L'ESTIMATION DES MODELES ARFIMA AVECERREURS GARCH DU COURS DU DOW JONES

Mohamed **RETIA**[*]
Khemissi **GAIDI** [**]

Received : 07/10/2017 / **Revised** : 28/11/2018/ **Accepted** : 02/12/2018
Corresponding authors : ratiat@gmail.com

RÉSUMÉ

Cet article a pour objet d'analyser les propriétés de mémoire longue à travers des modèles ARFIMA avec erreurs GARCH, notée Arfima-GARCH. Nous avons étudié les rendements journaliers du Dow Jones du 12/03/2007 au 10/03/2017 (n = 2610) et testé le type de la structure de dépendance de série. A cette fin ont été mises en œuvre des analyses R/S (Rescaled rang), et diverses techniques ARFIMA, Nous décrivons une méthode d'estimation pour les paramètres des modèles stationnaires ou non-stationnaires, La méthode fonctionne bien en échantillon fini, et donne des résultats comparables. Les résultats prédictifs montrent que les chocs ont des conséquences durables sur la volatilité et que le modèle ARFIMA-GARCH possède une supériorité évidente sur d'autres modèles pour des horizons longs et/ou courts.

MOTS-CLÉS

Modèle ARFIMA- GARCH, Exposant de Hurst, mémoire longue, prévision.

JEL CLASSIFICATION: C14, C22, G17

[*] Université de Médéa. **E-mail** : ratiat@gmail.com, Algérie
[**] Université de BBA. E-**mail** : khemissi83@yahoo.fr, Algérie

ABSTRACT

The purpose of this article is to analyze the properties of the long memory through ARFIMA models with GARCH errors, noted ARFIMA-GARCH. We studied daily returns of Dow Jones from 12/03/2007 to 10/03/2017 (n = 2610) and tested the type of the series dependency structure. For that, a R/S analyzes (Rescaled rang),and various ARFIMA techniques have been implemented, We describe an estimation method for the parameters of stationary or non-stationary models, The method provide a good performance in finite sample, comparable with that of MLand The predictive results show that shocks have a durable impact on the volatility and that the model of ARFIMA-GARCH has obvious superiority over the other models for long and / or short horizons.

KEY WORDS

ARFIMA-GARCH model, Hurst exponent ,Long Memory, Forecasting.

JELCLASSIFICATION : C14, C22, G17

ملخص

يهدف هذا المقال إلى تحليل خصائص الذاكرة الطويلة من خلال نماذج ARFIMA مع أخطاء GAECH، ونكتب ARFIMA-GARCH. لقد قمنا بدراسة عوائد داوجونز اليومية من 2007/03/12 إلى غاية 2017/03/10 (n = 2610)، واختبرنا نوع بنية تبعية السلسلة. لذلك تم اعتماد لهذا الغرض تحليلات r/s(Rescaled rang)،والعديد من تقنيات ARFIMA، واستخدمنا طريقة لتقدير معلمات النماذج المستقرة والغير مستقرة، هذه الطريقة مناسبة جدا في العينة المحددة، وتعطي نتائج مماثلة. بينتنتائجالتنبؤ أن الصدمات لها تأثير دائم على التقلب وأن نموذج ARFIMA-GARCH لديه تفوق واضح على نماذج أخرى للآفاق الطويلة أو القصيرة.

الكلمات المفتاحية:

نموذجARFIMA-GARCH، أسيةHurst، الذاكرة الطويلة، التنبؤ

تصنيف جال:C14, C22, G17

INTRODUCTION

La recherche de structures de dépendance de long terme dans les séries économiques et financières a fait l'objet de nombreuses contributions. La présence d'une longue mémoire dans les séries financières a des implications importantes particulièrement concernant la propriété d'efficience faible des marchés. L'implication immédiate d'une telle observation est que le meilleur prédicteur de ces séries correspond à une marche au hasard, soit des prévisions naïves : le marché est efficient et l'on ne peut donc prétendre, par le biais de la connaissance d'une information particulière, à la réalisation de profits anormaux. C'est à une telle constatation qu'aboutissent (Meese et Rogoff,1983] lorsqu'ils concluent qu'à tous les horizons de prévision la marche au hasard supplante à la fois les modèles structurels les plus courants et divers types de modélisations ARMA (*Auto Regressive Moving Average*). (Lardic, Mignon,1999).

De nombreux travaux empiriques établissent l'existence de non linéarités dans les séries financières, elles sont tout en étant approximativement non corrélées, ne sont cependant pas temporellement indépendantes ; la dépendance se produit à travers la persistance dans la variance conditionnelle et peut-être dans d'autres moments conditionnels.(Weiss,1986) a souligné les difficultés liées à la distinction des modèles à dynamique dans la moyenne conditionnelle (modèles bilinéaires) et dans la variance conditionnelle Ainsi, la modélisation *ARCH (the auto regressive conditional heteroskedasticity)*.

Nous proposons ici une étude de la dynamique des cours du Dow Jones à travers la modélisation ARFIMA (*Auto Regressive Fractionally Integrated MovingAverage*). Une telle modélisation a pour objectif de tenir compte des phénomènes de mémoire longue présents dans les séries temporelles.

Le processus ARFIMA inclut le modèle ARIMA fractionnaire (Granger et Joyeux ,1980), (Hosking 1981). Cependant, l'hypothèse de bruit blanc sur les résidus du modèle ARFIMA ignore la présence d'hétéroscédasticité conditionnelle. Or, les séries financières sont en général caractérisées par une volatilité variable qui peut être

modélisée par des modèles de type ARCH ou GARCH (Bollerslev ,1986). La modélisation SEMIFAR -GARCH proposée par (Feng, Beran et Yu 2007) correspond à une représentation spécifique de la non linéarité qui permet une modélisation simple de l'incertitude. Nous allons étendre ce modèle en utilisant la modélisation GARCH, Nous nous proposons ici de poursuivre les travaux de (*Baillie; Chung; Tieslau, 1996)*.

Notre article s'applique à l'analyse de la persistance des chocs informationnels et à la recherche d'une éventuelle mémoire longue dans le cour du Dow Jones. L'étude de la variation journalière de ce cour sur une longue période (du 12/3/2007 au 10/03/2017 soit 2610 observations). Les prévisions issues de modèle ARFIMA avec erreur GARCH sont également supérieures à celles du modèle de marche aléatoire, que ce soit à court ou long terme. En conséquence, l'hypothèse d'efficience faible des marchés financiers semble violée pour la série des variations du Dow Jones étudiée sur une longue période. (Chikhi. Feissolle, Michel 2012).

1- PRESENTATION DU MODELE ARFIMA AVEC ERREUR GARCH

Il est à noter que Baillie, Chung et Tieslau (1996) sont les premiers qui ont appliqués la modélisation ARFIMA à erreur GARCH (ARFIMA-GARCH) aux indices de prix. Ling et Li (1997) ont établi des conditions pour la normalité asymptotique de l'estimateur du maximum de vraisemblance des paramètres d'un modèle ARFIMA-GARCH.

Les modèles ARFIMA ont été développés par (Granger et Joyeux, 1980) et Hosking (1981) et constituent une généralisation des processus ARIMA de Box et Jenkins dans lesquels l'exposant de différenciation d était un entier. Dans le cas des processus ARFIMA, d peut prendre des valeurs réelles, et non plus seulement des valeurs entières. **(**Lardic, Mignon, 1999).

1.1- DEFINITION

Un processus ARFIMA (p,d,q) est défini par :

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t \text{.....}(1)$$

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = u + \theta(B)\varepsilon_t \ , \quad ou \ \ d \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$$

$(1-B)^d$ l'opérateur d'intégration fractionnaire.`$\phi(B)$et $\theta(B)$ sont des polynômes retard de degré p et q respectivement.et toutes leurs racines sont en dehors du cercle unité du plan complexe. B est l'opérateur de retard.

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p \quad , \theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_p B^p$$

- Les résidus du modèle ARFIMA (p,d,q) est défini par :

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \ BB \to N(0,1) \text{.....}(2)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j} \text{.....}(3)$$

Avec $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0 \ pour \ i > 0 \ et \ \beta_j \geq 0 \ pour \ j > 0$: suffisantes pour garantir la positivité de h_t. (Hurlin, 2007).

Dans ce cas, la variance de ε_t dépend en plus des variances des ε précédents h_{t-j}.

Classiquement, pour les processus GARCH rencontrés dans le domaine de la finance, la variable aléatoire z_t peut suivre, au lieu d'une loi gaussienne, une loi de Student à ν degrés de liberté et de variance 1 qui présente des "queues de distribution" plus importantes que la loi gaussienne ; la variable ε_t suivra une loi conditionnelle du même type,(Prenat ,2011). On a :

$$(1-B)^d = 1 - dB - d(1-d)\frac{B^2}{2} - d(1-d)(2-d)\frac{B^3}{3!} - \cdots - d(1-d)(2-d)\cdots(k-1-d)\frac{B^k}{k!} \text{.....}(4)$$

Où :

$$(1-B)^{-d} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{d(1+d)(2+d)...(j-1+d)B^j}{j!}$$

$$(1-B)^{-d} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j+d)}{\Gamma(d)\Gamma(j+1)} B^j .....(5)$$

Γ correspond à la fonction gamma, trois cas peuvent être distingués en fonction des valeurs du paramètre d :

- Si 0 < d < 1 /2, le processus ARFIMA est un processus stationnaire à mémoire longue. Les auto corrélations sont positives et diminuent hyperboliquement vers zéro lorsque le retard augmente.
- Si d = 0, le processus ARFIMA se réduit au processus ARMA standard.
- Si −1 /2 < d <0, le processus est anti-persistant : les auto-corrélations diminuent hyperboliquement vers zéro, et la densité spectrale est dominée par les composantes de hautes fréquences (elle tend vers zéro lorsque la fréquence tend vers zéro).

Les processus ARFIMA-GARCH sont construits de la même façon que les processus ARFIMA, la séquence z_t étant remplacée par une séquence de type ε_t telle que décrite ci-dessus. La partie ARFIMA peut être vue comme définissant la "fonction de moyenne conditionnelle" du processus ARFIMA/GARCH

1.2 Définition : Un processus stationnaire sera dit à mémoire longue si les auto-corrélations $\rho(h)$ satisfont $\rho(h) \approx Ch^{2d-1}$ *quand* $h \to \infty$, où C est une constante non nulle et d <1/2.

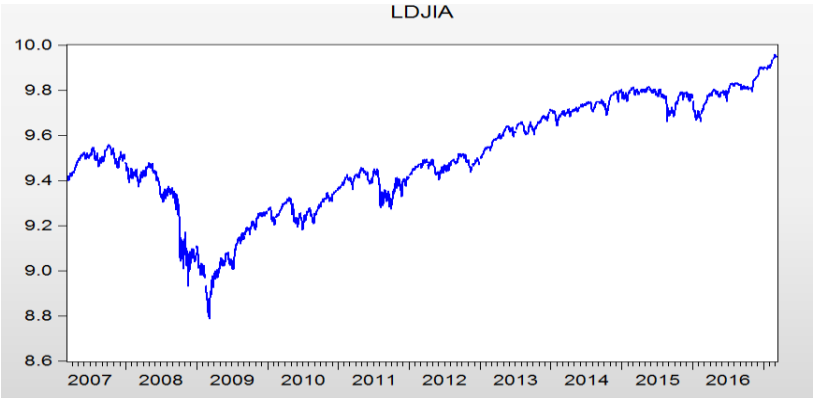
Cette condition se réécrit également : $\lim_{h\to\infty} \frac{\rho(h)}{Ch^{2d-1}} = 1$

De façon heuristique, une série à mémoire longue est caractérisée par une fonction d'auto-corrélation qui décroît lentement lorsque le retard (h) augmente.

2- APPLICATION

L'étude empirique porte sur la série logarithmique journalière du Dow Jones (LDJIA) qui couvre une période historique allant du 12/03/2007 au 10/03/2017 (n = 2610). La mise en œuvre des divers tests nécessite que la série analysée soit stationnaire. La figure **N°** 1illustre l'évolution de la série logarithmique journalière du Dow Jones

Figure n°1: **Analyse de la série logarithmique journalière du Dow Jones(LDJIA)**



Source *: EVIEWS 9*

La figure n°1 met en évidence une tendance à la hausse. Sur le plan économétrique, cette tendance à la hausse reflète que la série n'est pas stationnaire en espérance, et de même les fluctuations qui persistent démontrent qu'elle n'est pas stationnaire en variance. Pour vérifier cette affirmation, nous allons utiliser les tests des racines unitaires (Dickey et Fuller ,1971).

Tableau n° 1 : **Test de Dickey-Fuller Augmenté**

Test de DFA, Hypothèse H0 : LDJIA possède une racine unitaire Nombre de retards (minimum du critère de Akaike) = 2		
	T statistique	Probabilité critique
Modèle [6]	-1.93	0.63
Modèle [5]	-0.28	0.92
Modèle [4]	0.99	0.91

Source : EVIEWS 9

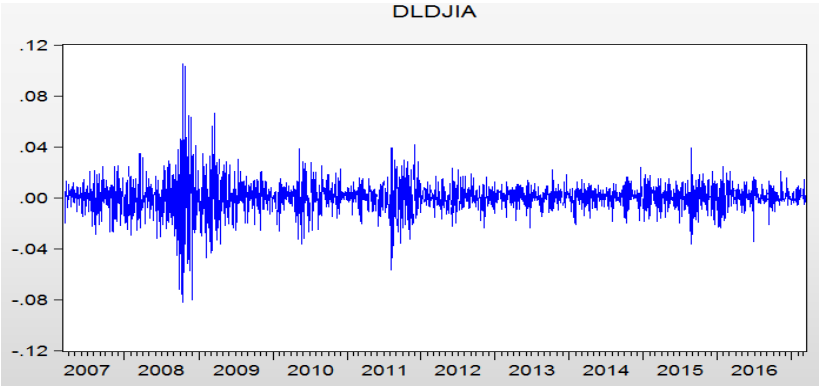
Les probabilités critiques sont toutes supérieures à 0,05, nous ne rejetons pas l'hypothèse H0. Les résultats des tests de Dickey-Fuller montrent que cette série est caractérisée par la présence d'une racine unitaire. La série est finalement différenciée pour obtenir les rentabilités. $DLDJIA_t = LDJIA_t - LDJIA_{t-1}$.

Tableau n° 2: **test ADF sur la série (DLDJIA)**

ADF , Hypothèse H_0: DLDJIA possède une racine unitaire P=1		
	T statistique	Prob critique
Modèle [3]	-37.54	0.000
Modèle [2]	-37.52	0.000
Modèle [1]	-0.37.51	0.000

Source :EVIEWS 9

Figure n° 2: **Analyse de la série du Dow Jones en logarithme différenciée (la rentabilité) (DLDJIA)**



Source :EVIEWS 9

Une analyse rapide montre que, s'il y a des phases de fortes volatilités, les séries de rendement sont généralement stationnaires.

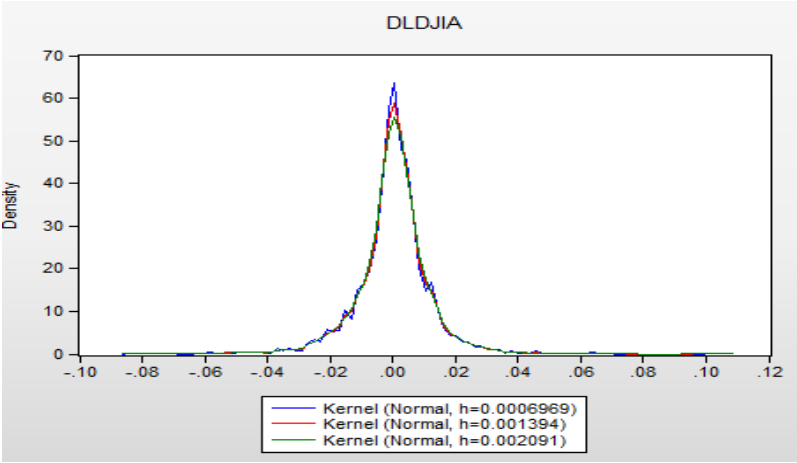
2.1- Estimation de la densité par la méthode du noyau

La Figure N° 3 affiche une estimation de la densité du noyau de la distribution d'une série unique. L'estimation de la densité du noyau d'une série X en un point x est estimée par:

$$f(x)=\frac{1}{Nh}\sum_{i=1}^{N}K\left(\frac{x-X_i}{h}\right).....(6)$$

Lorsque N est le nombre d'observations, h est la largeur de bande (ou le paramètre de lissage), et K est une fonction de pondération du noyau qui s'intègre à un. Où est le nombre d'observations, est la bande passante (Chikhi, Feissolle, Terraza, 2012).

Figure n° 3 : **Estimation de la densité par la méthode du noyau**



Source :EVIEWS 9

2.1.1. Résultats des tests de BDS sur la série dldjia

Au regard du tableau 4, l'hypothèse de marche aléatoire est clairement rejetée. En effet, lastatistique de *BDS* (Brock, Dechert et Scheinkman ,1987)), qui teste la présence des dépendances de type linéaire ou non linéaire, est strictement supérieure à la valeur critique au seuil de 5%.La statistique de BDS est calculée avec ε égale à 0.7

Tableau n° 3 : **Résultats des tests de BDS sur la série (DLDJIA)**

BDS Test for DLDJIA
Date : 03/14/17 time : 23:20
Sample : 3/12/2007 3/10/2017
Included observations: 2610

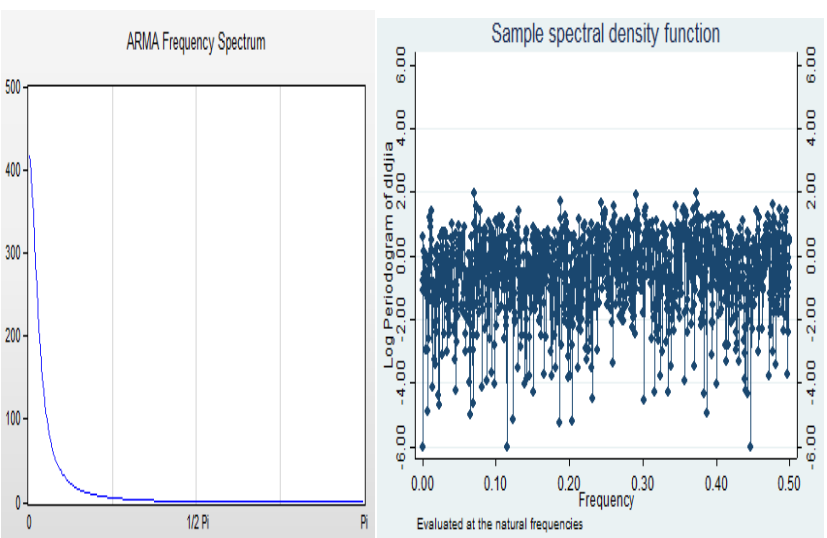
Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.027664	0.002056	13.45614	0.000
3	0.058101	0.003268	17.78116	0.000
4	0.082412	0.003893	21.17088	0.000
5	0.098557	0.004060	24.27700	0.000
6	0.106576	0.003918	27.20299	0.000

Source : EVIEWS 9

2.1.2. Le périodogramme de variation logarithmique du Dow Jones

La figure 4 illustre le périodogramme et log périodogramme de la variation de la série logarithmique journalière du Dow Jones(DLDJIA), nous notons que la densité spectrale est concentrée autour des faibles fréquences lorsque la fréquence tend vers zéro.

Figure n° 4 : **Le périodogramme et log périodogramme de (DLDJIA)**



Source : stata14 , Eviews 9

2.2- Analyse R/S Exposant de Hurst

Historiquement, le premier processus à mémoire longue est le mouvement brownien fractionnaire, développé par (Mandelbrot et Van Ness, 1968). Ce processus est caractérisé par un paramètre appelé exposant de Hurst, noté H, permettant de classer les séries temporelles en fonction de leur structure de dépendance : mémoire courte ou nulle, mémoire longue et positive (appelée phénomène de persistance), et anti persistance.

La statistique R/S (Rescaled rang), introduite par Hurst en 1951, se définit comme l'étendue des sommes partielles des écarts d'une série temporelle à sa moyenne divisée par son écart type. Cette analyse possède, selon (Lo, 1991), un défaut majeur: elle est très sensible à la dépendance de court terme. De plus cette statistique n'est pas un test à proprement parler, puisque sa distribution théorique est inconnue. Afin d'apporter une solution à ces deux problèmes, Lo (1991) a donc créé une statistique R/S traditionnelle uniquement par son dénominateur puisqu'il inclut non seulement l'écart type de la série mais également les auto-covariances pondérées.

Cette série est définie de la manière suivante ($\overline{X}_n$ étant la moyenne de la série et $\hat{\sigma}_n^2$ sa variance)

$$\widetilde{Q}_n = R/\hat{\sigma}_n(q) = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)}\left[\max_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}\left(X_j - \overline{X}_n\right) - \min_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}\left(X_j - \overline{X}_n\right)\right] \ldots (7)$$

$$\hat{\sigma}_n^2(q) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(X_j - \overline{X}_n\right)^2 + \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{q} w_j(q)\left[\sum_{i=j+1}^{n}\left(X_i - \overline{X}_n\right)\left(X_{i-j} - \overline{X}_n\right)\right] \ldots (8)$$

Les poids $w_j(q)$ ont été suggérés par (Newey et West ,1987).

L'intérêt des procédures R/S est qu'elles donnent lieu à un coefficient appelé exposant de Hurst, noté H, et défini comme le rapport entre le logarithme de la valeur de la statistique R/S et le logarithme du nombre d'observations. Cet exposant permet alors de déterminer la structure de dépendance de la série en fonction des valeurs de H :

- Si H = 1/2 : il y a indépendance entre les événements passés et

présents,

- Si 1/2 < H <1 : on est en présence d'un processus à mémoire longue. Dans ce cas, la corrélation est positive et il y a persistance.
- Si 0 < H < 1/2 : la corrélation est négative. Le processus présente l'anti-persistance (des phases de hausse ont tendance à être suivies par des phases de baisse). (Lardic et Mignon *,1996a).*

L'annexe n° 1 illustre la statistique R/S. On remarque que la valeur de la statistique de V associée au coefficient *H* est estimée par la méthode R/S est inferieure à toutes les valeurs critiques au seuil 1%, 5%, 10%. On accepte H_1, donc le calcul de l'exposant de Hurst par la méthode R/S fait apparaître une structure de dépendance de long terme pour la série stationnaire étudiée, avec un phénomène d'anti-persistance.

2.3- Estimation du paramètre d

2.3.1 L'estimateur de Robinson

Robinson (1995) a proposé un estimateur semi paramétrique pour le paramètre d. Une propriété de cet estimateur est qu'il ne suppose pas la normalité du processus.

Parmi les méthodes d'estimation du paramètre d, nous en retiendrons la Méthode du log-autocorrélogramme.

- *Méthode du log-autocorrélogramme*

La méthode la plus simple pour détecter la présence de mémoire longue est l'utilisation du log-autocorrélogramme. Comme nous l'avons vu, asymptotiquement, les autocorrélations sont de la forme $\rho(h) \approx \gamma_d . h^{2d-1}$. En prenant le logarithme, $log\rho(h) \approx k_d + (2d-1) log(h)$, on peut noter une relation linéaire entre le logarithme des retards log h et le logarithme de l'autocorrélation $log\rho(h)$. soit $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ tels que

$$\log|\hat{\rho}(h)| \approx \hat{\alpha} + \hat{\beta} \log h \quad alors \quad \hat{d} = \frac{1}{2}\left(\hat{\beta} + 1\right)$$

Tableau n° 4 : **Estimation de la relation linéaire entre le logarithme des retards log h et le logarithme de l'autocorrélation**

Dependent variable : LR
Method : Least Square
Date : 03/19/17 Time : 21:45
Sample : 1200
Included observation : 199

variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-3 280933	0.354095	-9.265675	0.0000
LH	-0 194955	0.080032	-2.435975	0.0157
R-squared	0.029241	Mean dependent var		-4.123286
Adjusted R-squared	0.024313	S.D. dependent var		1.088395
S.E. of regression	227.6932	Akaike infor criterion		2.992672
Log likelihood	-295.7709	Schwarz criterion		3.025770
F-statistic	5.933975	Hannan-Quinn criter.		3.006068
Prob (D-statistic)	0.015741	Durbin-Waston stat		1.840924

Source :Eviews 9

$$alors \quad \hat{d} = \frac{1}{2}\left(\hat{\beta}+1\right) = \frac{1}{2}\left(-0.194955+1\right) = 0.402522$$

On remarque que d<1/2, donc le processus ARFIMA est un processus stationnaire à mémoire longue. Les auto-corrélations sont positives et diminuent hyperboliquement vers zéro lorsque le retard augmente. La présence d'une mémoire longue est en accord avec les travaux de (Booth, Kaen et Koveos, 1982) détectant un tel phénomène au moyen de l'analyse R/S ou encore ceux de Cheung [1993] utilisant la procédure R/S et la méthode d'estimation des processus ARFIMA de (Geweke et Porter -Hudak ,1983).

Ces méthodes semi paramétriques ne permettent pas de déterminer les estimateurs des paramètres autorégressifs et moyennes mobiles. Ceci nous conduit à considérer un autre type de méthodes qui permettent d'estimer, en une seule étape, le paramètre de mémoire longue et les paramètres de mémoire courte. Ce sont les méthodes du maximum de vraisemblance lorsque les distributions sont connues.

2.3.2. Estimation ARFIMA par la méthode du maximum de vraisemblance exact

Parmi les méthodes en une étape, la technique du maximum de vraisemblance exact. Cette procédure, malgré ses difficultés de mise en œuvre, semble constituer actuellement la méthode d'estimation des processus ARFIMA la plus efficace. Nous ne développerons pas ici toute la procédure relative à l'estimation par le maximum de vraisemblance exact des processus ARFIMA et renvoyons le lecteur aux travaux de (Dahlhaus,1989) et (Sowell, 1992a).

L'intérêt de la méthode du maximum de vraisemblance est qu'elle utilise toute l'information à court comme à long terme concernant le comportement des séries puisque sont estimés simultanément les paramètres auto-régressif, moyenne mobile et le paramètre de différenciation fractionnaire *d*.

Tableau n°5 : **Résultat de l'estimation ARFIMA par maximum de vraisemblance exact (BFGS)** *

Dependent variable : LDJIA
Method : ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
Date : 03/2/17 Time : 14:43
Sample : 3/12/2007 3/102017
Included observation : 2610
Failure to improve objective (non-zero gradients) after 1 iteration
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
D	0.469395	9.21E-05	5097.161	0.0000
AR (1)	0.023440	9.71E-05	2414.189	0.0000
AR (2)	0.976559	0.000403	2426.010	0.0000
MA (1)	0.970119	0.000206	4715.215	0.0000
SIGMASQ	10.26969	0.004949	2075.143	0.0000

Source : Eviews 9

Les résultats de l'estimation du modèle ARFIMA par la méthode du maximum de vraisemblance indiquent que la série étudiée est

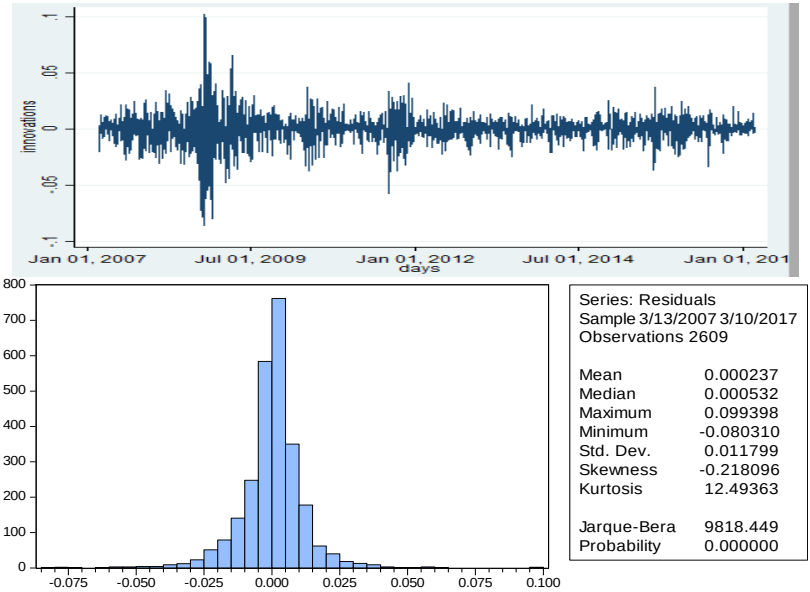
*(the Broyden, Fletcher, Goldfarb and Shanno (BFGS) algorithm).Les modeles est estimer simultanément par la methode de MV varie en choix de lafonction de densité des innovation . on consdidere une fonction de densité conditionelle normale.

caractérisée par une mémoire de long terme, le paramètre d'intégration fractionnaire estimé est significativement différent de zéro et positif.

- *les résidus d'estimation ARFIMA*

Nous remarquons que les résidus ne sont pas caractérisés par une distribution gaussienne. Nous notons également le caractère le ptokurtique des résidus (figure6).L'asymétrie peut être le signe de la présence des non linéarités dans les résidus.

Figure n° 5: **Aanalyse des résidus d'estimation**



Source : stata 14, Eviews 9

On retrouve là aussi des périodes de forte volatilité sur le marché, il y a généralement asymétrie de la distribution.

La série présente des comportements de type hétéroscédastique, avec très souvent de la persistance. En outre, la plupart du temps, les distributions ne sont pas normales .Cependant, ces résidus peuvent être modélisés par les modèles *GARCH* car la présence d'un effet

ARCH est confirmée par le résultat du test *ARCH LM* sur les résidus (nR^2= 384.7 >X_2 (1)). on rejette H0 ; on considère que le processus est justifiable d'un modèle ARCH*(1)* .

Tableau n° 6 : test d'effet arch

Heteroskedasticity Test ARCH			
F-stastistic	450.8930	Prob. F (1,2607)	0.000
Obs*R-squared	384.7027	Prob. Chi-Square (1)	0.000

Source: Eviews 9

On y dans le cas de l'existence effective de mémoire longue et de l'effet ARCH. Sur le plan pratique, donc on estime plusieurs formes de modèles: un ARFIMA (p, d, q) conjointement à un GARCH : EGARCH (*exponential the generalized autoregressive conditional heteroskedastic)*, PARCH (*thePower autoregressive conditional heteroskedastic)* ARCH-M (*theMean autoregressive conditional heteroskedastic*)Pour chacun de ces modèles, nous calculons les deux critères d'information d'(Akaike ,1970) et (Schwarz , 1978).

Tableau n° 7*: **Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance*(ML ARCH**- Normal distribution (BFGS/Marquardtsteps)**.

	ARFIMA-GARCH	**ARFIMA-EGARCH**	**ARFIMA-PARCH**	**ARFIMA-GARCH-M**
d	-0.90 (-18.55)	-0.904 (-1.6E+101)	-0.96 (-34.94)	-0.79 (-8.45)
Akaike info criterion	3.92	3.91	3.85	3.93
Schwarz criterion	3.94	3.93	3.87	3.94
Arch(1)	0.034	2.75	0.036	0.019
JB	76667	71.229	83258	71172

Source :Eviews 9

** L'estimation par la méthode de maximum de vraisemblance qui suppose que les résidus du modèle GARCH suivent une loi normale en s'appuyant sur l'algorithme (BFGS)et suivant les étapes définies par Marquardt. Lalgorithme de levenberge Marquardt, permet d'obtenir une solution numérique au problème de minimisation d'une fonction.

Au regard du tableau n° 7, nous constatons que le paramètre d'intégration fractionnaire estimé est significativement différent de zéro, mais il est négatif.

La signification du paramètre d semble être fortement dépendante du choix de la distribution. Pour une distribution normale. Ce paramètre est rarement significatif et peut prendre un autre signe.

Il est à noter que l'hypothèse de normalité des résidus des modèles testés est clairement rejetée car les statistiques de Jarque-Bera sont strictement supérieures à la valeur critique de la loi de χ^2 au seuil de 5% à deux degrés de liberté.

Au regard du tableau 8.la série des résidus ne présente aucune structure de dépendance où les statistiques de BDS sont strictement inférieures à la valeur critique 1.96.

Tableau n° 8: *Statistiques de BDS*

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.154081	0.001703	90.49473	0.000
3	0.249523	0.002700	92.41215	0.000
4	0.304483	0.003209	94.89761	0.000
5	0.333259	0.003337	99.86109	0.000
6	0.344111	0.003212	107.144	0.000

Source : Eviews 9

2.3- Prévision de processus fractionnairement Intégré avec erreur GARCH

La prise en compte du phénomène de mémoire longue dans la modélisation ARFIMA permet-elle d'obtenir des prévisions satisfaisantes à long terme ?

Afin de répondre à cette interrogation, la méthodologie adoptée pour effectuerles prévisions est présentée dans un premier temps. L'algorithme des innovations peut être appliqué à la fonction decovariance de X_t pour calculer le meilleur estimateur de X_{n+h}, notée

$\widetilde{X}_{n+h}$, en termes de $X1,\ldots,Xn$; h étant l'horizon de prévision. On suppose la causalité et l'inversibilité de X_t[***] on a :

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

$$\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

Où : $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j z^j = \Theta(z)\Phi^{-1}(z)(1-z)^{-d}$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j z^j = \Phi(z)\Theta^{-1}(z)(1-z)^{d} \qquad |z|<1$$

Le théorème de (Brokwellet Davis ,1991) peut être généralisé de sorte à inclure le processus $\Phi(B)\nabla^d X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$, donnant :

$$\widetilde{X}_{n+h} = -\sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \widetilde{X}_{n+h-j} = \sum_{j=h}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{n+h-j} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

$$et: \quad \widetilde{\sigma}_n^2(h) = E\left(X_{n+h} - \widetilde{X}_{n+h}\right)^2 = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

2.4.2 Comparaison des prévisions

Pour les séries pour lesquelles on décèle la présence d'une mémoire de long terme, on pourrait cependant s'attendre à ce que les prévisions soient améliorées avec une modélisation ARFIMA-GARCH par rapport à une modélisation de type marche aléatoire, justement parce qu'un paramètre *d* réel permet de mieux prendre en compte les phénomènes de mémoire. Les critères de sélection des « meilleures » prévisions retenus sont les suivants :

- La racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE)
- L'erreur absolue moyenne(MAE). (Lardic et Mignon, (1999)

[***] Un processus est causal si $\Phi(z) \neq 0 \quad pour \quad |z|<1$. Un processus est inversible si $\Theta(z) \neq 0 \quad pour \quad |z|<1$

Tableau n° *8 :* **Comparaison des qualités prévisionnelles des différentes modélisations**

30jours	RMSE	2.526	2.513	2.513	2.51	2.56
	MAE	0.674	0.671	0.671	0.671	0.68
60 jours	RMSE	2.562	2.542	2.526	2.542	2.58
	MAE	0.678	0.678	0.674	0.672	0.69
180 jours	RMSE	2.575	2.580	2.542	2.580	2.54
	MAE	0.689	0.696	0.678	0.696	0.68

Source : Eviews 9

Le tableau compare les qualités des prévisions issues des modèles ARFIMA-GARCH, des prévisions issues d'une simple marche au hasard, par le biais des critères RMSE et MAE. La différence entre la marche au hasard et la modélisation ARFIMA-GARCH n'est pas simplement une différence de valeur du paramètre d'intégration *d* (qui vaut 1 dans le cas de la marche aléatoire et est compris entre −1/2 et 1/2 . dans le cas d'un processus ARFIMA stationnaire et inversible) mais est essentiellement une différence de «conception ». On observe que, quel que soit l'horizon de prévision (1 mois, 2 mois, 3 mois et6 mois), la modélisation ARFIMA-GARCH fournit pour notre série des prévisions meilleures que la marche aléatoire.

Dès lors, les résultats supérieurs en termes de critères RMSE et MAE des prévisions issues de la modélisation ARFIMA-GARCH sur ceux issus de marche aléatoire paraissent relativement logiques.A moyen-long terme, on note une disparité des conclusions pour la série logarithmique du Dow Jones(LDJIA). Les prévisions ARFIMA-GARCH dépassent toujours celles de marche aléatoire.

CONCLUSION

Nous avons recherché la présence de mémoire longue dans la série desrentabilités de l'indice Dow Jones et, dans cette optique, nous avons proposé un modèle à mémoire longue appelé ARFIMA avec erreur GARCH. Nous avons mis en oeuvre la méthode du maximum de vraisemblance exact pour estimer cette classe de modèles en prenant en considération le phénomène de persistance de long terme auniveau de la variance conditionnelle.

On détecte par R/S la présence d'une mémoire longue, Un tel résultat pourrait expliquer pourquoi le test BDS conduit au rejet de l'hypothèse nulle de series indépendamment, identiquement distribuées. Et le modèle ARFIMA-GARCH montre une supériorité évidente pour des horizons longus. Plus précisément, les prévisions tirées du modèle à mémoire longue montrent une amelioration nette par rapport au modèle de marche aléatoire, et ce, à un horizon de six mois. En conséquence, l'efficience faible des marchés financiers semble violée pour la série des rentabilités du Dow Jones étudiée sur longue période.

Références bibliographiques

Akaike H., (1970). "Statistical Predictor Identification", *Annals of Institute of Statistical Mathematics*, 22, 203 217. Japen.

Baillie R., Chung C., and **Tieslau M.,**(1996)**.** "Analysing Inflation by the Fractionally Integrated ARFIMA-GARCH Model"**,** *Journal of Applied Econometrics*, vol. 11, issue 1, pp. 23-40.

Bollerslev T., (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Hetreoskedasticity". *J. Econometrics*, 31, pp. 307-327.

Booth, G., Kaen F., and **Koveos P.,** (1982**)** «R/S Analysis of Foreign Exchange Rates under Two International Monetary Regimes», *Journal of Monetary Economics*, pp. 407-415.

Brock W., Dechert W., and **Scheinkman J.,** (1987). "*A test for independence based on the correlation dimension". Discussion Paper 8702*, University of Wisconsin-Madison.

Brokwell P.J., and **Davis R.A.,** (1991). "*Time Series: Theory and Methods", SpringerVerlag*.

Dahlhaus R., (1989). «Efficient Parameter Estimation for Self-Similar Processes», *Annals of Statistics*, 17, n° 4, pp. 1749-1766.

Dickey D., and **Fuller W.,** (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root,". *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.

Feng Y., Beran Y., *and* ***Yu K.,*** (2007)."Modeling financial time series with SEMIFAR– GARCH model", *IMA Journal of Management Mathematic*, 18, 395-412.

Geweke J., and **Porter-Hudak S.,** (1983). «*The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*», *Journal of Time Series Analysis*, 4, n° 4, pp. 221-238.

Granger C., and **Joyeux R**., (1980). «*An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing*», *Journal of Time Series Analysis*, 1, n° 1, pp. 15-29.Oxford University.

Hosking J., (1981), *"Fractional differencing"*. *Biometrika*, volume 68, n° 1, 165–176. Oxford University.

LardicS., & **Mignon V.,** (1996**)**,"Les tests de mémoire longue appartiennent-ils au "camp du démon"**,** *Revue économique,* vol. 47, n°3. pp. 531-540;
http://www.persee.fr/doc/reco_0035-2764_1996_num_47_3_409789.
Document généré le 29/05/2016.Paris.

LardicS., & **Mignon V.**, (1999)."*Prévision ARFIMA des taux de change: les modélisateurs doivent-ils encore exhorter à la naïveté des prévision?"* Annales d'économie et de statistique, No 54. Université Paris X.

Lo A.W., (1991). «*Long-Term Memory in Stock Market Prices*», *Econometrica*, 59, pp. 1279-1313.

Mandelbrot-B and **Van Ness JW.,** (1968). «*Fractional Brownian motions, Fractional noises and application*».SIAM rev.10422-437 . MR0242239.New york.

Meese R., & **Rogoff K**., (1983). – « *Empirical Exchange Rate Models of The Seventies. Do They Fit Out of Sample ?* », *Journal of International Economics*, 14, pp. 3-24.

Newey W., & West K., (1987). «*A Simple Positive-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix* », *Econometrica*, 55 (3), p. 703-708.

Robinson P.M., (1995),«*Gaussian semiparametric estimation of long rangedependence* ». *The Annals of Statistics* 23, 1630-1661.Cambridge : Cambridgz University Press.

Sowell F., (1992a).«Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models»,*Journal of Econometrics*, 53, pp. 165-188. Mellon university, USA.

Weiss A., (1986). «*ARCH and Bilinear Time Series Models: Comparison and Combination»,Journal of Business and Economic Statistics*, 4, Cambridge university.

Chikhi M., Feissolle A., & Terraza M., (2012). «*Modélisation SEMIFARMA-HYGARCHde la persistance du cours du Dow Jones»document de recherche,* n°2012-06, *Montpellier*.

HurlinC., (2007) «Econométrie pour la Finance Modèles ARCH–GARCH**,** Applications à la VaR» *Documents et Supports*, Université d'Orléans, France.

Prenat M., (2011). «Séries chronologiques Volume 1: cours et exercices», Master Ingénierie Mathématiques, Université Paris Sud.

Schwarz G., (1978)."Estimating the dimension of a Model".T*he Annals of Statistics*, n° 2,461-464. Hebrew University. Israel.

ANNEXE

Annexe 1: **Exposant de Hurst sur la variation logarithmique de série Dow Jones(DLDJIA).**

```
. lomodrs d.ldjia

Lo Modified R/S test for D.ldjia

Critical values for H0: D.ldjia is not long-range dependent

90%: [ 0.861, 1.747 ]
95%: [ 0.809, 1.862 ]
99%: [ 0.721, 2.098 ]

Test statistic:    .0321  (0 lags via Andrews criterion)

. lomodrs d.ldjia, max(0)

Hurst-Mandelbrot Classical R/S test for D.ldjia

Critical values for H0: D.ldjia is not long-range dependent

90%: [ 0.861, 1.747 ]
95%: [ 0.809, 1.862 ]
99%: [ 0.721, 2.098 ]

Test statistic:    .0321
```

Source: Stata 14