

Dirassat & Abhath
The Arabic Journal of Human
and Social Sciences



مجلة دراسات وأبحاث
المجلة العربية في العلوم الإنسانية
والاجتماعية

EISSN: 2253-0363
ISSN : 1112-9751

دراسة تحليلية لبعض حلول المباريات المتعددة الأطراف

Analytical study of some n-person games solutions

ونوقي يحي¹، مصطفى بورقبة²، خاضر صالح³

¹جامعة زيان عاشور بالجلفة، ouanouki.yahia@gmail.com

²جامعة زيان عاشور بالجلفة، bouragbakouider@gmail.com

³جامعة زيان عاشور بالجلفة، s.khader@mail.univ-djelfa.dz

المؤلف المرسل : ونوقي يحي ouanouki.yahia :الإيميل: ouanouki.yahia@gmail.com

تاريخ القبول : 2021-05-30

تاريخ الاستلام: 2021-04-19

الملخص:

تهدف الدراسة إلى استعراض طرق حل المباريات متعددة الأطراف سواء كانت تعاونية (حيث يتم تشكيل تحالفات) أو غير تعاونية (بحيث لا يوجد تعاون بين كل أطراف اللعبة)، إذ نستعرض توازن ناش وقيم شابلي e كأحد حلول المباريات غير التعاونية والتعاونية على التوالي.

وقد توصلت الدراسة إلى أنّ توازن ناش هو حل مرضي لجميع أطراف اللعبة بحيث أنّ أي انحراف عن ناش يؤدي إلى تقليل عوائد اللاعبين ككل. وبالتالي فهو حل مرضي لجميع أطراف اللعبة. بينما إذا قرر اللاعبون التعاون، فإن ذلك لا يغيّر في النتيجة الإجمالية للمباراة، إلا أنّ عوائد اللاعبين تختلف باختلاف طبيعة التحالف حيث لا يرض أي لاعب التحالف إلا إذا كان هذا يزيد من عوائده. إلا أنّ قيم شابلي تعطي كل لاعب عائد بسبب مساهمته في عوائد اللعبة من خلال الدالة المميزة. وبالتالي هذا الحل أكثر عدالة من الحلول الأخرى.

كلمات مفتاحية: المباريات المتعددة الأطراف، المباريات التعاونية، المباريات الغير تعاونية، توازن ناش، قيم شابلي

Abstract:

This study aims at exploring the ways of solving n-person games, be it cooperative where coalitions are formed or non-cooperative where there is no cooperation among all the game players. We explore the Nash Equilibrium and the Shapley values as one of the non-cooperative and cooperative games respectively.

The study finds out that the Nash Equilibrium is a satisfying solution to all the game players so that any diversion from Nash Equilibrium leads to reducing the players' returns as a whole. That is why, it is a satisfying solution to them all. Whereas, if the players decide to cooperate, this will not lead to changing the overall result of the game. Yet the players' returns change according to the change of the coalition nature where coalition does not please any player only if this adds to his/her returns. Yet the Shapley values give each player a return according to his/her contribution in the games returns through the distinguished function compared with the other solutions.

Keywords: n-person games; cooperative games; non-cooperative games; Nash Equilibrium; Shapley value.

للإلمام بموضوع الدراسة وتحقيق أهدافها نعتمد على المنهج

الوصفي من خلال توضيح مختلف المفاهيم المتعلقة بالمباريات متعددة الأطراف والمنهج التحليلي الذي يساعدنا على تحليل مختلف الحلول التي يرضى بها لاعبو المباريات متعددة الأطراف.

1. مقدمة:

تعتبر نظرية الألعاب إحدى الوسائل الحديثة التي تستخدم لاتخاذ القرارات في الحالات التي تتميز بوجود الصراع بين الوحدات المتنافسة المستقلة سواء كانت أفراد أو تنظيمات... إلخ ، حيث لا يستطيع متخذ القرار أن يسيطر بشكل كامل على العوامل المؤثرة في النتائج التي يستطيع الحصول عليها من قراره، إن هدف هذه النظرية هو ترشيد الاختيار من بين البدائل المختلفة التي تفرزها هذه المواقف الصراعية ، وبكل حال فإنها تعالج كل صراعات المصالح كلعبة في الاستراتيجية.

2. مفهوم اللعبة ونظرية الألعاب

قبل التطرق إلى مفهوم نظرية الألعاب علينا أولاً التعرف على مفهوم اللعبة.

1.2 مفهوم اللعبة

قدمت عدة تعاريف للعبة نوجز أهمها في الآتي:

عرف جويل دي روسني مؤلف كتاب الميكروسكوب اللعبة على أنها نشاط يجري بين مسؤولين أو أكثر عن اتخاذ القرارات ، حيث يحاول كل منهم أن يحقق غرضه (أن يربح الجولة) أخذاً في الحسبان بعض الالتزامات والحدود التي تحددها اللعبة (قواعد اللعبة) فاللعبة هي نموذج لسيرورات وقواعد يقابلها في الواقع حوادث ومواقف وغايات.(حاجي نانف ، 2011)

أما همفري فقد عرف اللعبة على أنها فن (حيث هو سلوك حل المشكلات) بأنه ما يحدث في الخبرة عندما تواجه عضوية ما (بشراً ، مؤسسات....) مشكلة وتتعرف عليها وعلى حلها ، ويمكن القول بنشوء مشكلة كلما تعذر الوصول إلى هدف مرتجى بصورة فورية، وعليه فيمكن اتخاذ حل مشكلة ما كدليل على التفكير إذا ما بدا أن الحل ينطوي على تلاعب داخلي بعناصر الموقف أو توفير إشارات من الداخل ذات حضور غير إرادي .(حاجي نانف ، 2011)

كما يمكن تعريف اللعبة على أنها: موقف تنافسي بين N أشخاص أو مجموعات يطلق عليها (اللاعبين) ، و تجري تحت قواعد موضوعية مسبقاً بعائد معروف ، و تحدد تلك القواعد الأنشطة الأولية أو تحركات المباراة، و يسمح للاعبين بتحركات مختلفة، ولكن كل لاعب يعرف التحركات الممكنة للاعبين الآخرين.(برونسون، 2002)

وتعرف أيضاً على أنها "معضلة ما حيث N من الأشخاص أو المجموعات (اللاعبون) يشتركون بمجموعة من القواعد تصنع الظروف والأحداث التي تشكل بداية اللعبة ، وتنظم هذه القواعد الحركات القانونية الممكنة في كل مرحلة من اللعب، ومجموع الحركات أو الخطوات بمجملها يشكل ماهية اللعبة بالإضافة إلى النتيجة المرغوبة وهنا نفرض أن اللاعبون أشخاص راشدين يسعون إلى سعادتهم عبر اتخاذهم لسلسلة من

من خلال ما سبق نحاول الإجابة على التساؤل التالي:

ماهي العوائد العادلة للاعبين في المباريات متعددة الأطراف في حالة وجود تحالف أو انعدامه؟

يمكن تجزئة هذا التساؤل الرئيسي إلى التساؤلات التالية:

- ✓ ما هو الحل الأمثل في حالة عدم تحالف اللاعبين في المباريات متعددة الأطراف؟
- ✓ إذا كان هناك تحالف لاعبي المباريات متعددة الأطراف، فما هي الطريقة المناسبة لتوزيع العوائد بشكل عادل؟

الفرضيات:

- ✓ يعتبر توازن ناش الحل الأمثل للاعبين في مباريات متعددة الأطراف في حالة عدم وجود التحالف.
- ✓ تعتبر قيم شابلي الحل الأكثر عدالة للاعبين في مباريات متعددة الأطراف عند وجود التحالفات.

أهمية البحث:

يمكن إدراك أهمية البحث من خلال إيجاد طرق مناسبة لحل مباريات متعددة الأطراف في حالة وجود صراع أو تنافس أو حتى وجود تعاون.

أهداف البحث:

- ✓ الإلمام بمفهوم المباريات متعددة الأطراف.
- ✓ توضيح كيفية صياغة المباريات متعددة الأطراف.
- ✓ البحث عن الحلول لمباريات متعددة الأطراف سواء تعاونية أو غير تعاونية مع تحليل مضمون كل طريقة.

المنهج المستخدم:

القرارات ، وأن كل لاعب يسعى للتنبؤ بأفكار و حركات اللاعب الآخر." (حاجي نائف ، 2011)

من خلال ما سبق يمكن القول أن اللعبة ما هي إلا سلوك لحل المشكلات واتخاذ القرارات التفاعلية بين الأفراد أو المؤسسات أو الدولة... إلخ أو أي شيء آخر يمتلك إمكانية التفكير والتنبؤ بحركات الأطراف خلال اللعبة، تواجههم مواقف صراع وتنافس ، تحكمهم قواعد وأسس وقوانين محددة مقبولة لدى كل الأطراف ، بحيث يسعى كل طرف إلى الفوز بها.

2.2 مفهوم نظرية الألعاب

تعدد تعاريف نظرية الألعاب (تسمى أيضا نظرية المباريات) ، عرفت أول مرة في سنة 1944 م عندما نشر أوسكار مورجنسترن و جون فون نيومان كتابهما المعروف "نظرية المباريات و السلوك الاقتصادي " ثم وجدت هذه النظرية تطبيقا واسعا لها في الأمور المتعلقة بالاستراتيجية واتخاذ القرارات... إلخ ، وتركز هذه النظرية على التعامل مع المواقف التي تشتمل على صراعات مصالح و تنظر إليها كما لو كانت مباريات في الاستراتيجية ، وقد استطاع عدد من كبار المفكرين العسكريين و خبراء الاستراتيجية الدولية أن يطوروا أساليب إستخدام نظرية الألعاب التي يمكن الأخذ بها في ظروف الصراعات المختلفة ، ومن أمثلة هؤلاء المفكرين مورجنسن ، وجون ناش، وهنري كاهن، وتاماس شيلنج ، و هنري كسينجر، وبرنارد برودي ، و ألبرت فولستر، و كلاوس كنور، وروبرت اسجود ، ودنالد برينان وغيرهم من الباحثين المهتمين بتحليل و قياس السلوك في العلاقات التي يسودها التنافس و التعارض بنقل مفاهيمها الرياضية و تكيفها بما يتلاءم مع الظواهر في هذا النوع من العلاقات ، وفيما يلي نقدم بعض التعاريف لنظرية الألعاب نوجزها في الآتي: (العقابي ، 2010)

عرفها جون فون نيومان الذي ساهم في وضع هذه النظرية بأنها "مجموعة من العمليات الرياضية التي تهدف إلى إيجاد حل لموقف معين يحاول فيه الفرد جاهدا أن يضمن لنفسه حد أدنى من النجاح عن طريق أسلوبه في المعالجة رغم أن أفعاله و أسلوبه لا يستطيعان تحديد نتيجة الحدث بشكل كامل و إنما التأثير فيه." (VON NEUMANN,OSKAR, 1953)

أما كارل دويتش عرفها بأنها " ذلك المنهج المستند إلى وجود تشابه كبير بين بعض لعب المباريات الاعتيادية وبعض الحالات الاجتماعية المتكررة ، وحيثما يوجد تشابه فإنه من النافع تحليل المباريات في بادئ الأمر بدلا من الحالات الاجتماعية التي هي أقل تحديدا من المباريات."

و يقول ستيفن برامز Brams "إن نظرية المباريات مجموع القواعد التي تربط اللاعبين أو المتألفين بالمحصلات."

كما عرفها مارتن شويك بأنها " طريقة رياضية لدراسة بعض جوانب عملية اتخاذ القرار ولا سيما في المواقف التي تتغلب عليها صفة الصراع أو التعاون."

ويرى توماس تشيلينغ بأن هذه النظرية معنية بأوضاع يكون السلوك الأفضل لكل طرف معتمدا على قدرته على توقع ما سيفعله الطرف الآخر هذا يعني التمييز بين ألعاب الاستراتيجية و ألعاب الحظ.

وهناك من يرى أنها وسيلة توضع بواسطتها الاستراتيجية و تحلل و يتخذ هؤلاء اللاعبون اختيارات عقلانية بين الاستراتيجية لمحاوله تعظيم الأرباح أو تلبية تفضيلاتهم من اختيارات العوامل العقلانية.

و تعرف أيضا بأنها "دراسة للطرق في التفاعلات الاستراتيجية بين لاعبين عقلانيين ترتب عنها مخرجات بالنظر إلى تفضيلات أو منافع هؤلاء اللاعبين."

كما يمكن تعريفها على أنها " تحليلات رياضية لحالات تضارب أو توافق المصالح بين شخصين أو أكثر كما لو كانوا أطرافا في لعبة تنافسية أو تعاونية ، وتهدف إلى إيجاد أفضل الخيارات الممكنة لاتخاذ القرارات في ظل الظروف المعطاة التي تؤدي الى الحصول على النتيجة المرغوبة." (جواد الجواد ، سوادي، 2012)

من التعاريف السابقة يمكن استخلاص التعريف التالي:

نظرية الألعاب هي تحليل رياضي للخطط سواء في الألعاب التنافسية التي يسودها الصراع أو الغير تنافسية التي تبني على التعاون ، حيث تعبر عن قوانين الاستراتيجية المعتمدة ، فتدللنا على أفضل السبل التي ينبغي نهجها في تغير اللعب إذا أردنا ألا نهزم أمام خصم مراوغ ، وتشير علينا بما يلزم عمله لنخرج بأقل خسارة ممكنة من وضع سيء أو لنترفع أعظم ربح ممكن من وضع ملانم. هذا وإذا فرضنا أننا أمام منافسا يستخدم التفكير المنطقي وتحت تصرفه إمكانيات و موارد معلومة ، تجري تحت قواعد وقوانين محددة مقبولة لدى كل أطراف اللعبة.

مما سبق يمكن القول أن نظرية الألعاب تعد شكلا خاصا ونموذجا للاعب العاقل في نظريات القرار. (عنتر، 2008) حيث تستند إلى ثلاثة افتراضات مترابطة ، منها أن الفاعلين أو أن أطراف التفاعل هم فاعلون عاقلون ، بمعنى أن لهم غايات محددة يعرفونها، وهم يختارون الوسائل التي تمكنهم من بلوغ هذه الغايات و الافتراض الثاني هم أنهم عالمون بغايات الطرف أو الأطراف الأخرى ووسائلها في بلوغ هذه الغايات، ويقضي الافتراض الثالث بأن معرفة الأطراف لا تقتصر فقط على غايتهم

$$\pi_2(s_1^*, s_2^*) > \pi_2(s_1^*, s_2) \quad \forall s_2 \in S_2$$

ووسائل تحقيقها ، ولكنها تمتد أيضا إلى قواعد التفاعل فيما بينهم.
(جدعان، 2007)

تقسم نظرية الألعاب الصراعات بطبيعتها إلى فئتين: (مقلد، 1991)

2.3 عيوب توازن ناش

- قد يكون توازن ناش ليس حلا أمثلا في بعض الأحيان، و من الأمثلة التطبيقية لهذا النوع من المباريات معضلة السجينين ، هذه المباراة الشهيرة لـ"توكر" حيث تمثل مثال جيد وتتلخص في أنه أشبه في رجلين في كونهما اشتركا سويا في عملية سرقة لم يكن فيها أية شهود قام الضابط توكر بالقبض عليهما ووضع كل واحد منهم في زنزانة منفصلة عن الآخر ثم استجوبهما كل على حدة دون أن يستطيعا الاتفاق مسبقا على أجوبتهما على أسئلة المحققين وقد أوصى المحققين أن يخبروهم بالتالي :

✓ إذا اعترف كلاهما يحكم على كليهما بخمس سنوات سجن

✓ إذا لم يعترف أي منهما لا يمكن الحكم على أي منهما سوى بالسجن

سنة واحدة لحيازة أسلحة ممنوعة

✓ إذا اعترف واحد منهم وأنكر الآخر ولم يعترف يطلق سراح الذي يعترف ويحكم على الآخر بعشرين سنة سجن

إن ما يسبب معضلة السجينين هو غياب التواصل بينهما ولذلك تكمن المعضلة في الخيار العقلاني عن طريق النظر إلى الخيارات المتاحة لأحد أطراف اللعبة وهو خيانة الشريك والاعتراف لأنها تؤدي إلى أفضل مكسب وهي إطلاق السراح، فلو فكر كل سجين بخيار الاعتراف سوف يؤدي هذا إلى أسوأ النتائج وهي سجن كليهما خمس سنوات ، في حين أن الخيار اللاعقلاني وهو الإنكار لكليهما يؤدي إلى عاقبة أقل وهي سجنهما معا سنة واحدة ، إن اختيار استراتيجية عدم الاعتراف والتعاون بين السجينين هو عمل من أعمال الثقة فلو كان أحدهما يثق في الآخر ثقة كبيرة فهل هو يطمئن أن الآخر يثق فيه حتى ولو بدرجة أقل ، إن اللاعب في هذا النوع من المباريات لا يجب فقط أن يثق بالآخر بل أن يكون هو كذلك جديرا بالثقة من الآخر ، في هذا النوع من المباريات إذا استطاع الطرفان الاتفاق ووثق كل منهما في الآخر وقاوم إغراء خداع ثقة اللاعب الآخر لحققا نتائج أفضل،

3.3 فعالية باريتو Pareto Efficiency:

وتسمى أيضا أمثلية باريتو ، يعتبر مفهوم أساسي في نظرية المباريات ويرجع الفضل في ذلك إلى عالم الإقتصاد الإيطالي فيلفريدو باريتو ، حيث استخدم هذا المفهوم في دراساته، ويقال أن الوضع فعال بمقياس باريتو إذا كانت هناك أي وسيلة لإعادة لترتيب الأشياء بحيث لا يمكن جعل

✓ صراعات تنافسية Competitive: فيالنسبة للصراعات التي تكون مصالح أطرافها متعارضة أو غير قابلة للتوفيق (التنافسية) فإن الكسب الذي يحققه أحدهما يمثل في نفس الوقت وبنفس الدرجة خسارة الطرف الآخر..

✓ صراعات غير تنافسية Non-competitive: في هذه الحالة فإن مصالح أطرافها لا تكون متعارضة بنفس الصورة السابقة ، وإنما تتداخل إلى حد المساومة ، وتقديم التنازلات المتبادلة ، للوصول في النهاية إلى نقطة اتفاق وسط ، مما يساعد على التحول بعلاقات أطراف تلك المواقف من وضع الصراع إلى وضع التعاون .

3. مفهوم توازن ناش

يقصد به مزيج من استراتيجيات اللاعبين التي تكون أفضل رد لبعضهم البعض.(carmichael,2004)،وتصل المباراة إلى توازن ناش إن لم يستطع أي من اللاعبين تحسين عوائده بتغيير استراتيجيته التي يلعب بها بشكل منفرد في حين يحافظ بقية اللاعبين على نفس استراتيجياتهم.

ليس من الضروري أن نصل إلى توازن ناش عن طريق استراتيجية مطلقة فقط بل يمكن أن يتحقق باستراتيجيات مختلطة .

1.3 توازن ناش (استراتيجية مطلقة)

طبقا لهذا النوع من المباريات يكون أمام كل طرف في المباراة استراتيجية مثلى واحدة تحقق له توازن ناش من بين عدة استراتيجيات متاحة يلعب بها خلال زمن المباراة بغية تحقيق هدفه.

تعريف(13-2)(Webb,2007)

تعرف الاستراتيجية (s_1^*, s_2^*) على أنها توازن ناش إذا و فقط إذا كان:

$$\pi_1(s_1^*, s_2^*) \geq \pi_1(s_1, s_2^*) \quad \forall s_1 \in S_1$$

و

$$\pi_2(s_1^*, s_2^*) \geq \pi_2(s_1^*, s_2) \quad \forall s_2 \in S_2$$

و يكون هذا التوازن قويا إذا كان:

$$\pi_1(s_1^*, s_2^*) > \pi_1(s_1, s_2^*) \quad \forall s_1 \in S_1$$

و

✓ فعالية باريتو (يعترف ، ينكر) ليست هناك استراتيجية تعطي للاعب العمود عائد أعلى، لكنه أضرى بمنافسه لاعب الصف.

✓ سيطرة باريتو (ينكر ، ينكر) تعتبر حل أمثل اجتماعيا لأنها تعطي نتيجة أفضل من توازن ناش لكلا اللاعبين.

• دم وجود نقطة توازن

قد لا تحتوي المباراة على نقطة توازن باستراتيجية مطلقة لذا يجب البحث عنها بواسطة استراتيجية مختلطة

• عدد نقاط التوازن

5.3 توازن ناش (استراتيجية مختلطة)

عندما لا تصل المباراة إلى توازن ناش عن طريق استراتيجيات مطلقة فإن اللاعبين سوف يلجؤون إلى استخدام استراتيجياتهم المختلطة وذلك بتوزيع زمن المباراة بين استراتيجياتهم المطلقة حتى تصل المباراة إلى توازن ناش.

تعريف (2): (fudenberg, tirole, 1983)

تعرف الاستراتيجية المختلطة δ^* على أنها توازن ناش لكل لاعب i إذا و فقط كان

$$u_i(\delta^*_i, \delta^*_{-i}) \geq u_i(s_i, \delta^*_{-i}) \quad \forall s_i \in S_i$$

إن كل طرف في المباراة يسعى إلى تقسيم وقت المباراة الكلي بين كل استراتيجياته المختلفة بمعنى أن يلعب بكل استراتيجيات نسبة من الوقت المخصص للمباراة ، وبالتالي فكل طرف يسعى في هذه الحالة إلى تحديد الاستراتيجيات المثلى التي يلعب بها هذه المباراة ، بالإضافة إلى قيمتها ونسبة الوقت الذي يحتاجه إلى لعب كل منها.

تعريف (3): (fudenberg, tirole, 1983)

المباراة ذات الاستراتيجية المختلطة $G = \langle I, \Delta(S_i), u_i \rangle$ إمتداد للمباراة الإستراتيجية $G = \langle I, S_i, u_i \rangle$ ، حيث $\Delta(S_i)$ مجموعة التوزيعات الاحتمالية لـ S_i و

$$\delta \in \times_{j \in I} \Delta(S_j) \text{ ، بوضع } u_i: \times_{j \in I} \Delta(S_j) \rightarrow \mathbb{R}$$

، فإن

شخص واحد على الأقل أفضل حالا من دون جعل آخر في وضع أسوأ (benmamar, krief, 2014)

إن أحد ميزات توازن ناش في الحالة العامة، أننا قد لا نحصل على نتيجة مثلى اجتماعيا في مباراة معينة ، لهذا فمن الممكن لجميع اللاعبين تحسين عوائدهم (تقليل خسائهم) من خلال الموافقة جماعيا على اختيار استراتيجية غير توازن ناش ، و السبب في ذلك أنه إذا انحرف بعض اللاعبين عما اتفق عليه عن طريق التعاون بهدف تحسين عوائدهم، فإن هذا يؤدي إلى الإضرار بالآخرين. فالتوازن الأمثل لباريتو يصف الحل الأمثل اجتماعيا بمعنى أن أي لاعب يمكن أن يحسن عوائده (يقلل خسائره) فرديا دون الإضرار بمنافسيه، بحيث لا يوجد حل آخر يعطي كل لاعب في المباراة عائد أعلى (خسارة أقل).

تعريف (1): (carmichael, 2004)

تعتبر نتيجة مباراة فعالة بمقياس باريتو إذا كان ليس بالإمكان تحسين عائد لاعب بدون تقليل عائد منافسيه

4.3 سيطرة باريتو Pareto Domination:

نتيجة 1 مباراة تسيطر سيطرة باريتو أو متفوقة بمعنى باريتو على نتيجة 2 إذا كانت العائدات للاعب أعلى ولا أي منها أقل في النتيجة 1. (عبد الرحمن بري ، 2002)

الاستراتيجية S مهيمنة سيطرة باريتو على الإستراتيجية S^* إذا كان لا يوجد لاعب يحصل على عائد S أسوأ من S^* بحيث: (benmamar, krief, 2014)

$$u_i(S) \geq u_i(S^*) \quad \text{لكل } i$$

و أحد اللاعبين على الأقل يحصل على عائد S أفضل من S^*

$$u_i(S) > u_i(S^*) \quad \text{لأقل واحد } i$$

✓ توازن ناش (يعترف ، يعترف)

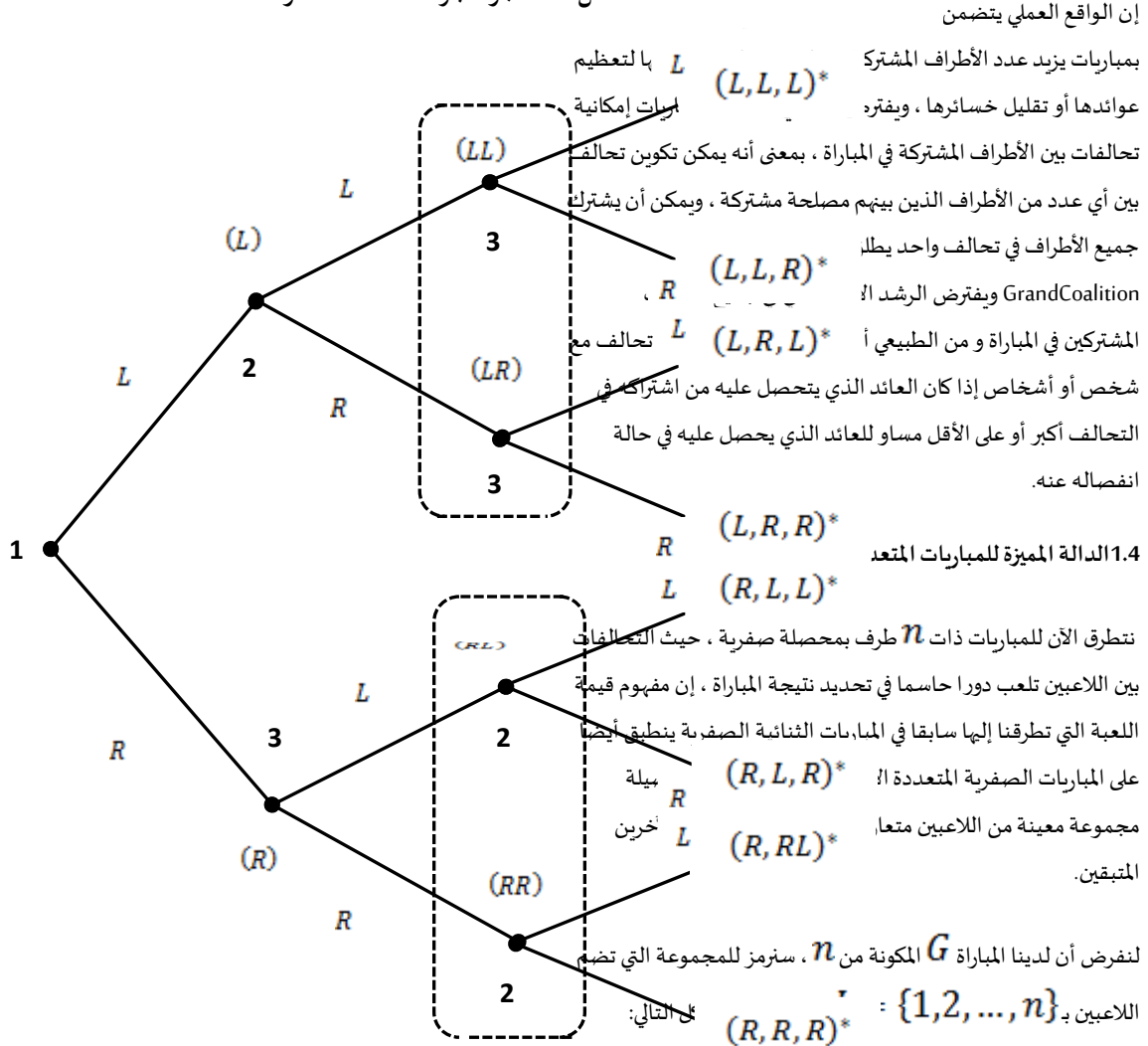
✓ فعالية باريتو (ينكر ، يعترف) ليست هناك استراتيجية تعطي للاعب الصف عائد أعلى، لكنه أضرى بمنافسه لاعب العمود.

القيمة المتوقعة u_i عند سحب $S (S = \times_i S_i)$ و الناجمة عن δ تكتب بالعلاقة التالية:

$$u_i(\delta) = \sum_{s \in S} \left(\prod_{j=1}^I \delta_j(s_j) \right) u_i(s)$$

4. المباريات المتعددة الأطراف n-person game

الشكل 1: شجرة مباراة ذات ثلاثة أطراف



Source: Anatol Rapoport, N-Person Game Theory Concepts and Applications, The University of Michigan Press, United States of America, 1970, p. 5.

النتيجة الكلية من المباراة (حصيلته وما يرتبط بها من نتائج)، والسؤال لا

$$\max_{X_N} \max_{X_1} \dots \max_{X_{i-1}} \max_{X_i} F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

يمكن تبسيط العلاقة السابقة كما يلي:

$$\max_{j=1}^N \max_{X_j} \max_{j=1}^{i-1} \max_{X_n} F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

حيث تعرف N كعامل غير تبادلي لـ $\max$ و C عامل تبديلي ، أدخل هذين التعريفين للحفاظ على التعبير الرياضي موجزا و واضحا قدر الإمكان.

نظرية (Konnov, The Luc, Rubinov, 2007) (1)

لتكن

$$G_N = \langle \{1, 2, \dots, n\}, \{A_i\}_{i \in N}, \{F_i\}_{i \in N} \rangle$$

مباراة تنافسية تماما.

(a) X_i^* تمثل الاستراتيجية (a) نقول تعظم للاعب i عانده.

(b) في هذه الحالة (a) نقول أن $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_N^*)$ تمثل

نقطة توازن ناش للمباراة G_N .

البرهان

لنثبت الحركات.. لتكن $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_N^*)$ تمثل توازن

للمباراة G_N ، سداً اللاعب 1 حركته ثم يليه بقية اللاعبين بشكل

$$\begin{array}{c} \text{لاعب } N \\ \leftarrow \\ \text{لاعب } 2 \\ \leftarrow \\ \text{لاعب } 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{عندما يختار} \\ \text{لاعب } i \\ \text{فإنه يختار} \\ \text{الاستراتيجية } F_i(x) \end{array}$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ على التوالي.

تعريف (Basar, Olsder, 1999) (4)

$$\max_{X_N} F^*(X_1^*, X_2^*, \dots, X_{N-1}^*, X_N) \geq$$

.

.

$$\max_{X_2} \max_{X_3} \dots \max_{X_n} F^*(X_1^*, X_2, \dots, X_N) \geq \max_{X_2} \max_{X_3} \dots \max_{X_n} F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

$$\max_{X_2} \max_{X_3} \dots \max_{X_n} F^*(X_1^*, X_2, \dots, X_N) \geq$$

$$\max_{X_1} \max_{X_2} \max_{X_3} \dots \max_{X_n} F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

يعتمد فقط على كيفية اختيار اللاعب ولكن أيضا على ما يختاره

الأخرون أو كيف سيكون الاختيار ، على سبيل المثال لو كان يختار اللاعب

الأول L فقد تكون النتيجة التي يتحصل عليها إما (L, L, L) أو

(L, L, R) أو (R, L, R) أو (L, R, R) ، بالاعتماد على

كيفية إختيار اللاعب الثاني و اللاعب الثالث ، إذا إختار اللاعب الثاني

L بعدما يختار اللاعب الأول R قد تكون النتيجة (R, L, L) أو

(R, L, R) بالاعتماد على كيفية إختيار اللاعب الثالث ، بفرض

العقلانية الفردية لكل لاعب .

✓ كل لاعب يرتب تفضيلاته حسب حجم النتائج التي له بشكل مستقل

و التي عليه ، في الواقع إن عائدات اللاعبين الآخرين تعتبر نتائج ليست في

صالحه لهذا فإن حدود معرفته عن تفضيلات الآخرين تساعد على توقع

بعض الخيارات .

✓ كل لاعب يفترض أن الآخرين يمتلكون العقلانية الفردية مثله.

يمكن تعريف المباراة المتعددة الأطراف ذات الحصلة غير الصفيرية في

صيغتها العادية (الطبيعية) كما يلي (Konnov, The

Luc, Rubinov, 2007

لتكن لدينا المباراة التالية:

$$G_N = \langle N, \{X_i\}_{i \in N}, \{F_i\}_{i \in N} \rangle$$

✓ $N = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعة محدودة من اللاعبين.

• لكل $i \in N$ فضاء الاستراتيجيات المطلقة X_i للاعب i .

• لكل $i \in N$

$$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in \prod_{i \in N} X_i$$

$$F_i(x)$$

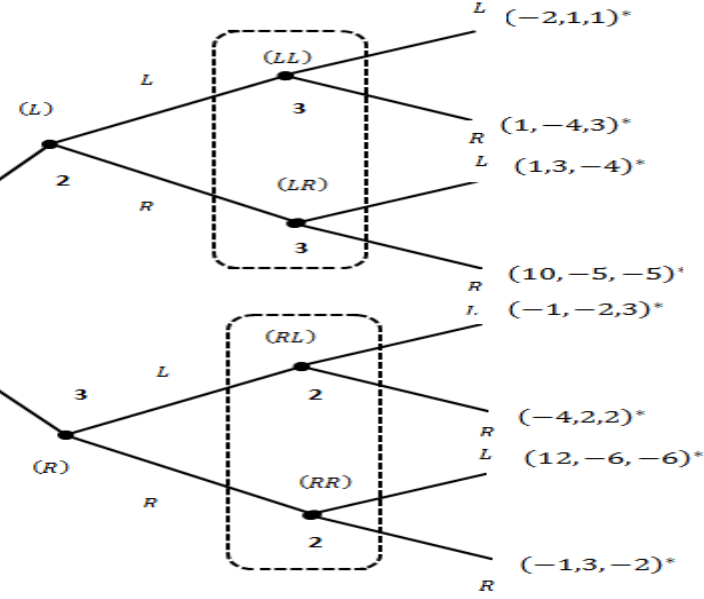
عندما يختار

$x_1, x_2, \dots, x_n$ على التوالي.

الاستراتيجية x_1^* تعرف على أنها تمثل أقصى عائد للاعب 1 إذا كان:

الاستراتيجية التي تعظم مشكلة عائد اللاعب

و بالتالي:



$$, X^*_2, \dots, X^*_N) \geq \max_{i=1}^N F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

بتعبير عام $N!$ تمثل تسلسل ممكن الحركات .

$$, X^*_2, \dots, X^*_N) \geq \max_{i=1}^N F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

لأن $2 < N < \infty$ و $i \neq j$ عندما يكون $t_i, t_j < 0$

أي تغير إيجابي في نتيجة لاعب يؤدي إلى تغير سلبي لجميع اللاعبين الآخرين).

$$, X^*_2, \dots, X^*_N) \geq \max_{i=1}^N F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

دعونا نفحص المباراة من وجهة نظر اللاعب الأول ، يمتلك هذا اللاعب خيارين L و R ، وبالتالي المباراة لا تعتمد على اختياره فقط

يجب أن ننظر إلى خيارات اللاعبين الآخرين التي تحقق مصالحهم إذا ما إخطار اللاعب الأول الخيار L ، اللاعب الثاني لا بد له أن يختار بين نقطة التفرع (LL) أو (RL) في الحالة الأولى من المؤكد ان يتحصل اللاعب الثاني على 4 - (لأن اللاعب الثالث سيختار R) و بالتالي اللاعب الثاني سيضطر لإختار L ، لأن هذا الأخير سيخفض أضراره عند نقطة التفرع L ، إلا أن اللاعب سيفضل اختيار R وبالتالي نتيجة المباراة ستكون (LRL) التي تعطي اللاعب الأول عائد قدره 1، و بإتباع نفس المنطق لبدل الآخر سيخلص اللاعب الول انه في حالة إتباع هذا البديل سوف تكون نتيجة المباراة (RRR) التي تمنحه عائد قدره 1- ، و بناء على ذلك سوف يقوم هذا اللاعب بإختيار L ، رأينا أن إختيارات اللاعبين ستحقق النتيجة (LRL) و ستكون هذه النتيجة حتمية إذا لعبت هذه المباراة "كل رجل لنفسه".

من المفيد الوصول إل هذه النتيجة من خلال دراسة مباراة في صيغتها الطبيعية للقيام بذلك علينا سرد الاستراتيجيات المتاحة لكل من اللاعبين الثلاثة، اللاعب الأول يملك خيارين L و R ، اللاعب الثاني يملك أربعة خيارات لأن إثنين من الخيارات مرتبطة بشكل مستقل مع كل واحدة من خيارات اللاعب الأول كمايلي:

$[LL]; [LR]; [RL]; [RR]$

و هذا يؤدي إلى أن X_i^* تمثل الإستراتيجية التي تعظم للاعب i عانده، لإثبات (b) نضع:

$$v = \max_{i=1}^N F^*(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

$$v^* \geq F^*(X_1, X_2, \dots, X_i^*, \dots, X_N)$$

و بالتالي لأي لدينا:

$$v^* = F^*(X_1^*, X_2^*, \dots, X_N^*)$$

و من ثم v^* تمثل توازن ناش للمباراة G_N

لفهم أكثر لهذا النوع من المباريات نأخذ المباراة الصفرية الممثلة بشجرة كمايلي: (Rapoport, 1970)

الثالث ل $[R, L]$ هو $[R]$ فإن نتيجة المباراة هي $[R, L, R]$ المقابلة لفئة العوائد $(-4, 2, 2)$.

اللاعب الثالث لديه ستة عشر استراتيجية لأنه أيضا خيارات هذا اللاعب مرتبطة بشكل مستقل مع كل واحدة من خيارات اللاعب الثاني كما يلي:

اللاعب الأول لديه استراتيجيتين فقط و تمثل كل منها بعد مصفوفة المباراتين أي مصفوفتين جنباً إلى جنب بدلاً من واحدة ، تمثل المصفوفة الأولى استراتيجيات اللاعب الثاني و الثالث عندما يختار الأول $[L]$ ،

والثانية عندما يختار $[R]$ ، دعونا نبحث عن نقطة التوازن (النقطة السرجية) في المصفوفة ثلاثية الأبعاد ، لكن أولاً علينا التخلص من الإستراتيجيات المهيمن عليها التي يفضل عليها اللاعبون استراتيجيات أخرى ، على سبيل المثال استراتيجية اللاعب الثالث $[R, L, L, R]$ تهيمن

لتمثيل لعبة من ثلاثة أشخاص في شكل طبيعي نحن بحاجة إلى مصفوفة بثلاثة أبعاد مع استراتيجيات كل لاعب على طول كل بعد في حالتنا هذه لدينا $2 \times 4 \times 16$ وبالتالي تصبح المصفوفة بالشكل الآتي:

على الإستراتيجية $[R, R, L]$ حيث يتحصل اللاعب على عائد أكبر بغض النظر عن إستراتيجيات الأول والثاني، يمتثل ذلك من خلال مقارنة عوائد اللاعب الثالث (ثلاثة أرقام تتضاعف ثلاثة مرات) في كل الصفوف المقابلة في كل أمي المصفوفتين السابقتين (4-4) الإستراتيجية المهيمن عليها يجب القضاء عليها بطريقة مماثلة لفصل على كل إستراتيجيات اللاعب الثالث المهيمن عليها وهي كالآتي:

$[R]$
 $[LL] \quad [LR] \quad [RL] \quad [RR]$

$[L, L, L, L]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6
$[L, L, L, R]$	-1, -2, 3	-1, 3, -2	-1, -2, 3	-1, 3, -2
$[L, L, R, L]$	-4, 2, 2	12, -6, -6	-4, 2, 2	12, -6, -6
$[L, L, R, R]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6
$[R, L, L, L]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6
$[R, L, L, R]$	-4, 2, 2	-1, 3, -2	-4, 2, 2	-1, 3, -2
$[R, L, R, L]$	-1, -2, 3	-1, 3, -2	-1, -2, 3	-1, 3, -2
$[R, L, R, R]$	-4, 2, 2	12, -6, -6	-4, 2, 2	12, -6, -6
$[R, R, L, L]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6
$[R, R, R, L]$	-4, 2, 2	12, -6, -6	-4, 2, 2	12, -6, -6
$[R, R, L, R]$	-1, -2, 3	-1, 3, -2	-1, -2, 3	-1, 3, -2
$[R, R, R, R]$	-4, 2, 2	-1, 3, -2	-4, 2, 2	-1, 3, -2

$[R]$
 $[LL] \quad [LR] \quad [RL] \quad [RR]$

4	$[L, L, L, L]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6	5
4	$[L, L, L, R]$	-1, -2, 3	-1, 3, -2	-1, -2, 3	-1, 3, -2	5
4	$[L, L, R, L]$	-4, 2, 2	12, -6, -6	-4, 2, 2	12, -6, -6	5
-5	$[L, R, L, L]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6	5
4	$[R, L, L, L]$	-1, -2, 3	12, -6, -6	-1, -2, 3	12, -6, -6	5
4	$[R, L, L, R]$	-1, -2, 3	-1, 3, -2	-1, -2, 3	-1, 3, -2	5
-5	$[L, R, R, L]$	-4, 2, 2	12, -6, -6	-4, 2, 2	12, -6, -6	5
4	$[R, L, R, L]$	-4, 2, 2	12, -6, -6	-4, 2, 2	12, -6, -6	5
4	$[R, L, R, R]$	-4, 2, 2	-1, 3, -2	-4, 2, 2	-1, 3, -2	5

المصفوفة من الجهة اليسرى تعبر عن إخطار اللاعب الأول

الاستراتيجية $[L]$ ، أما الجبى اليمى من المصفوفة فتعني اختياره

للإستراتيجية $[R]$ ، أما أعمدة المصفوفة فتمثل الإستراتيجيات الأربعة

لللاعب الثاني، بينما الصفوف تمثل الإستراتيجيات الستة عشر للاعب

الثالث، على سبيل المثال نفرض أن اللاعب الأول يختار $[R]$ ، واللاعب

الثاني $[R, L]$ ، و اللاعب الثالث $[L, R, R, L]$ ، بمعنى أن

إستجابة اللاعب الثاني لإختار الأول $[R]$ هو $[L]$ ، وإستجابة اللاعب

بعد القضاء على كل الاستراتيجيات المهيمن عليها للطرف في المباراة نقوم بدراسة كافة الاستراتيجيات المتبقية لنرى ما إن كانت تمثل نقطة توازن للمباراة أم لا وبالتالي يستطيع اللاعبون الحصول على عائد أكبر من خلال إجراء التباديل ، على سبيل المثال عند النظر للجزء العلوي للمصفوفة اليسرى نلاحظ أن هذا الجزء لا يمثل توازن ، لأن اللاعب الأول يمكنه الحصول على 1 بدلاً من 2- بالتحويل إلى $[R]$ عند تقاطع

المباراة فئة العوائد $(-2,1,1)$ ، هذه النقطة ليست سرجية ، مما سبق يتضح أنه لا توجد طريقة لوصف سياسة أو إستراتيجية (تحتوي على توازن) لكل لاعب إذا حاولوا إختيارها و النتيجة أن التوازن عن طريق العقلانية الفردية تصبح متناقضة.

لاستعادة على الأقل مفهوم العقلانية في المباريات ذات المجموع الثابت ، يمكننا السماح للاعبين بتشكيل تحالفات ، و بالتالي السماح لهم بتنسيق استراتيجياتهم مع بعضهم البعض لتعظيم العائد المشترك.

إذا كانت مجموعة من اللاعبين n شكلت تحالفا و بقية اللاعبين شكلوا تحالفا مضادا تصبح المباراة ثنائية ذات حصيلة ثابتة و يصبح مفهوم العقلانية هي تصرف التحالف كوحدة واحدة (لاعب) .

دعونا نعود لمباراة السابقة ذات المعلومات الكاملة لنرى ما ستكون عليه النتيجة إذا قرر اللاعبون الدخول في تحالفات مختلفة ، لنفرض أولا أن اللاعبين الثاني والثالث قررا الدخول في تحالف بغية تحقيق أكبر عائد مشترك ممكن ، إذا إخطار اللاعب الأول $[L]$ ، اللاعب الثاني والثالث يمكنهم عن طريق التنسيق اختياراتهم الحصول على $[L, L, L]$

التي تمنحهم عائد مشترك قدره 2 بينما يتحصل اللاعب الأول على -2 ، من ناحية $[L]$ يمكن للاعبين الثاني

عائد مشترك	
$[L]$	$[R]$
$[L]$	$(-2,1,1)$
$[R]$	$(1,3,-4)$

ضد قيمة المباراة 2 ، -2 على التوالي.

لنفرض أن اللاعبين الأول والثالث قررا الدخول في تحالف ضد اللاعب الثاني ، يجب عليهم الأخذ بعين الاعتبار على ما إن كان هذا اللاعب سوف يقوم برد على كل من خيارات اللاعب الأول ، إذا إخطار اللاعب الأول $[L]$ ، اللاعب الثاني يختار $[L]$ لأنه لو إختار $[R]$ يفقد 5 بدل 4 و بالتالي إذا إختار اللاعب الأول $[L]$ التحالف $(\overline{31})$ يتحصل على 4 ، من ناحية أخرى إذا إخطار اللاعب الأول $[R]$ سيجبر اللاعب الثاني على إختيار $[L]$ (يتجنب فقدان 6) فإن التحالف $(\overline{31})$ يتحصل على 2 فقط لذلك على التحالف أن يبدأ المباراى بإختيار $[L]$ من قبل اللاعب الأول و بهذه الطريقة سوف يكون الإئتلاف متأكد من الحصول على 4 ، وتصبح قيمة المباراة 4 لـ $(\overline{31})$ و -4 لـ $(\overline{2})$.

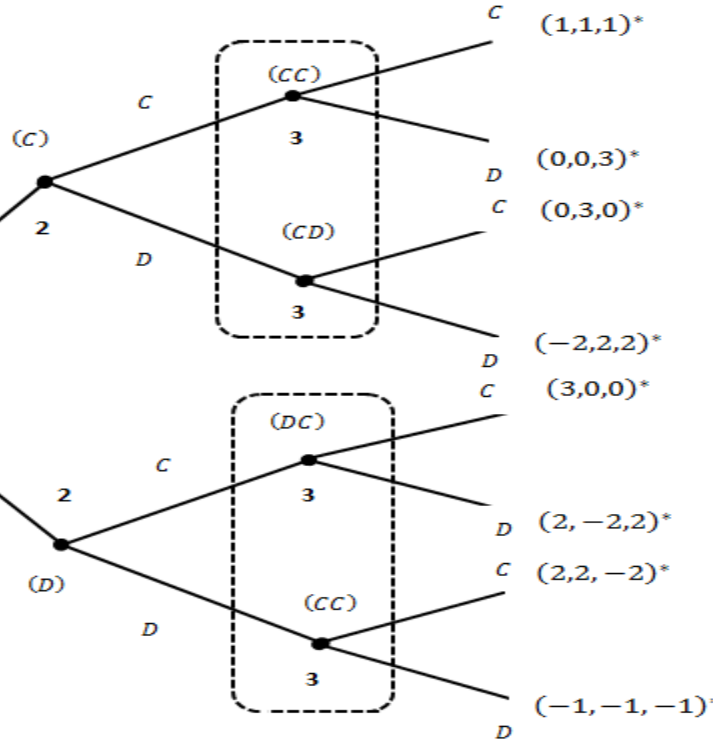
$[L, L]$ مع $[R]$ ، و $[L, L, L, R]$ لا تمثل نقطة توازن لأن اللاعب الثاني يمكنه الحصول على 3 بدل 2- من خلال التحول إلى $[L, R]$ ، لهذا يجب القضاء أيضا على كل العوائد التي لا تمثل نقاط توازن ، و بالتالي تبقى لنا نقطة وحيدة في هذا الجزء من المصفوفة التي تكون فيها فئة العوائد $(1,3,-4)$.

حتى الآن الوضع مشابه تماما مع المباريات الثنائية ذات الحصيلة الصفيرية في حالة وجود نقطة سرجية التي تكون أفضل خيار بالنسبة للطرفين و يمكن تحقيقها.

نظرية المباريات المتعددة الأطراف تختلف من الناحية النظرية عن المباريات الثنائية من حيث أهمية احترام هذا المبدأ (النقطة السرجية) فالاستراتيجيات التي تحتوي على نقطة سرج لا تضمن إختيارها من قبل جميع اللاعبين ، لرؤية هذا دعونا نغير قواعد اللعبة ، اللاعبون يملكون خيارين $[L]$ أو $[R]$ ، وكل لاعب يجهل كيف يمكن للآخرين أن يختاروا أو بعبارة أخرى ماهي الطريقة التي تحدد اختياراتهم في أن واحد ، في هذه النوع من المباريات سيتم تخفيض عدد الاستراتيجيات المتاحة للاعبين الثاني و الثالث لأن في غياب المعلومات حول كيفية اختيار اللاعب الاول ، اللاعب الثالث ، و الثالث لس ، لدمم استراتيجيات مشروطة تحت تصرفهم ، $[R]$ ففى الشكل التالي:

	$[L]$	$[R]$
$[L]$	$(-1,-2,3)^*$	$(12,-6,-6)$
$[R]$	$(-4,2,2)$	$(-1,3,-2)$

ميزنا النقاط السرجية لهذه المباراة بعلامة نجمة كما هو موضح في المصفوفة أعلاه ، فختار الاستراتيجيات التي تحتوي على نقاط سرجية يجب على اللاعب الثاني اختيار $[L]$ و لكن اللاعبين الأول و الثالث قد يختاروا إستراتيجيات أخرى لأن كلا المصفوفتين تحتوي على نقطة سرجية ، لنفرض أن جميع اللاعبين إختاروا $[L]$ ، تصبح نتيجة هذه



إن هذه المباراة ذات المعلومات الكاملة تحتوي على نقطة سرجية وحيدة هي $[D, D, D]$ دعونا نرى إذا ما سمح بالتحالف ما هي النتائج التي يمكن أن نتوصل إليها .

ننظر أولا في تحالف اللاعب الثاني مع الثالث ضد اللاعب الأول ، فإذا إخطار هذا اللاعب $[C]$ يمكن للاعبين الثاني والثالث اختيار النتيجة $[C, D, D]$ للحصول على عائد مشترك قدره 4 حيث اللاعب الأول يتحصل على 2- ، إذا إختار اللاعب الأول $[D]$ يمكن للاعبين الثاني والثالث الحصول معا على 0 حيث اللاعب الأول يتحصل على 2 أو أقل من 2 إذا كان التحالف (32) عقلاني.

في حالة تحالف اللاعب الأول مع الثالث ضد اللاعب الثاني ، يمكن لهذا الأخير الحصول على عائد على الأقل 2 إذا إخطار اللاعب الأول $[C]$ و إختار الثاني $[D]$ أما إذا إختار اللاعب الأول $[D]$ فمن المؤكد أن اللاعب الثاني سيتحصل على 2 إذا إختار $[D]$ ، إذن اللاعب الأول والثالث يمثلون تحالف و لهذا اللاعب الثالث لا يختار $[D]$ (لأنهما سيحصلان معا على 2-) لذلك يختار $[C]$ وفي هذه الحالة سيتحصل التحالف على 0 و اللاعب الثاني على 2.

إذا كونا اللاعب الأول مع الثاني تحالفا فإننا نتوقع حصولهم على عائد مشترك قدره 0 لأنهم يملكون الحالات التالية الممثلة بنقاط الفروع

أخيرا نفرض أن اللاعب الأول و الثاني شكلا تحالف لتنسيق خياراتهم ، بإمكانهم الاختيار بين أي من نقاط الفروع التالية: $[L, L]$ ، $[R, R]$ ، $[R, L]$ ، $[L, R]$ ، إن أفضل نقطة تفرع هي $[L, R]$ لأنهم سيحصلون على الأقل على عائد مشترك قدره 4 ، في حيث يتحصل اللاعب الثالث على 4-

باختصار عندما يلعب اللاعب الأول ضد تحالف الثاني مع الثالث يتحصل على 2- ، أما إذا لعب الثاني ضد تحالف الأول مع الثالث يتحصل اللاعب الثاني على 4- ، في حالة لعب اللاعب الثالث ضد تحالف الأول مع الثاني يتحصل اللاعب الثالث على 4- ، أما بالنسبة للتحالف الذي يضم جميع اللاعبين فإنهم متأكدون من الحصول على عائد مشترك يقدر بـ 0.

مما سبق يمكن القول أن المباريات المتعددة الأطراف التعاونية ذات المحصلة الثابتة يجب توفر على الخصائص التالية:

✓ قيمة الائتلاف الكبير في المباراة (الائتلاف الذي يضم كل اللاعبين) يساوي صفر (عدد ثابت) لأن مهما كانت نتيجة المباراة مجموع العائدات يساوي صفر (عدد ثابت).

✓ قيمة المجموعة الفرعية الخالية تساوي صفر لأنها ليست ملزمة للاعبين و بالتالي لا تقتطع من عوائدهم.

✓ إذا كانت S مجموعة جزئية و $-S$ مجموعة فرعية مكملة فإن القيمة العددية للعبة للمجموعة الأولى تساوي نفس القيمة للمجموعة الثانية ولكن بإشارة سالبة .

✓ قيمة المباراة لاتحاد مجموعتين فرعيتين تساوي أو أكبر بقدر قيم المجموعات على حد ، وذلك لأن اللاعبين إذا انضموا إلى تحالف معين بغية تنسيق استراتيجياتهم يمكنهم الحصول على القل على عوائدهم بشكل منفرد ، وانضمامهم إلى تحالف مضاد هدفه تعظيم عوائدهم. "دعونا الآن نفحص مباراة متعددة الأطراف بمجموع متغير (غير ثابت) . ولنسميها معضلة السجناء ، تتكون هذه المباراة من ثلاثة سجناء كل منهم

لديه خياران إما التعاون C أو الإنشقاق D إذا كان الكل يتعاون يتحصل كل منهم على وحدة واحدة ، فإذا إنشق واحد منهم يتحصل على 3 شريطة أن يتعاون الإثنين الباقون ، أما إذا إنشق إثنان فيتحصل كل منهم على 2 بينما اللاعب الآخر يتكبد خسارة قدرها 2- ، في حالة إنشق كل اللاعبين يتحصل كل واحد منهم على عائد قدره 1- ، والشكل التالي يوضح مختلف قرارات اللاعبين والعوائد المرتبطة بها .

$$v(S) = cv(S) = c \left[v(S) + \sum_{i \in S} a_i \right] \frac{v(S) + \sum_{i \in S} a_i}{v(N) + \sum_{i=1}^n a_i}$$

لأي $v(\bar{i})$ سالبة فإن:

$$v(S) \geq v(T) \text{ فإن } T \subseteq S \text{ إذا كان:}$$

$$v(N) \geq v(S) \text{ فإن } S \subseteq N \text{ بصفة خاصة لكل}$$

و بالتالي يمكن بعد تعديل صيغة المباراة يمكن كتابة دالة المباراة الجديدة الأساسية كما يلي:

$$v(\bar{i}) = 0, i = 1, \dots, n$$

$$v(N) = 1$$

$$0 \leq v(S) \leq 1, S \subseteq N \text{ لكل}$$

2.4 التخصيصات: (عبد الواحد نائب ، عبد المنعم باقية ، 2001)

لتكن $v_1, v_2, \dots, v_n$ قيم اللعبة للاعبين المشتركين في لعبة ذات شخص ومجموع صفر ، عندما يلعب لاعب وحيدا ضد تحالف اللاعبين الآخرين فإننا نسي $[x_1, x_2, \dots, x_i]$ تخصيصا ما إذا تحقق الشرطان التاليان:

$$x_i \geq v_i; i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 0$$

3.4 التحالف

لنفترض أن لإحدى المباريات عدد N من الأطراف و أن منهم S ك كونوا تحالفا ، يسمى هذه المجموعة من الأشخاص "بالداخليين"، و يكون الباقي $N - S$ تحالفا مضادا نسي أعضائه "بالخارجيين" يتفق تحالف الداخليين مع المنطق البديهي ، خاصة إذا ضمن هذا التحالف لأعضائه عاندا كليا أكبر من مجموع عائدات كل من الأطراف إذا تمت مشاركتهم منفردين ، جدير بالذكر أن تكوين ائتلاف مضاد من بقية الأطراف سوف لا يؤثر في عائدات ائتلاف الأول و يستطيع أعضاء ائتلاف الخارجيين المشاركة باستراتيجيات فردية أو التنسيق بين استراتيجياتهم من أجل المصلحة العامة فعند تكوين ائتلاف داخليين قد

التالية: $[D, D], [D, C], [C, D], [C, C]$ في كل حالة فإن إختيار اللاعب الثالث الذي يعظم عائدته يمنح للتحالف عائد مشترك قدره 0، أما بالنسبة للإئتلاف المكون من كل اللاعبين يتحصل على عائد قدره 3.

إن مثل هذه المباريات لا تتميز بخاصية قابلية التجميع بشكل ممتاز) سوف نتطرق لهذه الخاصية في المطلب اللاحق) لأنها شرط أساسي لحل مثل هذه المباريات و لتجب ذلك نقوم بتحويل المباراة من مجموع متغير إلى مجموع ثابت وذلك بإضافة لاعب وهي $n + 1$ لا يشارك في المباراة ، بمعنى لا يختار إستراتيجيات و لا يتحصل على عوائد و في كل نتائج المباراة يتحصل على عدد مساوي و معاكس في الإشارة لمجموع عوائد كل اللاعبين حتى نتحصل في الأخير على مباراة ذات حصيلة صفرية قابلة للتجميع بشكل ممتاز ، يجب أن تستوفي الدلة المميزة للمباراة على شرطين أولهما قابلية الإضافة بشكل ممتاز و ثانيهما أن تكون مرضية للجميع ، في حالة أصبحت المتباينة في مسلمة قابلية الإضافة بشكل ممتاز مساواة هذا يعني أنه لا يوجد إغراء لدخول اللاعبين في تحالف لأنهم لا يحققون أي مكسب و تسمى المباراة في هذه الحالة بغير الأساسية بعبارة أخرى إذا انضم كل اللاعبين إلى التحالف الكبير سوف يحصلون على عائد مشترك أكبر مما كانوا سيحصلون عليه منفردين . (VON NEUMANN, OSKAR, 1953). للدالة على ما سبق دون فقدان العمومية نضع $v(N) = 1$ و $v(\bar{i}) = 0, i = 1, \dots, n$ ، بما أننا أضفنا لاعب وهي فإن نتيجة المباراة الجديدة تصبح:

$$\hat{v}(N) = v(N) + \sum_{i=1}^n a_i$$

حيث: a_i يمثل العوائد الجانبية للاعب الوهمي (اعداد موجبة أو سالبة) للاعب $\bar{i}$ ، دعونا نغير وحدات العائدات كما يلي:

$$\hat{v}(N) = cv(N) = 1$$

حيث: c هي ثابت الملائمة (لا تحدث تغير في وحدات العوائد) بحيث:

$$c = \frac{1}{\hat{v}(N)} = \frac{1}{v(N) + \sum_{i=1}^n a_i}$$

علاوة عن ذلك فإن قيمة اللعبة لكل مجموعة جزئية معطى بالعلاقة التالية:

بتعين لكل إئتلاف $S \subseteq N$ عدد حقيقي $v(S)$ ، و العدد $v(S)$ يسمى قيمة التحالف S .

مثال 2

شارلين (C)، مارسي (M)، وباتي (P) ترغب في جمع مدخراتهم لشراء المثلجات، تشارلي لديه C دولار، مارسي لديه m دولار، باتي لديه p دولار، تتوفر علب المثلجات بثلاثة أحجام مختلفة: 500 g بسعر 7 دولار، 750 g بسعر 9 دولار، و 1000 g بسعر 11 دولار. الأطفال يدركون قيمة المثلجات و يتعين عليهم تحديد منفعة أموالهم. إن هذا الموقف يتوافق مع الدالة المميزة للعبة مكونة من مجموعة اللاعبين $N = \{C, M, P\}$

من أجل $c = 3, m = 4, p = 5$ ، تعطى قيمة الدالة المميزة v لهذه اللعبة في الجدول التالي:

S	$\emptyset$	$\{C\}$	$\{M\}$	$\{P\}$	$\{C, M\}$	$\{C, P\}$	$\{M, P\}$	$\{C, M, P\}$
$v(S)$	0	0	0	0	500	500	750	1000

أما من أجل $c = 8, m = 8, p = 1$ ، تعطى قيمة

الدالة المميزة v على النحو التالي:

S	$\emptyset$	$\{C\}$	$\{M\}$	$\{P\}$	$\{C, M\}$	$\{C, P\}$	$\{M, P\}$	$\{C, M, P\}$
$v(S)$	0	50	50	0	1250	750	750	1250

"يجب أن تكون الدالة المميزة v المستمدة تعكس أي سيناريو تعاوني، لأن هناك العديد من التفسيرات الممكنة للدالة المميزة بالإضافة إلى ذلك يمكن ملاحظة أن الدالة المميزة للعبة تعطينا قيمة (عائد) للتحالف (الإئتلاف) ككل و لا تعطينا قيمة لأفراد التحالف كل على حد، و بالتالي الدالة المميزة للعبة $v(S)$ ، لا تملئ علينا كيفية تقسم القيمة

يعمل بعض أطراف النزاع الذين لا يشملهم الائتلاف إلى إغراء أحد أعضاء الداخلين عن طريق تقديم بعد المزايا المادية و التنازلات لينظم إلى ائتلاف آخر، وبذلك فإن لمقدرة الأطراف و استعداداتهم للقيام بتنازلات جانبية عظيم الأثر على تكوين الائتلاف في الواقع يمكننا تحديد عضوية الائتلاف بعد دراسة مصفوفة العائدات و استعداد الأطراف لتقديم التنازلات لبعضهم البعض، ولكن علينا دائما أن نلتزم بالافتراض العام لنظرية المباريات بأن العلاقات الخاصة بين الأطراف لا ينبغي أن تؤثر في قراراتهم، عموما هناك 2^{N-1} طريقة ممكنة لتقسيم N من الأطراف إلى مجموعتين. (حسب الرسول، 2000)

إن عدد التحالفات الممكنة في المباراة يمكن الحصول عليه بالعلاقة التالية:

عدد التحالفات $= 2^N (P)$ حيث N تمثل عدد اللاعبين في المباراة (Ash, 1999).

مثال 1

بكم طريقة يمكن تكون إئتلاف لمباراة مكونة من ثلاثة أطراف A, B, C

الحل

عدد التحالفات $= 2^3 = 8 (P)$ وهي:

$$P = \{\emptyset, \{A\}, \{B\}, \{C\}, \{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{A, B, C\}\}$$

يمكن تقسيم أعضاء المباراة إلى $2^{3-1} = 4$ مجموعتين كما يلي:

المجموعة الأولى	$\emptyset$	A	B	C
المجموعة الثانية	A, B, C	B, C	A, C	A, B

$v(S)$	0	50	50	0	1250	750	750	1250
		0	0					

4.4 مفهوم الدالة المميزة

تعريف (5) (Chalkiadakis, Elkind, Wooldridge, 2012)

الدالة المميزة لـ G تعطى من قبل الزوج (v, N) ، حيث

$$N = \{1, 2, \dots, n\}$$

من الأعوان (اللاعبين) و $v: 2^N \rightarrow \mathcal{R}$ هي دالة مميزة التي تقوم

إلى تقسيم عادل الذي سيكون مقبولا من جميع اللاعبين، وبالتالي تجنب المساومة بينهم إذ تصبح المساومة غير مبررة لأن تقسيم العوائد من هذا القبيل لا يميز بين لاعب وما لديه بل بالمساواة التي تكون مقبولة للجميع.

مثال 3

$$\begin{aligned} N &= \{1,2,3\} \\ v(1) &= v(2) = v(3) = 0 \\ v(\emptyset) &= 0, v(1,2) = 30, v(1,3) = 0 \\ v(1,2,3) &= 30, v(2,3) = 0 \end{aligned}$$

في هذه اللعبة اللاعب 1 و اللاعب 2 ، لاعبين متماثلين و اللاعب 3 هو لاعب غير مؤثر (null) ، من المعقول أن اللاعب 3 لا يحصل على عائد عند تقسيم العوائد ، لأنه لا يقدم إضافة للمباراة ، فمن المعقول ألا يحصل على عائد ، وبالتالي تقسيم العوائد في هذه اللعبة هو (15,15,0).

مسلمة (3): إذا أمكننا تقسيم المباراة الأصلية إلى عوائد مباريات فرعية ، فيجب أن يكون تقسيم العوائد بين اللاعبين في اللعبة الأصلية يساوي مجموع عوائد التقسيمات التي تم الحصول عليها في المباريات الفرعية.

نبرر هذه المسلمة على النحو التالي:

دعونا نتخيل الحالة التي تكون فيها مجموعة من اللاعبين تلعب بشكل منفصل في كل لعبة على حد ، في هذه الحالة سوف يحصلون في نهاية المطاف على مجموع العوائد التي يحصلون عليها في كل مباراة فرعية، من ناحية أخرى إذا نظرنا إلى مجموعة من المباريات على أنها مباراة واحدة و حصلنا على دوال الائتلاف المباريات الفرعية ، لأن كل ائتلاف يمكن أن يضمن فعاليته في كل لعبة فرعية على حد ، ففي نهاية المطاف نضمن الحصول على مجموع هذه القيم.

مثال 4

لتكن لدينا المباراتين التاليتين:

$$\begin{aligned} N &= \{1,2,3\} \\ v(1) &= v(2) = v(3) = 0 \\ v(1,2) &= 20, v(1,3) = 30 \\ v(1,2,3) &= 50, v(2,3) = 40 \end{aligned}$$

الائتلافية بين الأعضاء S ، في الواقع إن مسألة تقسيم القيمة الائتلافية هي موضوع بحث أساسي في نظرية الألعاب التعاونية ، سنرى بعض الإجابات في شكل مفاهيم قيمة شابلي the Shapley value و الأنوية the nucleolus بوصفها جانبا من هذا الموضوع، و تجد الإشارة أن هناك افتراض ضمني في الدالة المميزة للمباراة $v(S)$ هو أن القيمة الائتلافية يمكن أن تقسم بين أعضاء S بأي حال من الأحوال إلا أن أعضاء S يختارون الطريقة أو الكيفية التي يتم بها تقسيم العائد الكلي، وتسمى هذه الخاصية في المباراة بخاصية تحويل منفعة المباراة transferable (utility games TUG)، من الطبيعي أن نعتبر الدالة المميزة للمجموعة الخالية $\emptyset$ إئتلاف في المباراة عائدته يساوي صفر $v(\emptyset) = 0$ ، كما أن هناك افتراض آخر عموما (ليس دائما) يجب توفره في هذا النوع من المباريات وهو العقلانية الجماعية للاعبين و قابلية المباراة G للتجميع بشكل أعلى (superadditivity) ونقصد بها أنه إذا وجد تحالفين S و T مع أي عضو مشترك في المباراة يحقق عائد يعمل مشترك على الأقل يساوي العائد الذي يحصل عليه بشكل منفرد ، نعبر عن هذا رياضيا كالتالي :

$$\begin{aligned} v(S+T) &\geq v(S) + v(T) \text{ لجميع} \\ S \cap T &= \emptyset, S, T \subseteq N \end{aligned}$$

هذا يعني أن اثنين من المجموعات الجزئية من اللاعبين يمكن دائما أن تحقق عائد أفضل من خلال الانضمام معا و تنسيق استراتيجياتهم أفضل مما تحصل عليه منفردة أو بشكل مستقل. (Colman, 1999).

5.4 دوال شابلي

على العموم تستند المباريات المتعددة الأطراف التعاونية على مجموعة من المسلمات نذكرها في الآتي: (YA GURA , Maschler, 2008)

مسلمة (1): يتم تقسيم عائد المباراة الكلي $v(N)$ بين جميع اللاعبين ، تسمى هذه المسلمة بمسلمة الكفاءة المشتركة ، لأنه في كثير من المباريات $v(N)$ عبارة عن أكبر عائد يمكن الحصول عليه من خلال تقسيم N إلى عدة إئتلافات ، وهذه المسلمة مبررة لأن اللاعبين يريدون تقسيم فيما بينهم كل ما يمكن تحقيقه في المباراة عند توحيد $v(N)$.

مسلمة (2): تماثل اللاعبين في الحصول على عوائد متساوية ، تسمى هذه المسلمة بمسلمة التماثل لأسباب واضحة و معقولة لأن اللاعبين يسعون

في الألعاب البسيطة نضيف شرط آخر هو أنه إذا فاز ائتلاف ما ، فإن جميع مجموعات الائتلافات الكبرى الأخرى تفوز (إذا كان $v(S) = 1$ ثم لجميع $S \subset T$ ، $v(T) = 1$).

5 حلول المباريات المتعددة الأطراف التعاونية

في الألعاب بين n شخص و مجموع غير صفري يكون من السهل إضافة لاعب وهي وهو $n+1$ بهدف جعل مجموع المدفوعات النهائية مساوية للصفر أو ثابتة ، إلا أنه يجب أن نعلم أن إضافة لاعب وهي في لعبة بين n شخص معطاة لا تختصر الحل ، لأن هذا اللاعب ليس حرا بأن ينضم إلى التحالفات الممكنة ، ويقتصر دوره فقط في تسديد عائدات جميع أطراف المباراة. عبد الواحد نائب ، عبد المنعم باقية (2001) بما أن العائد الكلي للمباراة ثابت و يساوي عائد تحالف اللاعبين جميعا إذا تعاونوا وبالتالي فإن عائد اللاعب الوهمي هو:

$$v(N) = -v(n+1)$$

1.5 قيمة شابلي Shapley values

"المفهوم الثاني لحل المباريات المتعددة الأطراف يسمى مؤشر القوة لشابلي المعروف أيضا بقيمة شابلي هذه القيمة يعبر عنها بالدالة ϕ التي تستند عليها المباريات ذات n لاعب ، v و n متجه $\phi(v)$ ، ويمثل هذا المتجه التوقعات المسبقة "المعقولة" لعائد المباريات ، ويفترض أن تكون اللعبة ممثلة بشكل كاف عن طريق الدالة المميزة وحدها ، كما يفترض أيضا عدم وجود علاقات غير منظورة مثل العلاقات الشخصية بين اللاعبين و الفروق في القدرة على المساومة ، وتجد الإشارة أن قيمة شابلي تستند إلى مجموعة من الفروض هي: قابلية التجميع ، تماثل اللاعبين ، اللاعب عديم التأثير ، والكفاءة المشتركة قد تم شرحها سابقا.

تم تطوير قيمة شابلي البديهية كما يلي:

نضع T أي تحالف في المباراة بحيث تعرف اللعبة $G_T(S)$ عنده على النحو التالي:

$$G_T(S) = \begin{cases} 0 & \text{إذا } S \not\subset T \\ 1 & \text{إذا } S \subset T \end{cases}$$

$$\begin{aligned} N &= \{1,2,3\} \\ v(1) &= v(2) = v(3) = 0, \\ v(1,2) &= 50, v(1,3) = 20 \\ v(1,2,3) &= 60, v(2,3) = 70 \end{aligned}$$

دعونا ننظر في الائتلاف $\{1,2\}$ ، في المباراة الأولى يمكن أن يضمن هذا التحالف عائد قدره 20 إذا قرر اللاعبون تشكيل هذا التحالف ، أما في المباراة الثانية يمكن أن يضمن عائد قدره 50 إذا تم تشكيل هذا التحالف ، في نهاية المطاف يمكن للائتلاف ضمان عائد قدره 70 إذا تم تشكيل هذا التحالف في كل مباراة ، و بالمثل يمكن أن نضيف ما يحصل عليه الائتلافات المتبقية و بالتالي نحصل على المباراة التالية :

$$\begin{aligned} N &= \{1,2,3\} \\ v(1) &= v(2) = v(3) = 0, \\ v(1,2) &= 70, v(1,3) = 50 \end{aligned}$$

$$v(1,2,3) = 110, v(2,3) = 110$$

حتى نتمكن من عرض وتوضيح أهم طرق حل المباريات المتعددة الأطراف التعاونية فإنه يستلزم علينا تقديم التعاريف التالية: (Brachman, Dieterich, 2008)

تعريف (6) (ثبات حصيلة المباراة Constant-Sum Game) (Peleg, krief, 2007)

المباراة $G = (N, v)$ ثابتة الحصيلة إذا كان لجميع $S, T \subseteq N$ فإن:

$$v(S) + v(N/S) = v(N)$$

لاحظ أن كل مباراة مضافة تمثل عائد ثابت ، ولكن لا ينطبق هذا على العكس كما هو الحال في نظرية المباريات غير التعاونية ، والمباريات ذات المجموع الثابت الأكثر شيوعا هي المباريات ذات الحصيلة الصفيرية.

تعريف (7) (المباراة البسيطة Simple Game)

المباراة $G = (N, v)$ إذا كان لجميع $S, T \subseteq N$ فإن:

$$v(S) \in \{0,1\}$$

يحصل اللاعب Y على العائد $v(X, Y) - v(X)$ وذلك إذا انظم X إلى التحالف قبل أن ينظم اللاعب Y إليه.

معنى ذلك أن كل لاعب يحصل على العائد الذي يضيفه دخوله إلى قيمة التحالف، وهذا يعني من الناحية الاقتصادية أن كل لاعب يحصل على الناتج الحدي Marginal Product الذي يترتب عن انضمامه للتحالف، يخضع ترتيب انضمام اللاعبين إلى الصدفة وحدها و أي تحالف ممكن مكون من عدد معين من اللاعبين يكون له احتمال متساوي لاحتمال أي تحالف ممكن آخر مكون من نفس العدد من اللاعبين، ويكون احتمال أن يدخل مجموعة اللاعبين (S) التحالف قبل اللاعبين الباقين $(N - S)$ هو:

$$\frac{1}{N!} [(N - S)! S!]$$

و احتمال أن اللاعب i من مجموعة اللاعبين (S) يكون آخر لاعب ينظم إلى التحالف هو $\frac{1}{S}$ ولذلك فاحتمال وقوع كل من هذين الحدثين يكون مساويا لناتج ضرب الإحتمالين أي أن:

$$\frac{1}{N!} [(N - S)! (S - 1)!]$$

و من ثم فإن هذا الحد يعطي احتمال أن يحصل اللاعب تماما على العائد الموضح في الجزء الآخر من معادلة قيم شابلي أي:

$$v(\varphi_i(N, v)) = \frac{1}{N!} \sum_{S \subset N / \{i\}} (N - S)! (S - 1)! [v(S \cup \{i\}) - v(S)]$$

المباراة طبقا لشابلي ماهي إلا مجموعة ماهي إلا مجموعة من القواعد التي يلتزم اللاعبون بتنفيذها، والقواعد وحدها هي التي تحدد مواصفات المباريات بصفة مجردة عن اللاعبين المشتركين في تنفيذها، ومن ثم فإن عائد المباراة يتحدد طبقا لهذه القواعد و من واقع ما تحدده من مواصفات مميزة للمباراة، وأن المباراة هي مجموعة من العلاقات التعاونية و أن المباريات في إطار ما تقدم من افتراضات يمكن التعبير عنها من خلال دوالها المميزة. (Harsanyi, 1977)

يمكن الحصول على نفس النتيجة باستخدام علاقة أخرى كما يلي: (Chalkiadakis, Elkind, Wooldridge, 2012)

لتكن لدينا المباراة $G = (N, v)$ نضع $\prod N$ للالة على جميع التبديلات الممكنة لـ N (مجموع الكيفيات التي يمكن أن نتقي بها أفراد

إن هذه اللعبة تسمى بلعبة الإجماع على T و السؤال الوحيد هو ما إذا كان يمكن لأعضاء الإنتلاف أن يتفقوا جميعا على أن يعملوا معا للحصول على وحدة واحد كنسبة من عائد المباراة الكلي، حيث يتم تقسيم عائد الإنتلاف على اللاعبين المؤثرين فقط و إستبعاد اللاعبين الآخرين الذين يسمون الدمى كونهم لا يقدمون الإضافة لأي إنتلاف، سيتم تقديم توقع معقول لهذه اللعبة من خلال:

$$\varphi(G_T) = \begin{cases} 0 & \text{إذا } i \notin T \\ 1/t & \text{إذا } i \in T \end{cases}$$

حيث t عدد عناصر T ينبغي تقسيم الوحدة بمقادير متساوية بين عدد الإنتلاف، أما اللاعبين الآخرين فلا يتحصلون على شيء. (Owen, 1999)

"إن صياغة الدالة المميزة للمباراة ليست بالمهمة السهلة، حيث يتطلب الأمر إيجاد قيمة العائد لكل لاعب إذا كان يعمل بصفة مستقلة، و كذلك إيجاد العائد لكل تحالف جزئي ممكن و للتحالف التام، و يحتاج هذا إلى جهد كبير خاصة إذا كان عدد اللاعبين كبير نسبيا، وقد أثبت شابلي أنه توجد مجموعة واحدة من العوائد $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ تستوفي الإفتراضات و يسمى العائد φ_i قيمة شابلي للمباراة بالنسبة للاعب i و يمكن الحصول عليها بتطبيق المعادلة التالية: (benmammar, krief, 2014)

حيث: N تمثل عدد اللاعبين في المباراة و S عدد اللاعبين في التحالف. و تفسير قيم شابلي كما تحددها المعادلة السابقة هي أنها العوائد المتوسطة المتوقعة Expected Average Payoffs للاعبين. و يتم لعب المباراة كمانلي:

يقوم اللاعبون بتكوين جميع التحالفات الممكنة و ذلك عن طريق البدء بلاعب معين A ثم ينظم إليه لاعب آخر B ثم لاعب ثالث C وهكذا حتى ينظم جميع اللاعبين N ، يحصل اللاعب A على العائد $v(A)$ و يحصل اللاعب B على العائد $v(A, B) - v(A)$ ، وعموما

المجموعة N مع مراعاة الترتيب)، و ليكن $\pi \in \prod N$ يمثل تبديلة

معينة ، يشار إلى $S_{\pi}(i)$ إلى مجموعة عوائد اللاعب i عند تبديلة

معينة π و $S_{\pi}(i) = \{j \in N / \pi(j) < \pi(i)\}$

المساهمة الحدية للاعب i الناتجة عن التبديلة π للمباراة

$G = (N, v)$ تكتب بالعلاقة التالية:

$$\Delta_{\pi}^G(i) = v(S \cup \{i\}) - v(S)$$

أما قيمة شابلي للاعب i فتعطى بالعلاقة التالية: (MYERSON,1997)

$$\varphi_i(G) = \frac{1}{N!} \sum_{\pi \in \prod N} \Delta_{\pi}^G(i)$$

بالرجوع إل المثال رقم نجد من أجل

$c = 3, m = 4, p = 5$ ، نجد:

S	$\emptyset$	$\{C\}$	$\{M\}$	$\{P\}$	$\{C, M\}$	$\{C, P\}$	$\{M, P\}$	$\{C, M, P\}$
$v(S)$	0	0	0	0	500	500	750	1000

نحسب قيمة شابلي للاعب C بإستخدام الطريقتين السابقتين كما يلي:

التحالفات التي يمكن أن ينظم إليها اللاعب C هي:

$\{C, M, P\}, \{C, P\}, \{C, M\}, \{C\}$

$$\varphi_i(G) = v(S \cup \{i\}) - v(S)$$

3.5 مؤشر بانزاف Banzhaf Index

مؤشر القوة لبانزاف هو مقياس مهم للاعبين المؤثرين في تشكيل

التحالفات في المباريات فهو يحدد قوة تأثير اللاعب معين في تحالف معين في

هذه الحالة يسمى مؤشر قوة بانزاف المطلق أو غير العادي و يتعدى هذا

المفهوم إلى قياس تأثير اللاعب على المباراة ككل و بالتالي يمكن للاعبين

تحديد مواقفهم تجاه التحالفات التي يمكنهم الانضمام إليها ، تتراوح قيمة

هذا المقياس بين الصفر و الواحد. (Agotnes,2011)

تعريف (8) (Narukawa, 2007)

نضع μ مقياس لمساهمة i في S فيعرف حسب كل حالة كمايلي:

✓

مؤشر بانزاف الغير عادي (أو غير المعياري أو المطلق) μ بالنسبة

ل i يحسب كما يلي :

$$\prod N = \{(C, M, P), (C, P, M), (M, C, P), (P, C, M), (M, P, C), (P, M, C)\}$$

يجب ملاحظة أنه في حالة تماثل لاعبين نكتفي بحساب قيمة واحد فقط

لأننا سوف نتوصل إلى نفس النتيجة.

الطريقة الثانية

لدينا: $3! = 6$ و منه:

✓ تغيب العدالة في حالة وجود تحالفات تسعى لتعظيم أو
تدنية عوائدها عند استعمال طريقة أخرى غير دوال شابلي.
✓ يجب علينا أن نشير إلى أن نظرية المباريات لا تعني البحث عن
حلول مثلى أو سياسات فعالة كما يتوقع الدارس
للنظريات المتعلقة باتخاذ القرارات ، فدراسة نظرية
المباريات تقتصر فقط على تحليل المواقف التي تفسر
سلوك الفرد أو الجماعة عند تحديد الاستراتيجيات في
الحالات التي تتعارض فيها المصالح والأهداف .

✓ يجب علينا أن نحذر من الاعتقاد الخاطئ بأن نظرية المباريات
ستوفر مجموعة كافية من القوانين المتعلقة باتخاذ
القرارات والتي يمكن أن نلجأ إليها لمقارنة البدائل و
اختيار الأمثل منها في مثل هذه المواقف .

✓ لسوء الحظ مازلنا عاجزين عن تحديد الدور الإرشادي لهذه
النظرية ، و قليلة جدا – كما أشار العديد من الباحثين –
تلك المشاكل العملية التي قد نخدمنا في نظرية المباريات ،
لذلك التزمنا فقط بشرح وتوضيح جانب يسير من الدور
الوصفي لهذه النظرية.

✓ على ضوء ما ذكرناه في هذه الدراسة هل يكون باستطاعتنا
التحدث عن نظرية عامة للمباريات غير التفاضلية ، لقد
اتضح لنا من الأمثلة التي ناقشناها سابقا أن تحليل
المباريات غير التفاضلية يقودنا إلى نتائج متناقضة إن
نحن استعملنا مفهوم الحكمة العقلانية ، لتجنب هذه
المشكلة علينا إيجاد أكثر من تعريف واحد للعقلانية أو أن
نقبل بتلك النتائج التي تكون ، من البديهي ، غير مرضية .

✓ إن عدم وجود تعريف واحد مناسب للعقلانية ليس له أثر
سيء على النواحي الشكلية البحتة لنظرية المباريات ، في
الحقيقة إن اكتشاف الطبيعة المتناقضة للعقلانية عند
تحليلنا للمباريات غير التفاضلية يعد في حد ذاته
اكتشاف ذو قيمة عظيمة ، لكن تضرر النواحي الإرشادية
لنظرية المباريات من المشاكل التي تنتج عن
تعريف العقلانية لأن نظرية المباريات تعجز عن إرشادنا
للقرار الصائب في غياب معنى للعقلانية

$$\beta_i^*(v) = \frac{\sum_{S \subset N} (v(S \cup \{i\}) - v(S))}{2^{N-1}}$$

✓ مؤشر بيرنوز (the penrose index) أو مؤشر بانزاف الطبيعي ، أو

مؤشر بانزاف النسبي) μ_i بالنسبة لـ i يحسب كما يلي :

$$\beta_i(v) = \frac{\sum_{S \subset N} (v(S \cup \{i\}) - v(S))}{\sum_{i=1}^N \sum_{S \subset N} (v(S \cup \{i\}) - v(S))}$$

كما يمكن التعبير عنه بالعلاقة التالية:

$$\beta_i(v) = \frac{\beta_i^*(v)}{\sum_{i=1}^N \beta_i^*(v)}$$

مؤشر بانزاف للمباريات البسيطة $G = (N, v)$ بالنسبة لـ i
يعطى وفق العلاقة التالية: (Rothe, 2015)

$$\beta_i^*(v) = \sum_{S \in N / \{i\}} \Delta_{\pi}^G(i)$$

6. خاتمة:

على ضوء ما ذكرناه في هذه الدراسة يمكن التكلم عن نظرية المباريات
بصفة عامة من خلال النظريات والأمثلة التي ناقشناها حيث تناولنا
استراتيجيات النزاع والتحالف بصفة عامة لنتخير مواقف متخذ القرار
من البدائل المختلفة التي تحقق له المكاسب أو تجنبه الخسائر
بالاستخدام أسلوب ناش و قيم شابلي لمقارنة الاستراتيجيات و أوجه
الشبه بين هذه الأساليب وبين النظريات المتعلقة بها.

لقد قمنا بتحليل الأمثلة المبسطة لشرح مواقف النزاع والتحالف حتى
نبتعد عن المشاكل المعقدة التي قد تعوق دراستنا لنظرية المباريات التي
يحتاج شرحها الكامل لأكثر من مقال .

7. نتائج الدراسة:

✓ يعتبر توازن ناش حل عادل و مرضي لجميع اطراف المباراة في
حالة رفضوا التعاون وكان كل اللاعبين عقلانيين.

✓ تعتبر قيم شابلي عادلة لكل أطراف المباراة لأنها نصيب كل

فرد يعتمد على ما قدمه من قيمة للمباراة ككل في وجود

عقلانية و هناك طرق أخرى لتقسيم قيمة المباراة و لكنها غير

عادلة و مرضية لأطراف و غير مرضية لبقية الأطراف كقلب

المباراة و نواة المباراة

قائمة المراجع:

1. نبيل حاجي نائف، لعبة المعرفة، دار أكتب للنشر و التوزيع، مصر ،2011، ص 13.
2. المرجع السابق، ص 13.
3. ريتشارد برونسون، نظريات و مسائل في بحوث العمليات، ترجمة حسن حسني الغباري ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية مصر ، الطبعة الثانية، 2002، ص 241.
4. نبيل حاجي نائف، مرجع سبق ذكره، ص 13.
5. علي عودة العقابي ، العلاقات الدولية : دراسة تحليلية في الأصول و المنشأة و التاريخ والنظريات ، دار الجماهيرية للنشر و الإعلان، بنغازي ، ليبيا، الطبعة الثانية ، 2010 ص 205-206 .
6. JOHN VON NEUMANN,OSKAR MORGENSTERN, **Games and Economic Behavior**, Geoffrey Cumberlege Oxford University Press, London, England ,Third Edition, January 1953,p46.
7. لميعة باقر جواد الجواد ،أحمد عبد العزيز سوادي، استخدام نظرية الألعاب في تحديد سياسات تعظيم الأرباح لشركتي بيبسي كولا و كوكاكولا في محافظة بغداد، مجلة العلوم الاقتصادية و الإدارية، المجلد 18، العدد 66، جامعة بغداد، 2012 ، ص 269.
8. أحمد سامي عنتر، تحليل ملف إيران النووي على أساس نظرية الحركة، مجلة البيئة، العدد الأكاديمية، 2008، ص1.
9. فهمي جدعان ،حصاد القرن :المنجزات العلمية والإنسانية في القرن العشرين،المؤسسة العربية للدراسات والنشر ،عمان ، الأردن، 2007، ص 122.
10. إسماعيل صبري مقلد، العلاقات السياسية الدولية: دراسة في الأصول والنظريات، المكتبة الأكاديمية ، القاهرة، مصر، 1991، ص 249.
11. Fiona carmichael, **a guide to game theory**, financial times managment illusrated edition,england,30 december 2004, p 36.
12. James N. Webb, **Game Theory:Decisions, Interaction and Evolution**, Springer Science+Business Media, London, England,2007, pp72-73.
13. Badr benmammar, Francine krief, **game theory applications in wireless networks: A survey**, journal applilcations of information systems in engineering and bioscience, vol 01,published by WSEAS press, Gdansk, Poland, 2014, p 210.
14. Fiona carmichael, **op.cit.**, p 44.
15. عدنان ماجد عبد الرحمن بري، مقدمة لتحليل القرارات و نظرية المباريات باستخدام Treeplan و Gambit، جامعة الملك سعود للنشر العلمي و المطابع ،السعودية ، الطبعة الأولى، 2002، ص 164.
16. Badr benmammar, Francine krief, **op.cit.**, p 210.
17. Drew fudenberg ,jean tirole, **game theory**, the MITpress Cambridge, Massachusetts, London, engand,1983,p 11.
18. Ibid., p 05.
19. gor V. Konnov, Dinh The Luc, Alexander M. Rubinov, **Generalized Convexity and Related Topics**,Springer Verlag Berlin Hiedelberg, Germany,2007,p443.
20. Tamer Basar, Geert Jan Olsder, **Dynamic Noncooperative Game Theory**,Library of Congress Cataloging in Publication Data,USA,Second Edition,1999,p4.
21. gor V. Konnov, Dinh The Luc, Alexander M. Rubinov, **op.cit.** ,p444.
22. Anatol Rapoport, **N-Person Game Theory Concepts and Applications**, op.cit. ,pp68-70.
23. JOHN VON NEUMANN, OSKAR MORGENSTERN, **op.cit.** ,pp330-332.
24. إبراهيم عبد الواحد نائب، إنعام عبد المنعم باقية، نظرية القرارات : نماذج وأساليب كمية محوسبة، دار وائل للنشر، عمان ، الأردن، الطبعة الأولى، 2001، ص 209 .
25. موسى حسب الرسول، تطبيق نظرية المباريات عند تحديد الإستراتيجيات، مؤسسة شباب الجامعة ، الإسكندرية، مصر ،2000، ص ص 131-132.
26. Robert B. Ash , **Basic Probability Theory**, Dover Publications, Mineola, New York,USA,1999,p2.
27. Georgios Chalkiadakis , Edith Elkind, Michael Wooldridge, **Computational Aspects of Cooperative GameTheory**, Morgan &cLaypool publishers,USA, 2012, p11.

28. Andrew M. Colman, **Game Theory and Its Applications in the Social and Biological Sciences**, Psychology Press, USA, Third Edition, 1999, p163.
29. Ein-YA GURA , Michael Maschler, **Insights into Game Theory An Alternative Mathematical Experience**, Cambridge University Press, New York, USA, 2008, pp 125-128.
30. Ronald J. Brachman, Tom Dietterich, **Essentials of Game Theory**, Morgan & Claypool Publishers, New York, USA, 2008, pp 70-71.
31. Bezalel Peleg, Peter Sudhölter, **Introduction to the Theory of Cooperative Games**, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, Second Edition, 2007, p11.
32. إبراهيم عبد الواحد نائب، إنعام عبد المنعم باقية، مرجع سبق ذكره، ص 212.
33. Guillermo Owen, **Discrete Mathematics and Game Theory**, Kluwer Academic Publishers, Boston, USA, 1999, p260.
34. Mich`ele Breton, - Krzysztof Szajowski, **Advances in Dynamic Games**, Springer New York, USA , 2011 p367.
35. JOHN.C Harsanyi, **Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations**, Cambridge University Press, London, Angland, 1977, pp215-216.
36. Georgios Chalkiadakis , Edith Elkind, Michael Wooldridge, **op.cit.**, p18.
37. ROGER B. MYERSON, **GAME THEORY: Analysis of Conflict** , HARVARD UNIVERSITY PRESS, London, England, 1997, 422.
38. Michael Maschler, Shmuel Zamir, Eilon Solan, **Game Theory**, Cambridge University Press, New York , USA, 2013, p762.
39. Thomas Ågotnes, **STAIRS 2010: Proceedings of the Fifth Starting Ai Researchers' Symposium**, The Authors and IOS Press, Amsterdam, Netherlands, 2011, p277.
40. Yasuo Narukawa, **Modeling Decisions: Information Fusion and Aggregation Operators**, Springer Science & Business Media, Berlin, Germany, 2007 , p202.
41. Jörg Rothe, **Economics and Computation: An Introduction to Algorithmic Game Theory**, Springer Texts in Business and Economics, Berlin, Germany, 2015 , p166.