$ la condition de stationnarité au second ordre est liée aux racine de l'équation caractéristique associée au modèle variance; elle doivent être en dehors du disque unité. La valeur limite de la variance conditionnelle est égale à la variance non-conditionnelle,

soit $\phi_0(1 - \sum \phi_s)^{-1}$

5/ Il faut préciser ici qu'on s'intéresse au moment du quatrième ordre, parceque dans l'identification de l'ordre de l'autorégression de la variance conditionnelle, on fait intervenir des autocorrélations des carrés des erreurs.

3/ inclure les valeurs passées de la variance conditionnelle (Bollerslev 1986) $h_t = h(\varepsilon_{t-s}, h_{t-j}, \phi)$

4/ des spécifications autre que linéaires, comme par exemple

l'exponentielle ⁶ $e^{\phi_0 + \dots + \phi_p \varepsilon_{t-p}^2}$ ou aussi en valeur absolue $\phi_0 + \phi_1 |\varepsilon_t - 1|$.

D'un point de vue pratique les modèles de régression $[g(x_t; \beta) = x_t' \beta]$ avec des erreurs *Arch* ($p=1$), présentent un grand intérêt, vu que leur capacité à prédire les valeurs futures dépende d'une période à une autre ⁷. Un constat fait par McNess quatre années plutôt. Il dit que de grandes erreurs se suivent par de grandes erreurs de même que les petites erreurs se suivent par de petites erreurs avec des moments de rupture d'amplitudes. C'est surtout dans les domaines financiers et monétaires que des applications empiriques se sont multipliées.

Mais, ils peuvent aussi ressortir de modèles mal spécifiés. Pour un échantillon de n observations, la distribution conjointe du processus peut ne pas être normale. Mais, étant donné que les erreurs sont supposées non-corrélées et leurs distributions conditionnelles normales, on peut reconstituer la distribution conjointe comme le produit des conditionnelles:

$P(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) = P(\varepsilon_1) \cdot P(\varepsilon_2 / \varepsilon_1) P(\varepsilon_3 / \varepsilon_1, \varepsilon_2) \dots P(\varepsilon_n / \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-1})$. En terme de logarithme de vraisemblance moyen, nous aurons:

$$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) = -\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left[\log h_i + \frac{\varepsilon_i^2}{h_i} \right]$$

Pour calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance, il suffit de maximiser la fonction L . Si nous prenons un

modèle $y_t = g(x_t, \beta) + \varepsilon_t$ où $\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t$ avec $h_t = h(\varepsilon_{s < t}; \phi)$ et u_t de distribution $N(0,1)$ alors les conditions de premier et second ordre sont:

$$\begin{cases} D_\beta = \frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\varepsilon_i \frac{\partial g_t}{\partial \beta} + \frac{\varepsilon_i^2 - h_i}{2h_i^2} \frac{\partial h_i}{\partial \beta} \right] \\ D_\phi = \frac{\partial L}{\partial \phi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\varepsilon_i^2 - h_i}{2h_i^2} \frac{\partial h_i}{\partial \phi} \right] \end{cases}$$

6/ Elle a l'avantage d'inclure toutes les valeurs possibles du paramètre ϕ , mais la variance devient infinie dès que au moins un ϕ_i n'est pas nul

7/ Un constat fait par McNess quatre années plutôt. Il dit que de grandes erreurs se suivent par de grandes erreurs de même que les petites erreurs se suivent par de petites erreurs avec des moments de rupture d'amplitudes.

$$H_{\beta\beta} = -E \frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta'} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n E \left[\frac{1}{2h_s^2} \frac{\partial h_s}{\partial \beta} \frac{\partial h_s}{\partial \beta'} + \frac{1}{h_s} \frac{\partial g_s}{\partial \beta} \frac{\partial g_s}{\partial \beta'} \right]$$

$$H_{\phi\phi} = -E \frac{\partial^2 L}{\partial \phi \partial \phi'} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n E \left[\frac{1}{2h_s^2} \frac{\partial h_s}{\partial \phi} \frac{\partial h_s}{\partial \phi'} \right]$$

Celles-ci conduisent à des estimateurs consistants, asymptotiquement non-corrélés et asymptotiquement efficaces ⁸. La solution de vraisemblance est donnée par la résolution du système $D(\theta) = 0$ par rapport au paramètre θ . D est la dérivée première de la vraisemblance au point θ ; on désignera aussi par $-H$ sa dérivée seconde par rapport à θ .

En général, vu la spécification du système $D(\theta) = 0$, il n'existe pas de méthodes donnant ses racines en fonction des valeurs observées de x et y . Mais puisque, les valeurs de x et y sont connues, il est alors possible, en utilisant des algorithmes itératifs, de trouver des valeurs approchées des racines avec un certain degré de précision.

Pour les modèles économétriques, lorsque sous l'hypothèse d'homoscédasticité, une solution de départ pour le modèle moyenne est possible; la solution du maximum de vraisemblance $\hat{\theta}$ est déterminée à partir de l'algorithme de Newton-Raphson, soit:

$$\theta^{k+1} = \theta^k + H^{-1}(\theta^k) \cdot D(\theta^k), k = 0, 1, \dots$$

Pour dégager les propriétés asymptotiques de l'estimateur du maximum de vraisemblance, il faut considérer un développement de Taylor pour

$D(\hat{\theta})$ au point exact θ_0 . Avec $D(\hat{\theta}) \equiv 0$, il vient que $\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta_0) = \sqrt{n}H^{-1}D(\theta_0)$ et comme la variable aléatoire $D(\theta_0)$ est asymptotiquement normale de moyenne nulle et de variance égale à la matrice d'information

de Fisher, disons $R_0 = E(DD')$, on déduit que $\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta_0) \rightarrow N(0, nH_0^{-1}R_0H_0^{-1})$

$D(\theta_0)$. C'est donc un estimateur sans biais convergent et asymptotiquement normale. Mais, puisque nous avons supposé la normalité de la distribution conditionnelle, nous obtenons $H=R$ et donc un estimateur asymptotiquement efficace ⁹. Lorsque la distribution conditionnelle n'est pas normale, on calcule l'estimateur du pseudo-maximum de vraisemblance. Ce dernier reste asymptotiquement normal, mais perd son efficacité. L'estimateur des moindres carrés généralisés du paramètre du modèle moyenne est aussi le meilleur estimateur linéaire et sans biais pour un modèle s'exprimant par une régression linéaire.

^{8/} Notons que les deux groupes de paramètres incorporés dans le modèle variance conditionnelle obéissent rarement à un schéma de composition linéaire.

^{9/} La borne inférieure de Cramér Rao est égale à l'inverse de la matrice R .

De plus, l'estimateur de sa variance est sans biais et convergent, mais il est moins efficace que l'estimateur du pseudo-maximum de vraisemblance. Venant à la détection de l'effet *Arch*, le test du multiplicateur de Lagrange est le plus approprié. Le test est défini par l'hypothèse nulle: $H_0 = \phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_p$ versus au moins un des paramètres ϕ_j différent de zéro. La valeur critique s'obtient à partir de la dérivée première du logarithme moyen de la vraisemblance et de la matrice d'information de Fisher, soit respectivement D et R. Elle est donnée par la formule suivante $nD'R^{-1}D$ et suit une loi du khi-deux à p degrés de liberté. Quand le nombre d'observations est assez grand, cette statistique est asymptotiquement équivalente à la quantité nr^2 où n est le nombre d'observations et r^2 le coefficient de détermination de régression de e_t^2 sur $1, e_{t-1}^2, e_{t-2}^2, \dots, e_{t-p}^2$. Les e_{t-i}^2 étant les résidus des moindres carrés ordinaires appliqués au modèle moyenne sous l'hypothèse nulle.

3- Estimation de la moyenne et de la variance du taux d'inflation dans le grand Alger

Nous disposons d'une série de 180 observations représentant le taux d'inflation comme la variation mensuelle relative de l'indice des prix à la consommation du Grand Alger depuis janvier 1982 jusqu'à décembre 1997. Les données sur l'indice des prix à la consommation sont extraites de deux publications de la revue «Collection statistique» de l'Office National des Statistiques. Ce sont les numéros 6/1988 et 73/1996. Comme la série de l'indice est issue de deux générations différentes, la base 1982 et la base 1989, nous avons repris sur Hamidi(1998), l'approximation $I_{82}(t) = 0.581^{-1} I_{89}(t)$ donnant une forme plus ou moins homogène de la série. Nous avons réalisé nos calculs sur la variation trimestrielle du taux d'inflation. Cette variable est désigné par y_t dans le texte et nous allons commencer par faire une représentation *Arma*. En vertu du test de Dickey-Fuller augmenté, la série de la variation trimestrielle du taux d'inflation est stationnaire. L'examen du corrélogramme de la série construit avec un nombre de retards maximum égal à 44 et les bornes $\pm 2 / \sqrt{177}$, montre des retards autorégressifs significatifs aux points 1, 3, 4 5 et 9 et des retards de moyenne mobile aux points 1, 2, 3 et 6. Ces derniers décroît de façon sinusoidale. La statistique de Ljung-Box pour la présence d'autocorrélation vaut 793.3 avec un risque d'erreur nulle. Vu la structure des retards et la valeur de cette statistique, la régression de la série sur elle même nous a amené à retenir une représentation du type suivant:

Estimation des Moindres Carrés

Variables	1	y_{t-2}	y_{t-4}	e_{t-1}
Coefficients	.039	.883	-.684	-.951
T - Student	7.93	16.1	-12.6	-39.2

$$DW = 2.15 \quad r^2 = 0.7227$$

C'est un modèle *Arma* (4,1) troué faisant apparaître des retards d'ordre 2 et 4 pour la partie autorégressive et de 1 pour la partie moyenne mobile. Les coefficients sont correctement estimés et les statistiques de Student montrent qu'ils sont significativement différents de zéro, soit un résultat que confirme bien la valeur calculée de 166.1 de la statistique de Fisher. Il est à constater aussi que les valeurs estimées des paramètres satisfont aux conditions de stationnarité et d'inversibilité du processus. Cependant des tests de spécification remettent en cause l'homoscédasticité, l'indépendance sérielle et la normalité des résidus des moindres carrés. L'examen de l'histogramme des résidus des moindres carrés ordinaires montre que pour ces derniers la moyenne, la variance, le coefficient d'aplatissement et le coefficient d'asymétrie sont respectivement:

$\bar{e} = -1.729 \cdot 10^{-3}$; $Var(e) = (.031)^2$; $K = 5.597$ et $S = -.788$. Déjà, selon les valeurs de l'asymétrie et de la kurtosis, nous n'avons pas à accepter a priori, l'hypothèse de normalité des résidus, car nous sommes relativement certains qu'il existe une asymétrie, donc une non-linéarité des résidus, et que le coefficient d'aplatissement est nettement supérieur à la valeur 3 correspondant au cas d'une distribution normale. De façon précise, la statistique du test de normalité de Jarque-Berra vaut 68.057, soit une valeur qui dépasse largement la valeur critique de 5.99 au seuil de 5%, ce qui, chemin faisant, conduit à rejeter l'hypothèse de normalité du processus des erreurs. Cette non-normalité proviendrait de la dépendance temporelle de la variance, ce que nous verrons en effectuant une représentation de type *Arma* avec des erreurs *Arch* proposée dans Weiss(1984). L'examen de la fonction d'autocorrélation empirique des carrés des résidus et l'application du test du multiplicateur de Lagrange ont conduit à retenir un effet *Arch* linéaire de premier ordre. La statistique du multiplicateur de Lagrange est de 17.301 avec une probabilité d'erreur nulle. Parvenu à ce stade, nous avons donc un modèle *Arma*(4,1) avec les restrictions de nullité sur les paramètres affectés au retards 1 et 3 et des erreurs suivant un processus *Arch*(1) linéaire. En somme, six coefficients sont à estimer par la méthode du maximum de vraisemblance. Ce sont les paramètres $\alpha_0, \alpha_2, \alpha_4$ et β_1 pour le modèle moyenne et ϕ_0 et ϕ_1 pour le modèle variance, soit:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_2 y_{t-2} + \alpha_4 y_{t-4} + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{où } \varepsilon_t = \sqrt{\phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}^2} u_t, u_t \rightarrow N(0;1)$$

$$\text{Log}L = \frac{-1}{2n} \sum_{i=1}^n \left[\text{Log} 2\pi(\phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{i-1}^2) + (\phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{i-1}^2)^{-1} \varepsilon_i^2 \right]$$

Le choix de la solution de départ a porté sur les résultats de la régression par les moindres carrés ordinaires sur le modèle contraint:

$\alpha_4^0 = -.63347, \beta_1^0 = -.85075, \phi_0^0 = .00076$ et $\phi_1^0 = .00000$. Après six itérations, la méthode du maximum de vraisemblance donne les estimations suivantes:

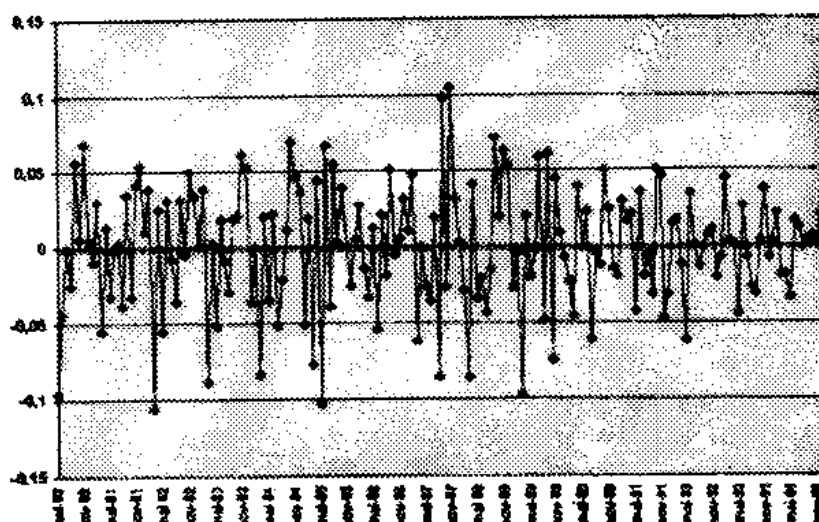
Estimation du Max de Vraisemblance

Paramètre	α_0	α_2	α_4	β_1	ϕ_0	ϕ_1
Estimation	.0362	.9001	-.6424	-.8693	.0007	.0615
T - Student	12.03	17.44	-13.67	9.642	7.195	0.578
DW =	2.018	$r^2 = 0,7301$		Log L = 375.2		

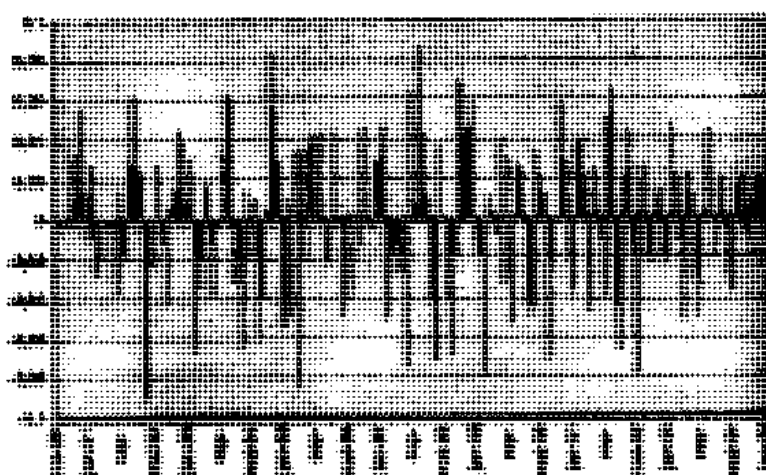
4- Conclusion

La confrontation des résultats des deux approches conduit au constat suivant. Pour la partie autorégressive du modèle, l'estimation du maximum de vraisemblance diffère légèrement de celle des moindres carrés. En valeur absolue, elle accroît le coefficient du «court terme» et réduit celui du «long terme». L'effet dynamique augmente pour α_2 et diminue pour α_4 . La constante (la variation autonome du taux d'inflation) et le coefficient de la moyenne mobile sont peu modifiés. En outre, la valeur (0.0578) de la statistique de Student pour le coefficient ϕ_1 indique qu'il n'est pas significativement différent de zéro et qu'une autre spécification *Arch* n'est plus nécessaire. Le coefficient est nettement inférieur à 1, ce qui veut dire que l'effet *Arch* est détecté et corrigé. Les différents tests de spécification montrent qu'il n'y a plus de problème d'hétéroscédasticité, de corrélation sérielle ou de normalité dans les nouveaux résidus. La variance reste stable et positive et l'effet *Arch* mis en évidence dans le modèle Arma est résorbé.

Variation Trimestrielle du Taux d'inflation



Résidus issus de l'estimation d'un modèle ARCH sur la variation trimestrielle du taux d'inflation



Bibliographie

- Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, 307-327.
- Bollerslev T, Chou Ray.Y and Kenneth F.Kroner (1992) Arch Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics* 52, 5-59
- Bollerslev Tim, Robert F Engle and Daniel B.Nelson Arch Models, In *Handbook of Econometrics*, Vol IV, Edited by R F Engle and D Mc Faden, NY North Holland.
- Boskin.M.J and Jorgensen.D.W (1997): *The CPI Commission: Implications of Overstating Inflation for Indexing Governments and Understanding Economic Progress*, *American Economic Review* 87, 2 pp89-93.
- Cramér Harald (1974) *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton University Press, Thirteenth Printed.
- Dickey D.A and Pantula S.G (1989) Determining the Order in Differencing in Autoregressive Process, *Journal of Business and Economic Statistics*, 45, 4, 455-461.
- Engle Robert.F (1982) Arch with Estimation of Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica* 50, 4, 987-1011.

- Engle Robert.F (1984) \it Wald, Likelihood and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics, *Handbook of Econometrics*, Edited by Zvi Griliches and Michael Intriligator, Elsevier Science Publishers BV, Part 4, Chap 3, 775-826
- Engle Robert.F and Bollerslev Tim (1986) *Modeling the Persistence of Conditional Variance*, *Econometrics*, Review 5, 1-50.
- Giampeiro M.Gallo et Barbara Parini (1996) *Volatilité Conditionnelle, Signaux d'Echange et Perception du Risque*, *Economie et Prévision* 123/124, 207-220.
- Gouriéroux Christian (1992) *Modèles Arch et Applications Financières*, Collection *Economie et Statistique Avancées*, Economica.
- Granger.C.W.J and Watson.M.W (1984) *Methodology of Time Series Analysis*, *Handbook of Econometrics*, Edited by Zvi Griliches and Michael Intriligator, Elsevier Science Publishers BV, Part 4, Chap 3, 775-826.
- Grenander and Rosenblatt (1957) \it Statistical Analysis of Stationary Time Series, John Wiley.
- Guikham et Skorokhod (1986) *Introduction à la Théorie des Processus Aléatoires*, MIR Moscou.
- Hamidi Kh (1998) *Modèles Arch : Réalisation d'une Application sur des Données Algériennes. Cas de l'Indice des Prix à la Consommation*, Mémoire de Magister INPS Alger.
- Hamilton.J.D and Giang Liu (1996) *Stock Market Volatility and the Business Cycle*, *Journal of Development Econometrics* 11, 5, 573-593.
- Henin.P.Y (1989) \it Sur la Non-Stationnarité des Séries Macroéconomiques: Tendances, Cycles et Persistences, *Revue d'Economie Politique*, 55, 661-692.
- Johnston J. (1988) \it Méthodes Econométriques, Tome2, Traduction de Bernard Guerrien, Economica.
- Judge G.C, Griffiths W.E, Hill R.C, Lutkepnohl H and Lee T.C (1984) *The Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley and Sons.
- Lane J.A, Peel D.A and Raeburn E.J (1996) *Some Empirical Evidence on the Time Series Properties of four UK Asset Prices*, *Econometrica*, 251, 64, 405-426.
- Lequiller François (1997): *L'Indice des Prix à la Consommation Surestime-t-il l'Inflation*, *Economie et Statistique*, 303, 3, 3-32.
- Malcolm Edey (1994) *Coûts et Avantages du Passage d'une Faible Inflation à la Stabilité des Prix*, *Revue Economique de l'OCDE* 23, 123-147.
- Messaoudi A (1995) *L'Indice des Prix à la Consommation: Examen Méthodologique et Analyse des Tendances*, Collection *Statistique/ONS*, 15-32.
- Milhoj A (1985) *The Moment Structure of Arch Process*, *Scandinavian Journal of Statistics*, 281-292.
- Nelson Daniel B and Forester D (1994) *Asymptotic Theory for Univariate Arch Models*, *Econometrica*, 62.1.
- Paraponnais Alain (1997) *Dette Publique et Taux de Change dans les Pays du G7 sur les deux Dernières Années*, *Revue d'Economie et Prévision*, 4, 67-95.
- Perron P (1989) *The Greatest Crash and Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis*, *Econometrica*, 57
- Pindyck Robert.S and Rubinfeld Daniel.L (1981) *Econometrics Models and Economic Forecasts*, Mc Graw Hill Book Company, Second Edition.
- Georges (1985) *Mesure des Anticipations d'Inflation à Court Terme des Ménages en France (1964-1985)*, *Revue d'Economie Politique*, 6, 749-776.
- Saglio Alain (1997) *Changement du Tissu Commercial et Mesure des Prix: un prix moyen, sensible aux modifications des consommateurs, n'évolue pas comme un indice des prix*, *Revue Economie et Statistique* 275/276, 5/6, 5-49.
- Statistiques Collection de l'Office National des Statistiques, Alger, 6/1988 et 73/1996.
- Terraza M et Zatout A (1993) *Modélisation de l'Hétéroscédasticité Conditionnelle du Prix Spot du Marché Pétrolier de l'OCDE*, *Journal de la Société Statistique de Paris*, 134, 3, 21-39.
- Weiss Andrew A (1984) \it Arma Models with Arch Errors *Journal of Time Series Analysis*, 5, 2.
- Weiss Andrew A (1986) *Asymptotic Theory for Arch Models: Estimating and Testing*, *Econometrics Review* 2, 107-131
- Zatout Ali (1994) *Approche Bivariée des Processus Arch Application à la Couverture à Terme Optimale du Café-Cacao*, Thèse de Doctorat, Université de Montpellier 1.