

## النقد الداخلي للعلوم الرياضية عند العلماء العرب "دراسة في فلسفة العلوم الرياضية"

أ.د/ناصر هاشم محمد

أستاذ المنطق وفلسفة العلوم

بكلية الآداب/ جامعة أسبوت

تاريخ النشر: 2022/09/15

\*\*\*\*\*

تاريخ الارسال: 2022/09/11

### الملخص

أنتج العقل العربي في العلوم الرياضية فروعاً جديدة لم تعرفها أي حضارة من قبل، تهدف هذه الدراسة إلى الوقوف على العقبات الإبستمولوجية والإيديولوجية التي كانت تقف حجر عثرة في سبيل تقدمها -تتكامل النظرة أو التفسير الداخلي (الإبستمولوجي) للعلم الرياضي مع النظرة إلى العلم من الخارج أي مع العوامل الحضارية والدينية والثقافية أو السيوسولوجية للعلم -إن التصور الصوري هو الأساس الذي بنى عليه العلماء العرب نظرياتهم في العلم الرياضي -لم يتبنى الرياضيين العرب التصور اليوناني للكائنات الرياضية، بل جعلوا منها ماهيات ذهنية مستقلة على غرار المثل الأفلاطونية، ونظروا للمفاهيم الرياضية باعتبارها تجريدات عقلية ذهنية. - لم يرجع الرياضيين العرب بنى العلوم الرياضية إلى العلوم الطبيعية، وانقسم العرب في طبيعة العلم الرياضي إلى عدة اتجاهات: الاتجاه العقلاني: الذي اهتم انصاره بدراسة الجوانب المنطقية في العلم الرياضي الاتجاه التجريبي: واهتم انصاره بدراسة دلالة الرموز والمفاهيم الرياضية على الأمور الطبيعية، كما بحثوا عن الكائنات الرياضية وخواصها الاتجاه الوسط: مزج انصاره بين العلوم الطبيعية والعلوم الرياضية مع الاحتفاظ بالطابع التجريدي الخالص للرياضيات

الكلمات المفتاحية

- العقل العربي- التفسير الداخلي- العقبات الإبستمولوجية- بنى العلوم الرياضية- التجريد- النسق الاستنباطي الإقليدي - النقد الداخلي للعلم- الكائنات الرياضية

### summary

The Arab mind it produced new branches in it that no civilization had known before. This study also aims to find out the epistemological and ideological obstacles that were standing in the way of its progress. The internal (epistemological) view or interpretation of mathematical science is integrated with the view of science from the outside, that is, with the civilizational, religious, cultural or sociological factors of science. The visual perception is the basis on which Arab scientists built their theories in mathematical science. The Arab mathematicians did not adopt the Greek conception of mathematical objects, but rather made them independent mental entities, similar to the Platonic ideals. Rather, they considered the mathematical objects as mental mental abstractions. The Arab mathematicians did not return the structures of the mathematical sciences to the natural sciences, and the Arabs were divided in the nature of the mathematical sciences into several directions: Rational trend: whose supporters are interested in studying the logical aspects of mathematical science The experimental trend: Its supporters were interested in studying the significance of mathematical symbols and concepts on natural matters, and they also searched for mathematical objects and their properties. The middle trend: its proponents blended natural sciences and mathematical sciences while retaining the purely abstract character of mathematics

## المقدمة

ما أحوجنا اليوم إلى الدراسات العلمية الدقيقة، التي تغوص في التفاصيل الداخلية للعلوم المختلفة، التي أبدع فيها العلماء العرب في عصر النهضة الإسلامية لتتعرف على مواطن الإبداع والابتكار العلمي، وتتعرف على البنى الداخلية لهذه العلوم والعلاقات العضوية التي تربط أوصالها وأجزائها، والمناهج التي سار عليها أسلافنا حتى وصلوا إلى أعلى درجات التقدم العلمي والحضارى في عصرهم، وحسبنا الوقت الطويل والجهد الجهد الذى بذله وبذله معظم الباحثين في بحث القضايا العامة في العلوم والإلتفاف حول الأطر الخارجية للعلم، دون الوصول إلى لب هذه العلوم أو البنية الداخلية لها، والوقوف على العقبات الإستمولوجية والأيدولوجية التي تقف حجر عثرة أمام الدراسة الموضوعية الدقيقة للتراث العلمى العربى، وأبرزها على الإطلاق المبالغات اللامنطقية والتهويلات الغير مقنعة التي ينطلق منها معظم الباحثين، والتي جعلت دورهم العلمى محدوداً للغاية، وصارت مهمتهم كأنها محاربة كل فكر وارد من الغرب، وتأييد الموروث تأييداً مطلقاً، لإثبات الذات المبدعة ودرء الشعور بالإحباط الذى يسيطر علينا الآن نتيجة تراجعنا العلمى والحضارى، واحتلالنا الصف الأخير بين الحضارات المعاصرة .

هذه الدراسة نحاول من خلالها القيام بحركة نقد داخلي للعلوم الرياضية عند العرب، واختيارنا للعلوم الرياضية بالذات إنما يرجع لسببين أحدهما: أنها أكثر العلوم احتياجاً لإعادة النظر في البنى الداخلية لها، والتعرف على مبادئها وأفكارها الأولية التي تقوم على أساسها نظريات العلم الرياضى وقوانينه التي توصف بالصرامة والدقة المتناهية واليقين، والسبب الآخر: إن الإبداع العربى الكبير في هذه العلوم أدى إلى تغير بعض المفاهيم والمعتقدات الرياضية التي أسسها " إقليدس " وفيثاغورث " وسائر الرياضيين والمناطق اليونانيين، وأثبت قدرة العقل العربى الكبيرة على التفكير الصورى والمجرد، ومما لا شك فيه أن التوحيد القائم على التنزيه المطلق للخالق سبحانه وتعالى قد ساعد العقل العربى في إدراك اللامتناهى واللانهاى واللامحدود في العلم الرياضى، فالنظرة الدقيقة تؤكد أن هناك تشابهاً دقيقاً بين صورية الرياضيات وتجريدها وبين التنزيه في توحيد الخالق سبحانه وتعالى، ورفض التشبيه والتجسيم في العقائد.

بدأت قدرة العقل العربي على التجريد والموضوعية المتناهية، في صياغة العناوين الفرعية، ورسم الأشكال الهندسية، والقدرة الكبيرة على الفصل بين الجوانب الميتافيزيقية التي غلبت على الرياضيات عند الهنود ثم عند اليونانيين، وبين الجوانب العلمية الدقيقة، ما جعل العلماء العرب لا يتعاملون مع الموضوعات الرياضية اعتماداً على سلطة العقل وحده، إنما قرأوا التراث الرياضي لمن سبقوهم بعقول متفتحة بلا خلفيات تعوقهم، ولذلك وقفت الثقافات الإغريقية، واللاتينية، والهندية، والصينية جميعاً بالنسبة لهم على قدم المساواة، وكان من نتائج ذلك أنهم أصبحوا بالفعل المؤسسين الحقيقيين لمفهوم العالمية في المعرفة، أو ما يعرف بوحدة المعرفة الإنسانية، وهي إحدى السمات البالغة الأهمية بالنسبة للعلم<sup>(1)</sup>

ولما كانت النظرة الداخلية أو التفسير الداخلي (الإبستمولوجي) للعلم تتكامل مع النظرة إلى العلم من الخارج، أي مع العوامل الدينية والحضارية والثقافية، والتي تسمى بالتفسير السوسيولوجي للعلم، وقد دفع العرب إلى الاهتمام بالعلم الرياضي عدة عوامل كان أبرزها اهتمامهم الشديد بأحكام الموارث ونظامها، والتي أشار إليها القرآن الكريم في أكثر من موضع، واهتمامهم بالتجارة والترحال، وحساب الأنصبة والأرباح في البضائع والبيوع والموارث، وهو ما عبر عنه عالم الرياضيات الخوارزمي (235 هـ) قائلاً "الجبر والمقابلة صناعة من صناعات الحساب وتدير حسن لاستخراج المسائل العويصة في الوصايا والموارث والمعاملات والمطارحات، وسميت بهذا الأسم لما يقع فيها من جبر النقصان والاستثناءات ومن المقابلة بالتشبيهات وإلقائها"<sup>(2)</sup>، وهذا العامل يمكن عده من العوامل الداخلية التي تتعلق بخصوصيات الحضارة الإسلامية .

ومن هذه العوامل أيضاً ما يتعلق بالعلم الرياضي نفسه، وهو اليقين الذي تمتاز به هذه العلوم، وكونها علوم برهانية موثوق بنتائجها، جعل العرب يضعونها في أولويات اهتماماتهم العلمية فنجد " الكندي 252 هـ يضعها كمدخل للعلوم أي أنها تسبق العلوم جميعاً بما فيها المنطق ذاته، ويعتبرها الكندي جسراً للفلسفة .

أي أن الفلسفة عنده لا تنال إلا بالرياضيات، كما جعل الفارابي 339 هـ العلوم الرياضية في المرتبة الثانية بعد علوم اللغة العربية وعلوم المنطق، حتى الإمام الغزالي 505 هـ يستثنى

الرياضيات في هجومه على الفلسفة فيقول: "إن أعظم جناية على الإسلام الظن بأنه ينكر الرياضيات".<sup>(3)</sup>

قسم العرب الرياضيات إلى أربعة علوم أساسية هي (الحساب - الهندسة - الفلك (الهيئة والموسيقى)<sup>(4)</sup>، ويعد النسق الاستنباطي واحدا من المشكلات المعرفية التي تتعلق بالبناء الداخلي للعلم الرياضي، و التي تظهر فيها بوضوح العقلانية النقدية والقدرة على التفكير العقلي الخالص في مجال الرياضيات، كما تعد القضايا الأولية الوحدة الأساسية التي يقوم عليها النسق الاستنباطي الذي يمثل قمة العلم الرياضي، وأن المعرفة العلمية والبراهين الرياضية عند العرب تستند إلى هذه القضايا الأولية، ولابد من معرفة إذا كانت هذه القضايا يدرك صدقها مباشرة، ولا تقبل البرهنة أم أن استدلالنا لا يمكن أن تستند إلى ما هو أولى أو قبلي وضروري وحده، وهنا لابد من الوقوف على تعريف العلم الرياضي عند العرب، وموقع هذه القضايا داخل بناء هذا العلم ولابد من الإشارة لدور العلاقة بين المنطق والرياضيات عند الفلاسفة العرب، لنعرف هل سبق المناطق والرياضيين العرب إلى طرح قضية الأسس أو ما عرفت بأزمة الأسس بين الرياضيات والمنطق قبل أن يطرحها المحدثين والمعاصرين .

#### تعريف العلوم الرياضية عند العرب

يطلق العلم الرياضي عند العرب على كل دراسة تصطنع مناهج صورية واستنباطية مقدماتها بديهيات ومسلمات وتعريفات، وتقصد إلى وضع قوانين الكم عدداً كالحساب أو شكلاً كالهندسة، أي هو علم الكم بنوعية المتصل والمنفصل من حيث النظر إلى الحساب والجبر على أنهما مختصان بالأعداد، وإلى الهندسة على أنها مختصة بالنقط أو الخطوط والأسطح والأحجام، والرياضة تدرس الكم المجرد عن كل طابع حسي أي تدرسها كموضوع عقلي محض يمكن قياسه بصرف النظر عن كل الصفات الحسية التي يمكن أن يتصف بها، فالأعداد في الحساب هي رموز عقلية مجردة وينظر إليها على أنها مجرد معان ذهنية، يمكن الاستعانة بها على معرفة العلاقات التي توجد بين أجزاء الكم<sup>(5)</sup>، وعندما يبحث الرياضي في هذه العلاقة بين الرموز العقلية فإنه يبحثها بحرية كاملة لا يحدها سوى الوقوع في التناقض، مما يسهل عليه تكوين المعادلات والنظريات الرياضية، وهذا التصور الصوري هو الأساس الذي بني عليه

العلماء العرب نظرياتهم في العلم الرياضى حتى اخترعوا فروعاً جديدة لهذا العلم وطوروا فروعاً أخرى.

حقيقة أن العرب قد تلقوا تراث أسلافهم من الرياضيين في مصر، والهند، واليونان، لكن الرياضيات تدين بشطر كبير في تقدمها للعلماء العرب، بل إن من بين مؤرخي العلم من الغربيين من يجاهر بأن بعض فروع الرياضيات هي اختراع عربي<sup>(6)</sup>

أما الأسباب والمعطيات التي أدت إلى تفوق العرب في العلوم الرياضية فهي:

أولاً: معرفة العرب كتاب الأصول لإقليدس، وكانوا يسمونه الأستطقسات، كما عرفوا فيثاغورث ومدرسته، وكانوا يعدون "إقليدس" من تلاميذ هذه المدرسة، وهو ما أشار إليه الفارابي بقوله "والكتاب المنسوب إلى إقليدس" الفيثاغوري فيه أصول الهندسة والعدد، وهو المعروف بكتاب الأستطقسات والنظر فيه بطريقتين طريقة التحليل وطريقة التركيب، والأقدمون من أهل هذا العلم كانوا يجمعون في كتبهم بين الطريقتين إلا أوقليدس فإنه نظم ما في كتابه عن طريق التركيب وحده"<sup>(7)</sup>

ثانياً: انقسم الرياضيون العرب بين المدرسة الأفلاطونية الفيثاغورية الحدسية والمدرسة الأرسطية المنطقية، فالمناطقة أمثال "الكندي" و"الفارابي 339هـ" ابن سينا " 428 هـ ساروا على التقليد الأرسطي، في حين نرى جماعة " إخوان الصفا " 319 هـ قد تبنا آراء المدرسة الفيثاغورية، فاهتموا بدراسة خواص الأعداد والأشكال، وأضافوا عليها الطابع السحري متأثرين في ذلك بالفيثاغوريين خاصة المتأخرين منهم<sup>(8)</sup> فجاء في رسالتهم الأولى قولهم " أن الأمور الطبيعية أكثرها جعلها الباري جل ثناؤه مربعات مثل الطبائع الأربع التي هي الحرارة والبرودة والرطوبة واليبوسة، ومثل الأركان الأربعة التي هي النار والهواء والماء والأرض، ومثل الأخلاط الأربعة التي هي الدم والبلغم والمُرَّتَان – المُرَّة الصفراء والمُرَّة السوداء، ومثل الأزمان الأربعة التي هي الربيع والصيف والخريف والشتاء، ومثل... ومثل"<sup>(9)</sup>

لقد مزج إخوان الصفا بين فلسفة الفيثاغوريين الرياضية والأفلاطونية الحديثة والتعاليم الإسلامية، وقد كانت المدرسة الفيثاغورية التي ينتهي إليه إخوان الصفا تؤكد على ضرورة استعمال البديهيات والمسلمات لتطوير الطريقة الهندسية، كما أن استخدامهم البرهان

في الرياضيات ساعد على جعل الهندسة نسق رياضي برهاني بعد أن كانت مجموعة من القواعد التجريبية التي لا يربطها نظام أو برهان<sup>(10)</sup>

إن معظم الرياضيين العرب لم يتبنوا التصور اليوناني للكائنات الرياضية، فلم يجعلوا منها ماهيات ذهنية مستقلة على غرار المثل الأفلاطونية، بل لقد عدوا الموضوعات الرياضية تجريدات عقلية، أي موضوعات ذهنية تستخلص بالتجريد والتعميم .

ولا يوجد هناك ما يدل على أنهم نسبوا إليها وجوداً موضوعياً، كما فعل اليونانيون أو أنهم يعتقدون في هذا " الوجود الموضوعي " للأعداد والأشكال كما فعل " إخوان الصفا "، ولهذا لم يبحث العرب في هذه الكائنات وخواصها، بل بحثوا فيما تمتاز به الرياضيات من معقولية ويقين، كما اهتموا بالجانب المنطقي في الرياضيات، واستبعدوا الجانب الميتافيزيقي، وهذا ما جعل الغزالي يشيد بما تمتاز به الرياضيات من يقين لا يرقى إليه الشك يقين هيماء أن تتصف به الآراء والأقاويل الفلسفية<sup>(11)</sup>، وإذا كان العرب قد اهتموا بدراسة البنى الرياضية فإنهم لم يرجعوا أصل هذه البنى إلى العلوم الطبيعية، كما تردد بعض الاتجاهات المعاصرة، وإنما دراسة العرب لها انصببت على بنى من نوع آخر ولأغراض رياضية بحثه تصل بنا إلى التعميم، وبقصد الوصول إلى الانساق الرياضية والتحليل المنطقي لمدرجات الرياضة أو تصوراتها، وهذا يجعلنا نقول أنهم رواد هذا المجال بلا مبالغة، فالفلسفة الرياضية التي نادى بها العلماء العرب وأرسوا دعائمها لا نجد اختلافاً كبيراً بينها وبين الفلسفة الرياضية عند أكبر روادها المعاصرين مثل " برتراند راسل " 1970 والذي كان يقول " لا شك في أن لفلسفة الرياضيات أهمية كبيرة في فهمنا للرياضيات وطبيعة منهجها، إذ أننا في تحليلنا للمفاهيم الرياضية العادية نكتسب قوى جديدة وفطرة نفاذة جديدة، وطرقاً للوصول إلى موضوعات رياضية جديدة للتقدم بعد رحلتنا الخلفية<sup>(12)</sup> "

وإذا كان العرب قد جردوا البنى الرياضية تماماً من الموضوعي فإنهم رغم ذلك لم يفصلوا بين الرياضيات كعلوم مجردة وبين الحياة العامة، فقاموا بعمل مزوجة بين العلوم الرياضية والعلوم الطبيعية، فما هو " الحسن بن الهيثم " 430هـ يعالج موضوعات العلم الرياضي المجردة ويحاول تطبيقها على العلوم الطبيعية، فكان له بذلك فضل سبق في المزوجة بين العلمين، ولا يعنى ذلك أنه يربط بين الرموز العقلية الرياضية والموضوعات الحسية بل على

العكس إن " ابن الهيثم " لم يخرج في معالجته للمسائل الرياضية عن الأسلوب التجريدي التعميمي الذي سار عليه أسلافه، وهذا ما يتجلى في كتابه " حل شكوك أقليدس " وخواص المثلث من جهة العمود، ومعرفة خواص الزوايا وكيف تكون الزاويتان متساويتين، وحين يحدد أضلاع الأشكال الهندسية ويتوصل إلى القوانين الرياضية المجردة والعامة التي تسرى في كل هذه الموضوعات، ولا أدل على هذا من معرفة "ابن الهيثم " معضلات رياضية يطلق عليها اسم الهازن (13) هـ 359

إن المزاوجة بين العلم الرياضي والعلم الطبيعي التي قام بها ابن الهيثم أدت إلى تغير أو تعديل وظيفة العلم الرياضي نفسه، فأصبحت العلوم الرياضية أداة أو مدخل لدراسة العلوم الطبيعية، كما ساعدت الفيلسوف على تعمق فكرة العدد والمكان والزمان وهو ما ذهب إليه بعد ذلك فيلسوف العلم المعاصر " هنري بونكاريه " 1912 هـ الذي يقول "إن العلوم الرياضية ينبغي أن تقدم أداة لدراسة الطبيعة" (14) ويقول أيضاً " إن الرياضة ليست مجرد مورد صيغ للفيزيائي بل ينبغي أن يقوم بينهما تعاون أوثق، فالرياضيات والفيزياء يتداخل بعضها في بعض، وكل القوانين الفيزيائية تستخلص من التجربة، ولكن للتعبير عنها لابد من لغة خاصة، وهذا سبب من أجله لا يسع الفيزيائي أن يستغنى عن الرياضيات " (15)

لقد استطاع علماء الطبيعة والرياضيات المسلمين أن يطوروا الرياضيات، لتكون أداة منهجية قادرة على التعبير عن نتائج العلوم الطبيعية، وصياغة مبادئها العامة، فارتبط المنهج الرياضي عندهم بالمبادئ العلمية الطبيعية للقيام باشتقاق بعض النتائج العلمية من أجل التنبؤ بسير الحادثة أو الظاهرة الطبيعية والنتائج المحسوسة المترتبة عليها، وهذا ما يعبر عنه بلغة العلم الحديث بإسم "الفيزياء الرياضية" والتي ينسب إليها كل تقدم كبير حدث في أبحاث علم الطبيعة في القرنين الأخيرين. (16)

البناء الرياضي من الداخل

أولاً: "القضايا الأولية"

انقسم المناطق والرياضيون حول تعريف القضايا الأولية إلى مذاهب واتجاهات فلسفية متميزة ومختلفة باختلاف نظرية المعرفة التي ينطلق منها كل فيلسوف ومنطقي، فأنصار المعرفة العقلية يذهبون إلى أن هذه القضايا أو المقدمات ذات طابع عقلي محض، ويقطعون الصلة بينها

وبين عالم الملاحظة والتجربة الحسية، بينما يرى الحدسيون أو أنصار المعرفة الحدسية أن هذه القضايا يدركها الإنسان بالحدس، وهي قضايا لا يبرهن عليها ولا يقوم الإنسان بالاستدلال عليها لأنها لا تبرهن والحدث الفطري فقط هو المسئول عنها، فهذه القضايا ليست عقلية خالصة أو تجريبية خالصة، أما أنصار المعرفة الحسية أو المذهب الحسي، فهي عندهم قضايا حسية ومصديقيتها وصدقها وضرورتها إنما هو الخبرة الحسية المستمدة من الواقع الخارجى.

وبالرغم من التشابه الظاهري بين المذهبين العقلي والحدسي إلا أننا نجد العقليين يرفضون القول بالحدس كميّار لهذه القضايا لأن الحدس عندهم يتعارض مع الاستدلال، حتى أن أفلاطون يشبه العلاقة بين الحدس والاستدلال بالعلاقة بين المعرفة والظن أو بين رؤية الشيء رؤية مباشرة ورؤيته بشكل غير مباشر من أجل الوصول إلى الحقيقة، ولما كانت الرياضيات في رأى أفلاطون هي التي تربيّ الذهن من أجل إدراك الحقائق الأولية التي هي موضوع الدراسة الجدلية، فالدراسة الجدلية تنمى ملكات التعميم والتجريد التي يستخدمها العقل في بحث أرفع موضوعاته، ومن هنا كانت الرياضيات عنصراً أساسياً في تكوين الفيلسوف، إذ أنها هي التي تعلو به فوق عالم التغير وتنقله إلى عالم الوجود الأزلي.<sup>(17)</sup>

ويعرف "أرسطو" 384 ق م القضايا الأولية بأنها " القضايا المباشرة التي يفهم معناها دون الاستعانة بقضية سابقة عليها، وذلك يجعلها أكثر قبولاً لدى العقل فيقبلها دون عناء أو تردد "،<sup>(18)</sup> أى أن هذه القضايا عند " أرسطو" تمثل الحدود التي يجب أن تقف عندها حركة التراجع الناشئة عن تعريف الحدود بما سبق تعريفه إلى أن نصل إلى معانٍ نضطر إلى التوقف عندها واعتبارها نقطة بدء لا ترتد إلى غيرها"<sup>(19)</sup> وهذه القضايا عند أرسطو بمثابة مبادئ أنطولوجية عرضها "أرسطو" في كتابه "الميتافيزيقيا" في صورة قوانين الفكر الأساسية، ولم يقترحها "أرسطو" ابتداء لكنه تعمق مصدرها فيعلن أنها في الأساس مبادئ أنطولوجية أى هي مبادئ للوجود بما هو موجود، ثم تصبح بعد ذلك مبادئ أساسية للفكر، ويرى أرسطو أن جميع العلوم والمعارف التي يعترف بصحتها من الناحية المنطقية هي إما أن تكون معارف أولية تعبر عن الجانب العقلي من المعرفة البشرية، وإما أن تكون مستنتجة من تلك المعارف الأولية، وهي الأساس للمعرفة البشرية على العموم من قبيل مبدأ عدم التناقض والذاتية والثالث المرفوع، فيقول "أرسطو" في التحليلات الثانية " ليت شعري - أهذه الملكات (المبادئ الأولية) تحدث فينا من حيث لم

تكن موجودة فينا ونحن ناسون لها ؟ فإن كنا مقتنيين لها فيكون شنعاً، وذلك أنه قد يلزم أن نكون مقتنيين لعلوم أشد استقصاء من البرهان ونكون ناسين لها، وإن كنا إنما نتناولها بعد أن لم نكن مقتنيين لها فيما تقدم، فكيف يكون لنا السبيل إلى أن نعلمها ونتعلمها من حيث ليس عندنا معرفة متقدمة الوجود" <sup>(20)</sup>، ولهذا المبادئ الأولية دور هام في المعرفة اليقينية المباشرة عند أرسطو، لذلك انتقد أرسطو رأي أفلاطون القائل " بأن هذه المبادئ مغروزة في النفس منذ الولادة ونحن نتذكرها استناداً إلى نظرية التذكر الأفلاطونية الشهيرة، إذ كيف تكون فينا دون أن نعلم بها، مع أنها أشد استقصاء من البرهان، كما يرفض أرسطو القول بأنها معارف مكتسبة لأن معرفتها متقدمة الوجود فلا يمكن أن تكون مكتسبة" <sup>(21)</sup>

إن الرياضيات عند أرسطو هي علم برهاني يتسم باليقين، وهذا العلم يحتاج دائماً إلى نقطة بدء أى أسس ومبادئ يبدأ منها برهان القضايا، وهذه الأسس قليلة وغير قابلة للبرهنة في العلم نفسه، أى في الرياضيات ذاتها، وإن كانت تبرهن في علم أعلى كالميتافيزيقا التي هي علم المبادئ الأولى للوجود، وأرسطو في ترتيبه للعلوم يعد أدقها هو أقربها إلى المبادئ الأولى، لذلك جعل الرياضيات أولاً، وجعل الحساب قبل الهندسة، ثم ميز أرسطو في " التحليلات الثانية " بين الأسس والمبادئ المشتركة لكل العلوم، وهي قوانين الفكر الأساسية: الهوية وعدم التناقض، والثالث المرفوع، وبين الخاصة لكل علم على حدة، والمبادئ الخاصة بالرياضيات عنده هي :-

أ- التعريفات للحدود المستعملة .

ب- البديهيات التي هي واضحة بذاتها وبغير حاجة إلى برهان مثل الكل أكبر من الجزء .

ج- المسلمات التي نصادرها عليها كي نؤسس العلم ونقيم البرهان، وقد لا تكون واضحة ولكنها تتضح فيما بعد .

وإذا انتقلنا إلى " إقليدس " 300 ق م مؤسس علم الهندسة نجد أنه يرى بضرورة وأهمية القضايا الأولية لأن على أساسها تبنى كل المفاهيم والأنساق الرياضية، شأنها شأن من يضع اللغة، نراه عادة يبدأ بمفردات يبنى عليها سائر المفردات، فهي بمثابة المنطلقات الثابتة التي لا بد منها منهاج برهاني استنتاجي فهي حقائق مسلمة برهان وبدلالة، وهذه المبادئ قسمها " إقليدس " إلى ثلاثة هي المفاهيم والبديهيات والمصادرات ، وأشترط أن يكون قد سبق البرهنة

عليها، وهكذا دواليك، غير أننا لا نستطيع أن نتابع هذه الحركة الراجعة إلى ما لا نهاية متعقبين سلسلة البراهين في الاتجاه العكسي، وليس ثمة استدلال دون معطيات أولية. ونقطة البداية هنا قضايا ليست نتائج لأي برهان وتسمى هذه القضايا الأولية بالمبادئ<sup>(22)</sup>

أما القضايا الأولية عند العرب فقد عدها العرب بمثابة المقدمات الضرورية لكل نسق استنباطي والقاعدة الصحيحة لبناء أى نظرية رياضية " فالفارابي " على سبيل المثال حصر هذه المبادئ في ثلاثة أنواع :

الأول: المبادئ الخاصة بالمعرفة الهندسية .

والثاني: المبادئ الخاصة بالمعرفة الخلقية .

والثالث: المبادئ الأولى الخاصة بالمعرفة الميتافيزيقية التي بها تعرف العلل الأولى للأشياء من حيث أصولها، ومراتبها، ونتائجها

أى أن هذه المبادئ عند "الفارابي" توجد في الهندسة والأخلاق والميتافيزيقا، وأعتبر الفارابي أن صحة هذه المبادئ إنما يتوقف على العقل الفعال، وذلك أنه سعى فعلاً لأن العقل المستفاد عند الإنسان ينفع به، ومن هنا يظهر تلاقى نظرية المعرفة عنده بنظرية الفيض، ويظهر أيضاً إلتقاء الفلسفة بالتصوف، وأول ما يحصل في العقل الإنساني بتأثير العقل الفعال من المعقولات هي المبادئ الأولية أو البديهية، ويعرف " الفارابي " المبادئ الأولية بأنها " المعقولات الأولى التي تكون مشتركة لجميع الناس مثل الكل أعظم من الجزء، وأن المقادير المساوية للشئ الواحد متساوية " <sup>(23)</sup>، ويرى " الفارابي " أن الوصول إلى اليقين الضروري لا يتم فقط عن طريق القياس والبرهان، إنما أيضاً يتم عن طريق المبادئ الأولية الموجودة عند الإنسان، وهذه المبادئ يصل إليها الإنسان بطريقتين لا ثالث لهما وهما :الأول: الحاصل بالطباع

والثاني: الحاصل بالتجربة .

والحاصل بالطباع هو الذى حصل لنا اليقين به من غير أن نعلم من أين حصل ولا كيف حصل، من غير أن نكون شعروا في وقت من الأوقات أننا كنا جاهلين به، ولا أن نكون قد تشوقنا إلى معرفته، ولا جعلناه مطلوباً أصلاً في وقت من الأوقات، بل نجد أنفسنا كأنها فطرت عليه من أول كوننا، كأنه غريزي لنا لم نخل منه، وهذه تسمى المقدمات الأول الطبيعية للإنسان، وتسمى

المبادئ الأولى<sup>(24)</sup>

وإذا كان الفارابي يوافق "أرسطو" في القول بوجود مبادئ أولية هي بمثابة الأساس للمعرفة اليقينية الحاصلة لا عن قياس، إلا أنه يختلف معه في أصل هذه المبادئ وبدلاً من أن يفسرها بقوة تشبه ( الحاسة الطبيعية ) عند الحيوان كما فعل " أرسطو " نراه يلجأ إلى مصدر خارجي هو العقل الفعال لتفسيرها، وهذا اتجاه إشراقي يخالف فيه مذهب المعلم الأول، فالفارابي يرى أن تلك المبادئ تحصل في العقل الإنساني بتأثير العقل الفعال الذي يهب العقل الإنساني شيئاً كالنور الذي يغمر الأشياء، فيراها البصر بعد أن كانت موجودة بشكل غير مرئي. وهذه المبادئ يشترك فيها الناس جميعاً فيقول: " الفارابي " فإذا حصل في القوة الناطقة عن الفعل ذلك الشيء الذي منزلته منها منزلة الضوء من البصر، حصلت حينئذ عن المحسوسات التي هي محفوظة في القوة المتخيلة معقولات في القوة الناطقة، وتلك هي المعقولات الأولى التي هي مشتركة لجميع الناس مثل أن الكل أعظم من الجزء، وأن المقادير المساوية للشيء الواحد متساوية " (25)

أما " الحسن بن الهيثم " فيرى أنها مبادئ منطقية تتعلق بصورة الفكر وشكله، ولا تتعلق بمادته وهي مبادئ منطقية لا بد أن يبدأ منها الرياضي، وهذا ما يجعلنا نقول أنه قد سبق أصحاب الاتجاه اللوجستيقي الذين أرجعوا الرياضيات البحتة إلى المنطق الصوري فيقول " ابن الهيثم " الأوليات خاصة بشكل التفكير لا بمادته، وهي تستخدم كما يبدو كقواعد منطقية ضرورية يجب إتباعها في الاستنتاج الرياضي " (26)

أما الرياضي الشهير " أبو نصر السجزي " 415 هـ فقد عرض للمبادئ الأولية من خلال عرضه لمشكلة العلاقة بين التصور والبرهنة، فهو يتناول مشكلة التصور من زاوية محورية في فلسفة الرياضيات، وهي التقابل بينه وبين البرهنة من منظور العقل العارف وقدراته وقابليته، فمن هذا المنظور قد يبدو للنظرة العجلى أن التصور شرط أولى للبرهان، والبرهان بدوره يفض لجلو التصور، لكن ليس الأمر هكذا، فقد استوقفت " السجزي " واقعة رياضية شديدة الخطورة هي أنه لا يمكن أن يوجد تصور لكل شيء يمكن البرهنة عليه، فأصبحت المشكلة هي تحديد العلاقة بين التصور والبرهنة أو القابلية للتصور والقابلية للبرهان. وفي معالجة " السجزي " لهذه الإشكالية طرح منهاجاً بارعاً في الفلسفة الرياضية يتلخص في تصنيف القضايا تصنيفاً تسلسلياً في خمسة أنماط : الأولية ثم الأقل أولية ثم الأقل والأقل أولية، فسيكون التصنيف من حيث

الوضع الذاتي ودرجة اعتماد هذا الوضوح على قدرتنا على إدراك الخصائص حدساً، أو إدراكها في الأشكال فتكون البداهيات هي نقطة البدء أو النمط الأول في هذا التصنيف، لنصل إلى النمط الخامس والأخير وهو القضايا التي يصعب تصورها حتى بعد البرهنة عليها وهذا أيضاً ما أكدته "أبي البركات البغدادي" 429هـ بقوله "ليس تصديق هذه الأوليات من قبل الحس لأن الحس لا يدرك الكلي بل إدراكه مقصور على جزئي واحد أو اثنين فصاعداً يشترط أن يكون إدراكه محصوراً، ولكنه يرجع لغريزة النفس وفطرة العقل حتى متى تصورا العاقل فيها حدى القضية بمفهومها حكم بفطرته فيها بإيجاب أحدهما للآخر أو سلبه عنه من غير حاجة إلى دليل" (27)

لكننا نجد "ابن حزم الاندلسي" يختلف مع "السجزي" و"أبي البركات البغدادي" ويرى أن القضايا الأولية يمكن اكتسابها بالحواس لأنها وسيلة لإدراك بعض هذه المبادئ والمعارف الفطرية مثل الجزء أقل من الكل - الواحد نصف الاثنين - وغيرها من المبادئ الضرورية في العقول (28) أما "الفخر الرازي" 606 هـ فيعرف القضايا الأولية بأنها القضايا المنطقية التي تقبل الحكم بالإثبات والنفي فيقول: "أما الأوليات فهي القضايا التي يكون مجرد تصور موضوعها ومحمولها مستلزماً لحكم في الذهن، إسناد أحدهما إلى الآخر نفياً أو أثباتاً، ثم منها ما هو جلي للكل، ومنها ما لا يكون جلياً للكل لأن تصوره غير حاصل للكل" (29)

وهذا التعريف "للرازي" لا يجعل من هذه القضايا عامة تقبل بلا برهنه كما يعتقد معظم المناطق والرياضيين فهي لا تسلم بها كل العقول على الدوام، بل يمكن القول أنها قضايا نسبية وتحتاج للبرهنة وتحتاج لإثبات صدقها أو كذبها، لهذا يرفض الرازي اعتبار القضايا الحسية من الأوليات لأن قبول هذه القضايا أو رفضها لا يتم إلا من العقل فيقول "أغلاط الحس كثيرة، والتميز بين حقها وباطلها لا يحصل إلا بقوة العقل" (30)

مما سبق يمكن القول أن المناطق العرب قد انقسموا تجاه طبيعة هذه القضايا وطرق إدراكها إلى مذهبين:

المذهب العقلي: ويمثله العقلانيون وهم يعتبرون العقل هو المصدر الوحيد للمعرفة ويمثل هذا المذهب "السجزي" و"الرازي" و"الجرجاني" و"البغدادي" والعقل عندهم هو المصدر للوحيد للمعرفة الحق، وبالتالي تصبح هذه القضايا عقلية، وتتسم بطابع الضرورة والكليّة، وتكون بينه بذاتها

وأولية أي سابقة على كل تجربة بمعنى أنها فطرية لا تحدث اكتساب، وضرورية بمعنى أن صدقها دائم ومطلق في كل زمان ومكان فهي لا تتغير بتغير الظروف والأحوال .

وقد قسم أنصار المذهب العقلاني هذه القضايا إلى نوعين:

النوع الأول: قضايا أولية ضرورية وبديئية وهي معارف تضطر النفس إلى الإذعان بها دون أن تطالب بدليل أو برهان على صحتها مثل النفي والإثبات لا يصدقان معا في شئ واحد، الحادث لا يوجد بدون سبب .

النوع الثاني: قضايا نظرية لا تؤمن النفس بصحتها إلا في ضوء معارف سابقة، فيتوقف صدور الحكم في تلك القضايا على عملية تفكير واستنباط للحقيقة من حقائق سابقة أوضح منها كما في القضايا التالية (الأرض كروية - الحركة سبب الحرارة - المادة تتحول إلى طاقة) وما إلى ذلك من قضايا الفلسفة والعلوم، فإن هذه القضايا حين تعرض على النفس لا تحصل على حكم في شأنها إلا بعد مراجعة للمعلومات الأخرى ولأجل ذلك فالمعارف النظرية مستندة إلى المعارف الأولية الضرورية، فلو سلبت تلك المعارف الأولية من الذهن البشري لم يستطع التوصل إلى معرفة نظرية مطلقة .

إذن المعارف والقضايا الأولية هي الأساس الذي يقوم عليه العلم عند أنصار المذهب العقلي المذهب التجريبي: يمثله الكندي والفارابي والسمنول 570 هـ والكرجي 430 هـ وابن سينا وابن حزم وابن الهيثم " وهؤلاء لم يتوقفوا عند حدود التطبيقات بل تطلعوا إلى إقامة النظرية، فحلوا المعادلات الجبرية، ومزجوا الجبر بالهندسة، وهو ما يعد أهم الثورات المنهجية في العلم الرياضي، وكانوا أول من استعمل الاستقراء الرياضي، وقد أدرك الكندي هذا المبدأ وطبقه في متناقضته اللانهائية عندما وضع نظام بديهيات سماها مقدمات أولية لحساب الأعظام المتناهية وطبقه على اللامتناهي، كما طبق الكندي منطق البديهيات لدراسة إمكانية وجود عظم لا متناهي، وهو نفس الأسلوب الذي اعتمد عليه المناطقة المعاصرون عند دراسة عدم وجود تناقض في كيان رياضي معين

وهناك أمثلة أخرى عديدة لتطبيق العرب للأوليات المنطقية والرياضية نذكر منهم على سبيل المثال "يحيى بن عدى" 363 هـ الذي حاول أن يطبق مبادئ المنطق الأرسطي على قضايا لاهوتية ودينية، فأنشأ دراسة للعلاقات، ووضع متناقضة العلاقة الفارغة فسبق بذلك "برتراند راسل"

(1970) ولهذه المتناقضة علاقة بمتناقضة الفيلسوف اليوناني "ابمنديس (7 ق.م) متناقضة " الكاذب" وبمتناقضة " راسل " " مجموعة المجموعات التي ليست عنصراً من نفسها، فإن كانت عنصراً من نفسها كمجموعة فهي من المجموعات التي ليست عنصراً من نفسها، فهي إذن ليست عنصر من نفسها وإن لم تكن عنصراً من نفسها، فهي المجموعات التي ليست عنصراً من نفسها فيجب أن تكون عنصراً من نفسها لأنها تحوي تلك المجموعات حصراً .

أما متناقضة يحيى بن عدي فتنشأ عن تعريفه علاقة بين شيئين " هي العلاقة الفارغة بلغة المنطق الحديث " إذا لم تكن بينهما علاقة من أي نوع آخر، أي هي نفى لكل العلاقات بين هذين الشيئين، فإن كانت هذه العلاقة قائمة بين الشيئين فلا علاقة بينهما وإن لم تكن بين هذين الشيئين أي علاقة، فهذه العلاقة الفارغة قائمة بينهما أي أن هذه العلاقة الفارغة هي عنصر في مجموعة العلاقات بين الشيئين إذا لم تكن عنصراً منها والعكس صحيح وهذه مشابهة لمتناقضة راسل التي صحت أسسها نظرية المجموعات والعلاقات في المنطق الرياضي<sup>(31)</sup>

لقد جمع المناطق والرياضيين العرب بين المفاهيم الأولية " القبلية " والتطبيقية في نفس الوقت ولم يقولوا أن التجربة الحسية هي المصدر الوحيد لمعرفة هذه القضايا كما أنهم لم ينفوا أو يستبعدوا تماماً المعارف القبلية " الأولية " أي أن أنصار هذا المذهب قد جمعوا بين الاتجاه الذاتي والاتجاه الموضوعي في المعرفة، ولوقمنا بعقد مقارنة دقيقة بين مفهوم القضايا الأولية عند المناطق والرياضيين العرب وعند المناطق والرياضيين المعاصرين، سنجد الاتفاق إلى حد بعيد بين الفريقين، وهو ما يدل على أصالة العلم العربي وسبق العرب في عرض وطرح قضايا فكرية صارت تمثل في وقتنا الحاضر إشكاليات وأزمات فكرية لا يزال يدور حولها النقاش العلمي والفلسفي، فقد سبق العرب إلى اعتبار هذه القضايا قضايا تقبل بلا برهان وأنها تحصيل حاصل وبها يبدأ كل استدلال وهي قضايا يوجبها العقل ويقر بضرورتها وهو نفس التعريف الذي وضعه " برتراند راسل " في " البرينكيبا ماتيماتيكاً"<sup>(32)</sup> ووصفها " فيتنجشتين 1951" في رسالته المنطقية الفلسفية بأنها قضايا تحصيل حاصل<sup>(33)</sup> لكنه اعتبرها قضايا لغوية في المقام الأول، وأعتبر أن نسق العبارة اللغوية ومواضعها هو الذي يمنحها صفة الضرورة

وكان فيتجنشتين" يقصد بتحصيل حاصل أنها قضايا تحليلية لا تخبرنا بشيء عن الواقع لكنها ليست بلا معنى لها، لأنها جزء من لغتنا الرمزية، بمعنى أننا إذا أخذنا أى نسق رمزي أو أى لغة فمن الممكن إقامة قضايا سابقة باستنباط .

وهذا ما يراه أيضا "هانز هان" Hans Han الذى فسر القضايا الأولية فى إطار نظرية المواضعة التى أسسها "راسل" ووايتهد فيقول هانز هان: "القضايا الأولية هى تشريعات لغوية وصدقها إنما يعتمد على طريقة استخدامها فمن المستحيل أن نقول عن شئ أنه موجود وهو ليس موجودا، وهذا القانون المنطقي فى الأصل قانوناً لغوياً أو عبارة لغوية ضرورية، وكذلك مبدأ عدم التناقض ومبدأ الثالث المرفوع لا يقولان شيئاً عن العالم إنما يضعان تشريعاً لطريقة حديثنا عن الأشياء، فإذا قلنا قضية ما فيمكننا أن نستنبط منها قضية أخرى لأننا لا ندرك مباشرة كل ما هو متضمن فى القضية الأولى ونتوصل إلى ذلك باستنباط" <sup>(34)</sup>

أنواع القضايا الأولية عند العرب :

قسم المناطق والعلماء العرب المبادئ الأولية أو مقدمات النسق الاستنباطي إلى ثلاثة أقسام هى التعريفات والبدهييات والمصادرات .

أولاً – التعريفات : ويقصد بها الألفاظ التى يستخدمها أيّا من فروع العلم الرياضى، وهذه التعريفات ليست قضايا لأنها لا تعنى وجود شئ أو عدم وجوده، فلا يشترط وجود ما هو معرف كما أنها لا يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب، فالتعريف يجب أن يكون اصطلاحياً كتعريف لفظ معين كى يشترط فيه الوضوح، ولكل علم تعريفاته الخاصة التى تمثل الركائز الأساسية التى يقوم عليها هذا العلم، وبدونها لا يمكن فهمه أو تحصيله مثلاً الهندسة تتعلق بمجموعة من التعريفات مثل (النقطة – المثلث – الخط . . الخ) وسائر التعريفات الرياضية هى قضايا يضعها الرياضى لتحديد مفهوم الألفاظ والمصطلحات الرياضية كالعدد، والتساوى، والجمع، والطرح، والضرب، والقسمة والزوايا . . الخ، والألفاظ المستخدمة فى التعريف الرياضى إما أن تكون حدوداً وإما أن تكون .. علاقات، مثل علاقة التوازي والتقاطع فى الهندسة، ومثل علاقة يساوى – أكبر من – أصغر من فى الحساب.

ولما كان العقل هو الذى يخترع مختلف الموضوعات الرياضية، فمن الطبيعى " أن تكون التعاريف التى تعبر عن هذه الموضوعات تعاريف أسمية" <sup>(35)</sup> ويترتب على ذلك أنها نسبية من حيث كونها

من عمل العقل الثابت في جوهره " فالعقل بملكه خاصة منه ، وبتركيب قبلي موجود به التصورات الرياضية، وبالتالي تعريفاتها المكونة لها لماهياتها – ومن هذه التعريفات يمكن استخلاص كل خواص الشيء المعرف وذلك بواسطة الاستدلال " (36)

ويرى الكندي أن التعريفات تدخل ضمن " الشرائط الوضعية " و أن الرياضي والمنطقي لزاما عليه تحديد معاني ألفاظه التي ينوي استخدامها، لكي يمنع " اللبس باشتباه الأسم " على حد قوله " ويحدد الكندي معنى كلمة "العظم وهو من المفاهيم الرياضية الأساسية و" الأعظام "عنده ثلاثة أشياء، هي الخطوط والسطوح والأجرام وفي ذلك يقول : " إن قولنا في هذه الصناعة عظم إنما نعني به أحد ثلاثة أشياء، أما ما له طول فقط – أعني به الخط، وإما ماله طول وعرض فقط ، أعني به السطح وأما ماله طول وعرض وعمق أعني به الجرم " (37) وكان ابن سينا يقول : " .. وكل من تلفظ بلفظ فعليته تحديده إذا أجاد العبارة لما يقصد إليه من المعنى، ولا مناقشة معه البتة، إلا إذا كان قد زاغ عما قصده بشئ مما سيقوله " (38)

شروط التعريف :

يشترط العلماء عدة شروط في التعريف الرياضي وهي :

أنها تعريفات اشتراطية أو إجرائية بمعنى أن العالم الرياضي حر في البدء بالتعريفات التي يرضيها، وأن تكون متسقة فيما بينها وفي حدود النسق الرياضي كله بحيث لا يكون أحد التعريفات نافياً لتعريف آخر أو متناقضاً معه أو مع البديهيات أو المصادرات الواردة في النسق الرياضي كله، وأن يكون التعريف مؤدياً للغرض الذي وضع من أجله بلا زيادة أو نقصان، وأن تكون كافية لتوضيح كافة الألفاظ المستخدمة في النسق الرياضي بحيث لا تصادف في داخل النسق لفظاً إلا ونستطيع أن نرده إلى المعارف أو اللامعارف مثال :- الخط ماله طول وليس له عرض (39)

ويفرق الرياضيون والمناطق بين التعريفات الرياضية والبديهيات، فالتعاريف الرياضية ليست ضرورية وعامة كما هي الحال في البديهيات والمصادرات، فهي تتوقف على إرادة المعرف وعلى ما تتفق أو تتواضع عليه، أما البديهيات فهي قواعد عامة يجب على العقل احترامها، وإلا وقع في التناقض (40)

لكن هناك من يرى أن البديهيات بعضها مجرد تعريفات أو نتائج مباشرة لتعريفات فنحن لا نستطيع مثلاً أن نعرف الكل والجزء دون أن نضمن في التعريفات - أن الكل أكبر من الجزء،<sup>(41)</sup> "فالحسن بن الهيثم" يعرف للخط بأنه طول لا عرض له، ويعرف النقطة بأنها: "شيء لا بعد له كما يعرف السطح ويطلق عليه "البسيط" حيث أن السطح : - شيء له بعدان وهو السطح، ويعرف السطح ويعرف الجسم بأنه "شيء له أبعاد ثلاثة" <sup>(42)</sup>

وكان أرسطو يرى أن هناك اختلافاً واضحاً بين البديهيات والتعريفات، فالتعريف تركيبى والبديهية تحليلية. كما أن التعريف قد يعرفنا بالماهية وبالطبيعة المعرفة فيقول في تحليلاته الثانية: "إن التعريف هو طلب ماهية الشيء المراد تحديده ولا يأتى تعريف الشيء إلا بعد التحقق من وجوده" <sup>(43)</sup> ويتفق الإمام الجوينى 478هـ مع أرسطو في هذه التفرقة بين التعريف والبديهية فيقول في كتابه "الكافية في الجدل" الحد اختصاص المحدود ويوصف بخلص له، وقد قيل إنه الجامع المانع <sup>(44)</sup>

ثانياً:- البديهيات

البداية لغة واصطلاحاً هي أول كل شيء، وما يفجأ من الأمر.

البديهية: هي المعرفة التي يجدها الإنسان في نفسه من غير أعمال للفكر ولا علم بسببها، وهي قضية اعترف بها، ولا يحتاج في تأييدها إلى قضايا أبسط منها مثل : أنصاف الأشياء المتساوية متساوية

وجاء في المعجم الفلسفى البديهيات Axiomos هي قضية أو مبدأ يسلم بها لأنها واضحة بذاتها ولا تحتاج إلى برهان كالمبادئ العقلية والأوليات والضروريات ومنها ما يستخدم في جميع العلوم، أو علوم بعينها كمبادئ البرهنة الرياضية <sup>(45)</sup>

إذن البديهية هي مجموعة من الحقائق المعروفة سلفاً أو المعروفة من خلال الحدس، وقد أشار أرسطو "إلى أن بعض المفاهيم يجب أن تبقى غير معروفة وإلا سوف لا تكون هناك نقطة بداية، لذا فإن بعض المصطلحات كالنقطة والخط المستقيم يمكن أن تبقى غير معروفة ولكن معناها يعتمد على البديهيات التي تشرح صفاتها" <sup>(46)</sup>

والبديهيات لا بد أن يسبقها تصور فبدون التصور العقلى يتعذر علينا أن نقول عن شيء على الإطلاق، ومن هنا نخلص إلى أن التصور هو منبع البديهيات وهو في نفس الوقت الذى يعيننا

على اتساق النسق، وعدم تناقضه، وحينما نختار البديهيات فإننا لا نختار إلا القضايا الأساسية وما يسمى بمفتاح القضايا التي تدور حول تصور من التصورات بحيث تكون هذه كافية لكي يستنبط منها كل القضايا المشتقة التي تغطي علم من العلوم

إن البديهية هي افتراض يكون مقدمة باستنتاج تصريحات أخرى منطقياً، والبديهيات لا يمكن أن تشتق بمبادئ الاستنتاج كما لا يمكن إثباتها عن طريق برهان شكلي آخر نستنتج منه منطقياً وإلا سيفترض تسميتها نظريات.

عرف "الفارابي" البديهيات بأنها "المعقولات الأولى أو الفطرية أو الضرورية أو الأوائل المتعارفة" تحصل للإنسان منذ أول مرة من حيث لا يشعر ولا يدري كيف ومن أين حصلت <sup>(47)</sup>

إن البديهيات عند الفارابي يصدق بها العقل الصريح لذاته وبفطرته لا لسبب من الأسباب الخارجية عنه من تعلم أو تجربة ولا تدعو إليها قوة الوهم أو قوة أخرى من قوى النفس، كقولنا: الكل أكبر من جزئه، المساويان لشيء ثالث متساويان.

أما ابن حزم الأندلسي فقد عد البديهيات من وظائف الحاسة الخاصة أو الحاسة السادسة، وهي إحدى الإدراكات العقلية، أي أنها تأتي عن طريق الحدس، لهذا يقول: "من معارف النفس ما ادركت بحواسها الخمس ثم عد الإدراك السادس: علمها بالبديهيات" <sup>(48)</sup>

وويتفق الفيلسوف المعاصر "كارل بوبر" (1994) مع ابن حزم في ارجاع البديهيات إلى قوى الحدس ويعرف بوبر المعرفة الحدسية قائلاً "هو ما يسنح للذهن دفعة واحدة ويكون صواباً" <sup>(49)</sup>

إن الحدسيين بصورة عامة ينظرون للبديهيات بوصفها أحكام تركيبية قبلية، وليس هناك ما هو أشد وضوحاً منها حتى تشتق منه، ويقسمون مبادئ العقل وأوليياته إلى نوعين :-

الأول: مبادئ تنطبق على الكم كما تنطبق على الكيف.

الثاني: مبادئ لا تنطبق إلا على الكم فقط، وهي البديهيات وهي عندهم لا ترد إلى مبادئ العقل ولا إلى مبادئ المنطق، وتوصف بأنها تحليلية وواضحة وضوحاً ذاتياً وضرورية.

من الحدسيين المعاصرين الفيلسوف الفرنسي الذين دافعوا عن حدسية البديهيات هنري بوانكاريه ، كما دافع عن دور الحدس في الاستدلال، وأكد على أن المنطق الخالص لا يساعدنا بمفرده على خلق الجديد فيقول: "المنطق الخالص وحده لا يمكن أن يقودنا سوى إلى

تحصيلات حاصل، إنه لا يستطيع أن يخلق جديدا، وبالاعتماد عليه وحده لا يمكن أن يقوم علم من العلوم<sup>(50)</sup>

أى إن البديهيات عند "بوانكاريه" ليست تطبيقات مباشرة لقواعد المنطق أو هي مشتقة من مبدأى الذاتية وعدم التناقض، وقيام أي علم كالحساب والهندسة يحتاج إلى شيء آخر غير المنطق الخالص، وهذا الشيء الآخر هو الحدس.

ويضرب بوانكاريه أمثلة للبديهيات الحدسية بالبديهيات التالية :-

1- المقدران المساويان لثالث متساويان.

2- إذا كانت نظرية صحيحة بالنسبة للعدد 1، وإذا برهنا على أنها صحيحة بالنسبة ل (ن+1) شريطة أن تكون صحيحة بالنسبة ل (ن) فإنها صحيحة بالنسبة لجميع الأعداد الصحيحة .

3- إذا كانت النقطة (ج) توجد بين (أ) و(ب) على مستقيم وإذا كانت النقطة (د) توجد بين (أ) و(ب) فإن النقطة (د) توجد بين (أ) و(ب).

4- من نقطة خارج مستقيم لا يمر إلا مواز واحد لذلك المستقيم كل هذه البديهيات الأربع يمكن إرجاعها إلى الحدس، ومع ذلك فإن الأولى صياغة لقاعدة من قواعد المنطق وأما الثانية فهي حكم تركيبى قبلى خالص، وإنها أساس الاستقراء الرياضى الدقيق، وأما الثالثة فهي استدعاء للخيال، وأما الرابعة فهي تعريف مقنع<sup>(51)</sup>

لابد أن نشير هنا إلى أن "الشريف الجرجاني" 816هـ قد رفض الجمع بين الحدس والتجربة كمصادر للبديهية قبل الفلاسفة المعاصرين بقرون عدة فيقول في كتابه التعريفات "البديهي هو الذى لا يتوقف حصوله على نظر وكسب سواء احتاج إلى شيء آخر من الحدس والتجربة أو غير ذلك، أو لم يحتاج فيرادف الضرورى<sup>(52)</sup>

أقسام البديهيات عند العرب :

قسم العرب البديهيات الى ثلاثة أنواع مختلفة

أولاً: البديهيات الحسابية

وهي مثل الإدراك العقلى المباشر لمجموع عددين، وقد عرف العرب هذه البديهيات من آيات القرآن الكريم قبل معرفتهم بها من التراث اليونانى، وهناك أمثلة كثيرة لهذا النوع في القرآن

الكريم منها قوله تعالى " فمن لم يجد فصيام ثلاثة أيام في الحج، وسبعة إذا رجعتكم، تلك عشرة كاملة " البقرة<sup>136</sup>

فقوله تعالى " تلك عشرة كاملة " هي جمع للثلاثة والسبعة وهي نتيجة يدركها العقل إدراكا مباشرا وسريعا لا يحتاج فيها إلى الجمع أو الجهد العقلي، ومنها أيضا ذكر عددتين منسوبين إلى بعضهما، ثم ذكر عددتين آخرين بنفس النسبة بحيث يغنى ذكر الأولى عن الثانية وتكون بديهية للأولى وهي مثل قوله تعالى " يا أيها النبي حرّض المؤمنين على القتال إن يكن منكم عشرون صابرون يغلبوا مائتين، وإن يكن منكم مائة يغلبوا ألفا من الذين كفروا بأنهم قوم لا يفقهون الآن خفف الله عنكم وعلم أن فيكم ضعفاً فإن يكن منكم مائة صابرة يغلبوا مائتين وإن يكن منكم ألفا يغلبوا ألفين بإذن الله والله مع الصابرين " الانفال 65-66

فقوله تعالى " وإن يكن منكم مائة يغلبوا ألفا، فهم مضمونه مما قبله، وكذا قوله بعد التخفيف (وإن يكن منكم ألفا يغلبوا ألفين " مفهوم من قوله قبله (فإن يكن منكم مائة صابرة يغلبوا مائتين ) لقد جمع العرب في البديهيات الرياضية بين الجانب النظري والجانب التطبيقي للعلم الرياضي وهو ما تنادى به الاتجاهات المعاصرة الآن، فلو نظرنا لبديهية الكندي الرابعة التي تقول " كل جرم متناهي العظم إذا جمعنا كان الكائن عنهما متناهي العظم وهذا واجب في كل عظم وكل ذي عظم " (53)

وتكمن أهمية هذه البديهية في علاقتها بالاستقراء الرياضي "فالكندي يطبق منطق البديهيات لدراسة إمكانية وجود عظم لأمتناه، وهذا هو نفس الأسلوب الذي وضعه علماء المنطق الرياضي بدراسة عدم وجود تناقض في كيان رياضي معين وكذلك نجد "الفارابي" يحرص على إبراز الجانب التطبيقي "الاستقرائي" في الرياضيات فنراه يقسم علم العدد إلى علمين أو قسمين " أحدهما علم العدد العملي، والآخر علم العدد النظري، والعمل يفتحص عن الأعداد من حيث هي أعداد معدودات تحتاج إلى أن يضبط عددها من الأجسام وغيرها مثل رجال وأفراس وهي التي يتعاطاها الجمهور من المعاملات السوقية والمعاملات المدنية، أما النظري فإنه إنما يفتحص عن الأعداد بإطلاق على أنها مجردة في الذهن عن الأجسام وعن كل معدود منها، وإنما ينظر فيها مخلصاً عن كل ما يمكن أن يعدبها من المحسوسات ومن جهة ما يعم جميع الأعداد التي هي أعداد المحسوسات وغير المحسوسات .. فعلم العدد النظري يفتحص عن الأعداد على الإطلاق

وعن كل ما يلحقها في ذواتها مفردة عن غير أن يضاف بعضها إلى بعض وهو الزوج والفرد والزيادة والنقصان والقسمة والضرب والتشابه والتناسب ..الخ،<sup>(54)</sup> وهذا التصور نراه أيضا عند بعض الفلاسفة المعاصرين المدافعين عن تجريبية البديهيات وتطبيقها أمثال "كارل هامبل Hample" الذي ينظر إلى العلم الرياضي على أنه علم تجريبي لا يختلف عن سائر العلوم التجريبية الأخرى كالفلك والفيزياء والكيمياء إلا أن مادة موضوع الرياضيات تكون أكثر عمومية من غيره في أي مجال من مجالات البحث العلمي، وأن قضايا الرياضيات قد اختبرت وتأكّدت باقتناع أكبر من قضايا العلوم الأخرى كالفلك والفيزياء"<sup>(55)</sup>

ولكن هناك اتجاهات معاصرة أخرى ترفض التصور الذي يقول به الفارابي وكارل هامبل من بعده للبديهيات والذي يجمع بين النظرية والتطبيق وهؤلاء هم أنصار الاتجاه التصوري الذي يرى أنصاره أن البديهيات الرياضية هي بديهيات صورية بحتة ولا تتعلق بالعالم الواقعي أو عالم الأشياء الفيزيائية، فالرياضية كما يرى فيلسوف العلم المعاصر هانز رايشنباخ تتضمن نسقا من المبادئ التي تربط التصورات الرياضية بعضها ببعض، ومن ثم فإن النسقية الخالصة للرياضيات لا تؤدي على الإطلاق إلى الكشف عن مبادئ النظريات التجريبية،<sup>(56)</sup> ويؤكد رايشنباخ أن من الخطأ القول بأن البديهيات الهندسية تنبؤنا بشيء عن المكان الفيزيائي لأن هذا من شأن النظرية الفيزيائية فحسب، وعلى ذلك لا يصح أن نقول أن الرياضيات وعلم الفيزياء ما هما إلا نسق واحد، إذ لا بد أن نميز بين السؤال المتعلق بصحة انطباق البديهيات على العالم الفيزيائي، السؤال الخاص بإمكان صدق الأنساق البديهية المختلفة<sup>(57)</sup>

والرياضة البحتة إنما تقتصر نفسها على استدلال صيغة معينة من صيغة أخرى وهذه عن ثالثة والثالثة عن رابعة، وهكذا حتى تنتهي إلى سلسلة من المسلمات تفرضها في البداية كالتعريفات التي تشترطها لبعض الألفاظ المستخدمة في استدلالنا، وكالبديهيات التي يفرض فيها الصدق بغير برهان

ثانيا :- البديهيات اللغوية

وكان العرب يقصدون بها البديهية الدال على بدايتها المدلول اللغوي لكلمة أو جملة سابقة، ولهذه البديهية أمثال كثيرة في آيات القرآن الكريم مثل قوله تعالى "أو كصيب من السماء فيه ظلمات ورعد وبرق" البقرة 19

وفي لسان العرب" الصوب: نزول المطر، ثم قال: والصيب السحاب ذو الصوب<sup>(58)</sup>  
وجاء في البحر المحيط : الصيب " المطر والسحاب أيضا<sup>(59)</sup>  
ومنها قوله تعالى "سبحان الذي أسرى بعبده ليلا" الإسراء<sup>1</sup>

والإسراء من السرى، وهو سير عامة الليل، وإذا كان الإسراء لا يكون إلا بالليل، فهذه مسألة بديهية تعرف بأوليات العقل .  
مصادر البديهية اللغوية :-

وللبديهيات اللغوية عند العرب ثلاثة مصادر لا رابع لهم

الأول :- ما جاءت بداهته من حيث أن النص الثاني نتيجة بديهية للنص الأول، وهذا مثل قوله تعالى: "فصيام ثلاثة أيام في الحج وسبعة إذا رجعتن" البقرة 196 حيث قال بعدها "تلك عشرة كاملة"، وهي نتيجة حسابية لا تحتاج إلى أكثر من توجه العقل ويستند إدراكها إلى النص الأول مع التوجه العقلي الأولى لإدراكها .

والثاني:- ما جاءت بداهته من التوجه العقلي الأولى دون استناد إلى نص سابق كمقدمة له مثل قوله تعالى "ثم إنكم بعد ذلك لميتون" المؤمنون<sup>15</sup>

فان إدراك هذا الأمر البديهي معلوم لا يحتاج إلى أكثر من توجه العقل توجهها أوليا حتى ولم يسبق نص يقرره أو يؤدي إليه بالضرورة، يقرره أو يؤدي إليه بالضرورة<sup>(60)</sup>

الثالث: من البديهيات أيضا الجملة الخبرية القطعية الثبوت، ويراد بها الجملة التي تفيد معلومة لا يختلف فيها اثنان ولا تحتاج إلى تقرير، وتبقى الحكمة في إيرادها، ومن ذلك قوله تعالى مخاطبا نبيه صلى الله عليه وسلم "وما كنت لديهم إذ يلقون أقلامهم أيهم يكفل مريم" آل عمران<sup>44</sup>

ومن المعلوم قطعاً والبديهي أن الرسول صلى الله عليه وسلم لم يكن حاضرا معهم  
ثالثا: البديهيات المنطقية

وهي أعم البديهيات على الإطلاق بحكم أن معايير المنطق عامة وتحتاجها كل العلوم على السواء، وقد ذكر القرآن الكريم صور من هذه البديهيات

الأول:- الجمع بين الشيء ولازمه مثل قوله تعالى "ويقتلون النبيين بغير الحق" البقرة

فمن المعلوم والبديهي أن قتل النبيين لا يكون بحق مطلقا، فمن لازم ( يقتلون النبيين بغير الحق، إذ لا يجوز أن يقتل نبي بحق أبدا .

الثاني :- الجمع بين الشيء وآلته مثل قوله تعالى " وما من دابة في الأرض ولا طائر يطير بجناحيه إلا أمم أمثالكم " الانعام 38

ومعروف أن كل طائر إنما يطير بجناحيه فهما آلة طيرانه التي لا يطير بدونهما .

الثالث: إثبات الشيء ونفى نقيضه وهو مثل قوله تعالى "أموات غير أحياء" النحل 21

فإن الموت والحياة متضادان لا يرتفعان معا ولا يلتقيان معا، ونفى إحداهما هو إثبات للآخر.

الرابع:- الأمر بالشيء والنهي عن نقيضه مثل قوله تعالى "إذ اخذ الله ميثاق الذين أوتوا الكتاب لتبيننه للناس ولا تكتمونه" آل عمران 187

فالبيان يضاد الكتمان، فلما أمر بالبيان كالأمر به نهيا عن الكتمان.

الخامس:- هو الجملة الخبرية القطعية الثبوت وذكرناها سابقا.

وقد كان أبو يعقوب الكندي يطلق على البديهيات المنطقية "المقدمات الأولى الواضحة المعقولة بغير متوسط" (61) ويطلق عليها في موضع آخر "الأوائل المألوفة مقدمات البراهين" (62)

وذكر الكندي بديهياته الست في رسالته "وحدانية الله وتناهي جرم العالم التي جمع فيها بين البديهيات المنطقية والرياضية وصاغها على النحو التالي:-

1- إن كل الأجرام التي ليس منها شيء أعظم من شيء متساوية.

2- والمتساوية أبعاد ما بين نهاياتها واحدة بالفعل والقوة .

3- وذو النهاية لا نهاية له.

4- وكل الأجرام المتساوية إذا زيد على واحد منها جرم، كان أعظمها، وكان اعظم مما كان من قبل أن يزداد عليه ذلك الجرم.

5- كل جرمين متناهي العظم إذا جمعنا، كان الجرم الكائن عنهما متناهي العظم وهذا واجب في كل عظم، وكل ذي عظم .

6- وأن الأصغر من كل شيئين متجانسين، تعد منها والأعظم أو يعد بعضه (63)

والبديهييتين الأولى والثانية هما بدئية التساوي أما البديهية الثالثة فهي تخضع لمبدأ اعدم التناقض، والبديهييتين الرابعة والخامسة تخضعان لبديهية الكل أعظم من الجزء، أما البديهية السادسة فهي تخضع لمبدأ القياس الرياضي .

ومن المعروف أن البديهيات هي قضايا لا تبرهن عند العلماء إلا أن الكندي يقيم برهانا على بديهية التساوى، وعلى أساس برهان الخلف فيقول :-

" الإعظام المتجانسة التي ليس بعضها بأعظم من بعض متساوية، المثل أن عظمى (أ) و(ب) متجانسان، وليس أحدهما بأعظم من الآخر، فأقول أنهما متساويان. البرهان: أنهما إن لم يكونا متساويين فأحدهما أعظم من الآخر، فليكن أعظم من ب، إن أمكن ذلك، ف أعظم من ب. وقد تقدم انه ليس بأعظم منه، هذا خلف لا يمكن، فهما إذن متساويان" (64)

نقد العرب لبديهيات إقليدس :

كان العرب أول من انتقد بديهيات "إقليدس" وهو ما يؤكد أصالتهم الفكرية، وأشد هذه الانتقادات تلك التي وجهها "الحسن بن الهيثم" 422 هـ حين انتقد تعريف إقليدس للخطين المتوازيين، والذي اعتبره إقليدس أحد البديهيات اليقينية الضرورية فعند إقليدس المتوازيان هما الخطان اللذان لا يلتقيان في الامتداد، رفض الحسن بن الهيثم هذا التعريف، وعده تعريف لا على فقام بتصحيحه وتبريحه أي جعله رياضيا، إذ ادخل ابن الهيثم مفهوم الحركة والزمن ومفاهيم أخرى كالاستمرارية والبساطة، كما اخضع للانهاية لمبدأ فلسفى رياضى وهو مبدأ التركيبية، وتحدث عن حقيقة الوجود الرياضى بمعناه الحديث، واستعمل بذلك مبدأ الخوارزميات في إنشاء الانهاية، فالانهاية عند ابن الهيثم هي نظام صيرورة دينامى بعكس نظام الخطوط المتناهية الساكن، وهذه هي أهم أساليب المنطق الرياضى الحديث. (65) ' وذهب "ابن الهيثم" الى رأى يعد جديدا بالنسبة إلى البديهيات وهو أن البديهية قد تكون عقلية وقد تكون حسية فيقول: " البديهيات هي الأمور العامة التي تلزم بدئية العقل والحس" (66) أي أن هناك بديهيات مصدرها العقل وأخرى مصدرها الحس، ويضرب أمثلة على ذلك فيقول "أن العظيم ليس يساوى الصغير في القطر وأن الشيء أعظم من جزئه وهذا ما يتعلق بمجال الهندسة وهندسة اقليدس، أما الحساب فبديهياته قليلة العدد، ويمكن إرجاعها إلى البديهية القائلة بتسلسل الأعداد الصحيحة إلى ما لا نهاية له، وبيان أن الأعداد تنشأ بسبب وضع وحدة معينة هي الرقم واحد، وتستمر بالإضافة إلى هذا العدد أولا إلى نفسه للحصول على عدد 2 بإضافته بعد ذلك إلى كل جديد، وقد أوضح ابن الهيثم ذلك عندما تناول البديهيات الهندسية في كتابة "حل

شكوك إقليدس"، كما تحدث عن البديهية بالتفصيل، وعند ابن الهيثم تعرض قضايا الهندسة قضايا قبلية وهي في نفس الوقت تركيبية، وبذلك يكون قد سبق الفيلسوف الألماني "كانط" الذي ذهب إلى نفس التقسيم بعد ابن الهيثم بقرون عدة، وضرب كانط أمثلة من الهندسة للتدليل على أن قضاياها ليست تحليلية فيقول (أن الخط المستقيم هو أقصر مسافة من نقطتين) "قضية تركيبية" ذلك لأنها تجمع بين صفتين مختلفتين تماما صفة كمية وهي "أقصر خط، وصفة أخرى كيفية وهي "الخط المستقيم وليس من المعقول"<sup>(67)</sup> ووفقا لوجهة نظر كانط تكون استقامة خط من الخطوط وهي صفة كمية متضمنة في كون هذا الخط قصيرا أو طويلا وهي صفة كمية، وهذا معناه إن هذا الحكم تركيبى

إن البديهيات عند "ابن الهيثم" ليست قضايا ضرورية كما أنها ليست من الأوليات لأن الأوليات هي التي لا يستطيع أحد إنكارها دون الوقوع في التناقض العقلي، ولكن ابن الهيثم يرى أنه من الممكن الاستعاضة عن البديهيات الهندسية بغيرها، وهذا مالا يمكن قبوله في الأوليات، وهذا المعنى أكدته أيضا الهندسيات الأقليدية كهندسة "ريمان" (1866) وهندسة "لوبا تشفيسكى" 1850، وقد فرق ابن الهيثم بين البديهيات والأوليات "فالبديهيات تستخدم كمقدمات الاستنباط والنتائج التي ترتب عليها هي أقل عموما من الأوليات، أما الأوليات عنده فهي تتعلق بصورة أو بشكل التفكير لا مادته وهي تستخدم كقواعد منطقية ضرورية يجب اتباعها في الاستنتاج الرياضى<sup>(68)</sup>

ومن البديهيات التي قال بها "ابن الهيثم" "الخط هو طول لا عرض له، والنقطة ليس لها طول ولا عرض ولا سمك"<sup>(69)</sup> وهذه البديهيات هي في حقيقتها تعريفات ويبدو أن ابن الهيثم قد خلط بين التعريف والبديهية وجعلهما مترادفان، وهناك من الفلاسفة المعاصرين من يقول بالتداخل بين البديهية والتعريف أمثال فيلسوف العلم المعاصر "هنري بوانكاريه" والخلاصة أن وظيفة الهندسة عند ابن الهيثم هي إبعادنا عن الأشياء المحسوسة وتقريبنا من الأمور العقلية الخالدة، فالكون في نظر العالم والفيلسوف يستمد مقوماته من خصائص وأصول رياضية، ومع ذلك فإنه لا يهمل الاستخدام العملى للرياضيات أى الجانب التطبيقي فيها.

خصائص البديهيات وشروطها عند العرب:

### للبيدييات شروط عديدة عند العرب وهي

أولاً: البيدييات حقائق ضرورية، فالبيديية قضية ضرورية بمعنى أن العقل يوجبها، وهي صادقة صدق دائم، ويعرف القاضي عبد الجبار الضرورة بأنها "في أصل اللغة هي الإلجاء، فقليل علم ضروري، فالمراد العلم الذي يحصل فينا لا من قبلنا ولا يمكننا نفيه عن النفس يوجه من الوجوه"<sup>(70)</sup> أي هي عند القاضي عبد الجبار الفكرة أو القضية العقلية الفطرية المباشرة التي يتفق على صحتها جميع الناس مع تفاوت مداركهم ومعارفهم "فقولنا "ق" ضرورية، إنما يعني من الكذب أنه ممكن أن تكون (ق) كاذبة أو من المستحيل أن تكون كاذبة"<sup>(71)</sup> مثل قولنا النقيضين لا يجتمعان معاً، فإننا لا نحتاج إلى تجربة حسية لإثبات ذلك، إذ أن هذا الحكم صادق بضرورة العقل وهذا ما أثبتت الهندسات اللاقليدية عكسه فقامت هندسة "ريمان" و"لوباتشيفسكي" من مبادئ أخرى غير التي اعتمدها إقليدس، ولم تعد البيدييات بمثابة حقائق مطلقة وضرورية كما لم تعد البيدييات قضايا واحدة ثابتة في جميع الأنساق المنطقية لكنها مجرد صيغ اصطلاحية أو اختيارية يختارها واضع النسق، ويفترض صحتها لكي يشتق منها بقية صيغ النسق "ولهذا نجد الفارابي يفرق بين نوعين من الضرورة:

الأول: الضرورة الفطرية أي اليقين الذي يشعر به الإنسان من أن يعرف من أين حصل ولا كيف حصل يقول الفارابي: "المقدمات الضرورية صنفان: صنف حاصل بالتجربة وهذا معلوم أمره، وصنف آخر حاصل بالطباع وهو الذي حصل لنا اليقين به من غير أن تعلم من أين حصل، ولا كيف حصل، ومن غير أن تكون شعرنا في وقت من الأوقات أننا كنا جاهلين به، ولا أن نكون قد تشوقنا معرفته، ولا جعلناه مطلوباً أصلاً في وقت من الأوقات، بل نجد أنفسنا كأنها فطرت عليه من أول كوننا، كأنه غريزي لنا لم نخل منه"<sup>(72)</sup>

ثانياً: الوضوح الذاتي :

توصف البيدييات عند معظم المناطق بالوضوح الذاتي، وقد كان إقليدس قديماً يميز بين البيديية والمصادرة على أساس الحدس والوضوح الذاتي، فهو يؤمن بصدق البيديية بناء على حدسه له، فالقضية الكل أكبر من الجزء واضحة بذاتها، أي تفرض نفسها على عقل الإنسان دون حجة أو دليل أو برهان، لكننا نرى أن الكندي حين ناقش قضية الوضوح الذاتي يرى أن البيدييات أو المقدمات أو الأشياء المألوفة ليست كذلك حتى أنه يقول "تكاد أن تكون عند

الناس كلهم أو جلهم أو المحمودين منهم غير محتاجة إلى براهين<sup>(73)</sup>، وكان الكندي يرى أن المقدمات المألوفة أو البديهيات ما هي إلا أشياء وضعية مشروطة بالاتفاق على قبولها قبل الدخول في البرهان، أي أنها مسلمات لا بد أن نسلم بصحتها أولاً، وتعبير "شرائط وضعية" الذي يستخدمه يلوح منه أن من حق العالم أن يأتي بالمقدمات التي تشمل التعريفات، وهذه البديهيات والمصادرات أيما شاء على شرط أن يلتزم بهذه التعريفات، وهذه البديهيات والمصادرات في النسق الاستدلالي فيقول "فلنقدم الشرائط الوضعية ولنبين معانيها التي نقصد بها قصدنا لئلا يلزم أقاويلنا اللبس باشتباه الاسم"<sup>(74)</sup>

إن "الكندي" لا ينكر وضوح البديهيات، لكنه يؤكد أن الوضوح مسألة نسبية، وقيم الدليل على وجود هذه النسبية بأن يبين أن ما يؤدي إليه القول بخلافه من تناقض، ويعتمد الكندي في ذلك على برهان الخلف الذي يستخدمه في جميع براهينه، ويستخدم مبدأ عدم التناقض المنطقي، ويستعين أيضاً على إقامة الدليل برمز الرياضيات، وكان الكندي بهذا قد قدم الدليل العلمي على نسبية "الوضوح" في البديهيات، أي أنه قد قام باختيار مدى وضوح البديهيات، وبهذا يكون الكندي قد سبق باسكال 1662م في القول بنسبية وضوح البديهيات فقد كان لبسكال قاعدة تقول: "لا تشترك أياً من المبادئ الضرورية بدون أن تختبر مدى وضوحه"<sup>(75)</sup> وقد أكدت سوزان لانجر s.langer في القرن العشرين هذه القاعدة أيضاً، وبرهنت على أن الوضوح قد لا يكون من الأمور الحدسية فقالت: "إن القدرة على الشك في مثل هذه القضايا إنما يرجع إلى تصوريه الفرد المنطقية، ولعاداته الذهنية فما يكون موضوع معرفة حدسية عند شخص، قد يكون موضوع استدلال بالنسبة للآخر، وما يقبله الجميع قبولاً حدسياً قد يكون باطلاً وتاريخ العلم يزخر بالأمثلة"<sup>(76)</sup>

ويربط معظم الفلاسفة والمناطق بين وضوح البديهية وبقينها، فإذا كانت البداهة تعني الإدراك المباشر للموضوع البديهي الذي يفرض نفسه فرضاً على العقل حيث لا يدع مجالاً للشك، فالبداهة هي: بداهة الموضوع المدرك في حين أن اليقين هو الأثر الذي تخلفه هذه البداهة في النفس والشعور الذي تولده فيها<sup>(77)</sup>، وإذا لم يكن يتعين تحقق شرط الوضوح الأولى أو الذاتيات في البديهيات بمعناها الواسع، وإذا كانت تكتسب وضوحها من أمر يقرره الرياضي الذي يتخذ

إحدى القضايا نقطه بدء له، فمعنى ذلك أن من الممكن تنويع النظريات الرياضية بأن نختار مبادئ أساسية مختلفة .

ومما سبق يتبين لنا أن البديهيات ليست بالضرورة حقيقة بينه بذاتها، لكنها أقرب ما تكون إلى تعبير شكلي منطقي يستعمل في الاستدلال للحصول على أكبر عدد ممكن من النتائج، تعتبر حقائق نظام معرفي مبسطة عندما يتم إثبات أن مجموعه ما من تصريحاته يمكن استخلاصها من جمل قليلة متعارف عليها وواضحة بذاتها، وهذا لا يعنى أنها يمكن أن تكون معروفة بشكل مستقل، أيضاً ترتب على وصف البديهيات بالوضوح الذاتي وصفها بالصدق الضروري، ولما لم تعد البديهية واضحة ذاتيا دائما، فهي كذلك لم تعد صادقة صدقا مطلقا وضروريا، بل أصبح يكفى فيها مجرد افتراض الصدق، ولم يعد هذا المعنى مقصورا على بديهيات المنطق فقط، بل أصبح كذلك منسحبا على بقية الأنساق الصورية، حتى لقد بات من المؤلف الآن في الرياضيات الحديثة أن نصادف البديهية مثل التعريف التالى وهو أنها تلك القضية الأولية الأساسية التي تفترض صدقها، ورغم ذلك لا تزال البديهية توصف بأنها مما لا يبرهن عليه وما يسلم بصحته لا يطلب له برهان أو عليه دليل عند البعض، فيقول بيسون Bison وأكونور O Conور في كتابهما المعنون "مقدمة في المنطق الرمزي" أننا لو قمنا بتحليل البديهيات المنطقية وأخضعناها للبرهان فعلاً لا يردنا إلى ما هو أعم أو أسبق منها على نحو يستلزمها، إنما باستخدام طريقه جداول الصدق، سوف نتبين أنها بالفعل صحيحة وصادقه وأنها تعبر عن تحصيل حاصل<sup>(78)</sup>

ثالثا: الاستقلال: ومن سمات البديهيات الاستقلال وهو يعنى أن تكون البديهيات مستقلة independent، أي لا ينبغي أن يكون من الممكن استنباط بديهيه من أخرى، لأنه في هذه الحالة سيزداد عدد البديهيات، ويتطلب الأمر اختزالها إلى أقل عدد ممكن، ويترتب على هذه الشروط ظهور بعض المشكلات الأساسية التي تواجه أى نسق استنباطي وهي:

- 1- أن على النسق أن يبرهن على عدم تناقض بديهياته.
- 2- لا بد أن يكشف النسق عن استقلال البديهيات .
- 3- لا بد أن يبرهن النسق على تمام completeness البديهيات
- 4- ينبغي أن يكون عدد البديهيات كافيا بحيث يسمح باستنباط المبرهنات من النظرية التي

لدينا<sup>(79)</sup>

رابعا:الصورية: تمثل البديهية قاعدة صورية عامة في مقابل المبادئ الخاصة المتعلقة بحالة معينة من أحوال العلم الخاصة وتعريف معين،وتسمى البديهيات أحيانا باسم القضايا المشتركة وذلك بمعنيين :

الأول:أنها مسلمات من كل العقول على السواء

الثاني : أنها تنطبق على أكثر من علم<sup>(80)</sup>

فرق "ابن الهيثم " بين البديهيات والأوليات حيث يخرج ابن الهيثم البديهيات من دائرة الأوليات،ويعبر الأوليات هي فقط التي تتعلق بصورة أو بشكل التفكير وليس بمادته وهي التي تستخدم كقواعد منطقية ضرورية يجب إتباعها في الاستنتاج الرياضي<sup>(81)</sup>

التمييز بين البديهيات والتعريفات :

انقسم الرياضيون والمناطق حول الفروق الجوهرية بين البديهيات والتعريفات إلى فريقين الأول:ويرى أنصاره أن البديهيات ما هي إلا تعريفات،و يأتي على رأس هذا الفريق "ابن الهيثم"الذي يعرف الخط بأنه"طول لا عرض له أبعاد ثلاثة"<sup>(82)</sup> فهذه التعريفات هي في حقيقتها بديهيات متفق على صحتها،ومن الفلاسفة المعاصرين نجد "هنري بوانكاريه" يرى أن البديهيات أقرب الأشياء شيها بالتعريفات الرياضية المباشرة بمعنى أنها بعض الفروض التي يسلم بصحتها الرياضي،ويتخذها أساساً لاستنباط النتائج التي يترتب عليها فيقول:"أن القضايا الأساسية في الهندسة ليست إلا تعريفات متكررة في ثوب القضايا المسلم بصدقها،وهي أمور يتفق عليها قبل البدء في الاستدلال،ولذلك من الخطأ أن يتساءل المرء إذا كانت صادقة أو كاذبة<sup>(83)</sup>

إن البديهيات عند أنصار هذا الفريق هي مجرد تعريفات أو نتائج مباشرة لتعريفات فنحن لا نستطيع مثلا أن نعرف الكل والجزء دون أن نضمن في التعريفات أن الكل اكبر من الجزء،ومن هنا كانت في أحيان كثيرة هزيلة المعنى وهي في الواقع غالبا ما تكون مجرد تعبير أو تطبيق على الكميات لمبدأ الذاتية،ولذا كانت صورية مثله ولا تفيد إلا كمبادئ موجهة قليلة الخصب.

ويؤكد الفيلسوف الفرنسي " لويس كوتيرا " 1914 م أن كل بديهية هي عبارة عن تعريف مباشر،ويفرق بينها وبين المسلمة على أساس أن الأخيرة هي تعريف مباشر والتعريف بالمسلمات لا ينطبق على فكرة واحدة،بل على نسق من الأفكار،وينحصر في إحصاء العلاقات الأساسية التي تجمع بينها والتي تسمح بالبرهنة على جميع الخصائص،وهذه العلاقات هي

المسلمات فإذا عرف الفرد جميع هذه الأفكار إلا واحدة فعندئذ تكون هذه الأخيرة بالتعريف الشيء الذي يحقق هذه المسلمات، ولكننا ننتقل في التعريفات من معنى إلى آخر خلال حركة متراجعة مستمرة إلى أن نقف عند معنى نعتبره أوليا نعرف به غيره مباشرا، وكل التعريفات التي تترتب على هذا التعريف<sup>(84)</sup> هي تعريف بالمسلمات، وليست البديهية في رأي "كوتيرا" إلا ذلك التعريف المباشر، وقد استنتج أن بعض بديهيات إقليدس ومسلماته غير القابلة للبرهان تعريفات مقنعة، وبذلك نجد التعريف تحت البديهية، ويشارك كوتيرا في هذا الرأي جميع الرياضيين ذوى النزعة المنطقية أمثال فريجة 1925م الذين يعتبرون البديهيات تعريفات ضمنية، بعكس الحدسيين أمثال بوانكاريه الذين لا يوافقون على رد جميع البديهيات إلى تعريفات، ولهذا ينتقد بوانكاريه رأي جون استيوارت مل "القائل: أن كل تعريف يتضمن بديهية تؤكد لنا وجود الشيء المعروف، لكن بوانكاريه يؤول كلمة الوجود إلى الخلو من التناقض ليعبدها عن المعنى المادى والتجريبي الذي أراده جون استيوارت مل لها"<sup>(85)</sup>

ثانيا : المصادرات "المسلمات" عند العرب

المصادرة لغة مشتقة من الفعل اللاتيني postulate وتعنى (الطلب) "demand"، أى هي طلب نعلن فيه أننا نقبل عبارة معينة على أنها صادقة بدون أن نبرهن على صحة ذلك<sup>(86)</sup> ومن أمثلة المصادرات في القرآن الكريم ما جاء في قوله تعالى في الاحتجاج على الخصم بما لا يجد بدا من التسليم به، فحين احتج إبراهيم عليه السلام على الملك بأن الرب هو الذي يحيى ويميت كابر وأنكر التسليم بذلك، فغالط وادعى أنه يحيى ويميت فرد عليه إبراهيم عليه السلام بقضية مسلمة لا يستطيع معها المكابرة فقال { فإن الله يأتى بالشمس من المشرق فأت بها من المغرب { البقرة 258

فلم يستطيع الملك إنكار هذه القضية "فبهت الذي كفر"،<sup>البقرة 258</sup> ومن أمثلتها أيضاً ما جاء في الاحتجاج بالمبدأ، وهو مسلم لإثبات الميعاد على من ينكره "وضرب لنا مثلا ونسى خلقه قال من يحيى العظام وهى رميم، قل يحيىا الذى أنشأها أول مرة، وهو بكل شيء عليم"<sup>يس 78-79</sup> وتسمى المصادرات أيضا بالأصول الموضوعية، وهى مجرد افتراض يفترضه الباحث ويسلم بصحته على مستوى العلم الذى يبحث فيه مثل افتراض "إقليدس" عن المكان ووصفه بأنه مستوى ولا يلزم أن تكون المصادرة مطابقة للواقع الخارجى .

والمصادر هي مبادئ قائمة بذاتها ولكل فرع من فروع الرياضيات مصادراته الخاصة به. وقد ذهب أنصار المذهب العقلي إلى أنها قواعد عامة كالبدهييات تماما، تتميز بالضرورة المنطقية واليقين من حيث كونها لا تصدر عن ضرورة حسية، وإنما عن العقل في جانبه القبلي<sup>(87)</sup> ويشترط في المصادر عدم تناقضها مع بقية المقدمات الأخرى الواردة في النسق الرياضي كالتعريفات والبدهييات، كما يشترط أن تكون مستقلة بعضها عن بعض بحيث لا تكون هي نفسها قد نتجت عن مصادر أخرى، إذ لو أمكن استنتاجها من غيرها لما صح أن تكون مصادرة بل الأصح أن تسمى نظرية، وإذا تغيرت مصادرة من المصادر في نسق هندسي معين، فإن القضايا المستنبطة لا بد أن تتغير بالتالي، وهذه هي أهم نتائج قيام هندسات لا إقليدية None cludean Geomatrics، فحينما تبين "لبوليأي" و"لوي تشفسكي" سقوط المصادرة الخامسة لإقليدس، وحلوا محلها مصادرة أخرى لا تعتمد على فرضية أن الأرض مسطحة أو سطح مستوى كما ذهب إقليدس "وإنما هي مقعرة نجد أن القضايا المستنبطة قد تأثرت وتغيرت هي الأخرى، وأصبح مجموع زوايا المثلث مثلا ليس 180 درجة كما زعم إقليدس. إذن كلما تغيرت مصادرة أو مجموعة من المصادر فإن القضايا المستنبطة منها لا بد أن تتغير بدورها تغيرا مصاحبا، وبذلك لا تصبح مهمة العالم الرياضي أن يقرر أي الاتساق الهندسية صحيحة بالنسبة إلى الكون .

لقد كان "اينشتاين" أول من أوضح الأمر إذ صرح بأن الكون لا يتبع النسق الإقليدي على ما يبدو بل هو مزيج من الأنساق الثلاثة "أي نسق إقليدس، ونسق ريمان، ونسق لوبا تشفيسكي يتغير من مكان إلى آخر بحسب توزيع المادة فيها" أما بوجه عام فإن الكون يبدو محدودا وإن كان دون نهاية، ذلك لأنه ينحى على نفسه وهو الأمر لا يقبل به إطلاقا في كونه مبني على النسق الإقليدي<sup>(88)</sup>، وإذا كان بعض مؤرخي العلم من الغرب يتغافلون دور العلماء العرب في تطوير العلوم الرياضية، فإنهم لن يستطيعوا إنكار أن "نصير الدين الطوسي" 816هـ هو أول من درس المصادرة الخامسة في أصول إقليدس (أي مسلمة التوازي)، وحاول الطوسي اشتقاقها من المسلمات الأربع التي سبقتها وأن دراسة الطوسي هذه هي التي أدت "بزخاري" إلى بدء عمله في الهندسة غير الإقليدية من خلال معرفته بكتابات الطوسي في الهندسة<sup>(89)</sup>، وهذه المسلمة هي الوحيدة التي تعرضت للنقد والشك، لأنها أثارت تساؤلات عديدة حول وضوحها وانخراطها في

سلك الأوليات، ولهذا كان العرب يحاولون تأخير هذه المسلمة عن رتبة المسلمات واعتبارها مسألة تحتاج إلى البرهان فيقول الطوسي : "لم اعثر فيما رأيت من كلامهم على برهان كاف، بل وجدت ما وجدته باحثا عنها، يتمسك في إبانها بأنواع الحيل ويتحمل لإيضاحها غاية التحمل، فممنهم من بدلها بمصادرة أخرى قريبة منها في الظهور والخفاء وهو أبو علي ابن الهيثم، وممنهم من أقام عليها برهانا مبنيا على مقدمة لا يتقدمها إلى الوضوح والجلاء وهو أبو الفتح عمر الخيام، وممنها من بناها على مقدمة مغالطية لا تروج على صاحب الفطنة والذكاء وهو العباس ابن سعيد الجوهري<sup>(90)</sup>

وقد عرض الرياضيون العرب والأوروبيون لبديهية التوازي الإقليدية، وعدوها نظرية وحاولوا تقديم برهان على صحتها، وهذا ما صنعه "ساكيري" (1738) ولكن كانت النتيجة هي بداية الانطلاق في تفكير جديد، وقد أراد ساكيري أن يثبت صحة هذه البديهية بطريقة الخلف أي باعتبارها خاطئة ومن ثم التوصل إلى تناقض يثبت أنها صحيحة فأنشأ شكلا رباعيا يشار إليه عادة باسم رباعي ساكيري، وكان من الأولى أن يسمى رباعي "الطوسي" لأن نصير الدين الطوسي رسم من قبله هذا الشكل وفي مثل محاولته وبالأحرى رباعي الخيام بأن الخيام (1123) سبقهم إلى هذه المحاولة<sup>(91)</sup>

في رباعي ساكيري ضلعان متساويان ومتوازيان قائمان على وضع ثالث ويعملان مع الضلع الرابع زاويتين (أ) و(ب)، وبسلسلة من النتائج بين ساكيري استنادا إلى البديهيات الأربع الأولى إن الزاويتين (أ) و(ب) يجب أن تكونا متساويتين، وهذا يعني أن واحدة من ثلاث :  $-1 > \angle A = \angle B$  قائمة وهذا يثبت بدئية اقليدس .

2-  $\angle A = \angle B >$  أكبر من قائمة – وقد بين ساكيري أن هذا يفضي إلى تناقض

$\angle A = \angle B >$  أصغر من قائمة، وقد اعتبر ساكيري أن هذا ينطوي على تناقض .

ثم تبدى بعد ساكيري أن لا تناقض في الحالة الثالثة، وأنه يفضي إلى هندسة جديدة فيها وأنه يمكن رسم أكثر من موازي واحد للمستقيم الواحد من أي نقطة مفروضة – وفيها أن مجموع زوايا المثلث أقل من 180، وأن مجموع زوايا الرباعي أقل من 360 درجة سميت هذه الهندسة الجديدة هندسة لا إقليدية<sup>(92)</sup>

خصائص المصادر :

للمصادر أو المسلمات خصائص عدة تميزها عن البديهيات وهي :

أولاً: أصبحت المصادر مجرد مسائل إصطلاحية اتفاقية بحتة، وهذه الإصطلاحية وتلك الاتفاقية تتيح لأي إنسان أن يصادربما شاء مختلفاً في ذلك عما يصادربه غيره.

ثانياً: ليس للمصادر الضرورة المنطقية التي تمتاز بها البديهيات، فإذا كان الرياضي لا يستطيع إنكار الأوليات حتى لا يقع في التناقض إلا أنه من الممكن الاستعاضة عن المصادر الهندسية مثلاً بغيرها، فقد أوحى نقيض المصادرة الخامسة لإقليدس "للوبا تشيفسكي" Lobachevski (1850) بهندسة جديدة تفترض المصادر الأربع الأولى ومعها نقيض المصادرة الخامسة<sup>(93)</sup>.

كما افترض برنار ريمان عدم صدق المصادرة الخامسة من مصادر إقليدس ففى هندسة ريمان يستحيل في أي مستوى أفقي واحد أن نرسم خطوطاً متوازية لأن كل الخطوط التي نرسمها في أي مستوى لابد أن تتقاطع كذلك من نظريات هندسة ريمان، أنه لا يمكن من نقطة ما خارج خط معين أن يرسم أي خط موازى له في مستواه ومن نظريات هندسة ريمان أيضاً "ان مجموع زوايا المثلث أكبر من 180 درجة، والأمر في هذا كله يرجع إلى أن تصور المكان في هندسة لوبا تشيفسكي على هيئة السطح الداخلي للأسطوانة، فعندئذ نستطيع أن نتصور كيف أن الخطين غير المتوازيين قد لا يلتقيان أبداً، على خلاف ما قاله إقليدس وان تصور المكان في هندسة ريمان على هيئة سطح الكرة. وعندئذ تكون الخطوط المرسومة كلها متقاطعة ويستحيل أن يتوازي منها خطان بحيث يظلان متوازيين مهما امتدا إلى اللانهاية، وذلك على خلاف ما قاله إقليدس أيضاً، لأن الخطوط في هذه الحالة ستكون شبيهة بخطوط الطول على الكرة كلها تتلاقى ثم تتقاطع عند القطبين<sup>(94)</sup>

ثالثاً: يشترط في المصادر أن تكون قليلة العدد ما أمكن ذلك وأن تكون خالية من التناقض فيما بينها وإلا تتناقض مع ما يشتق منها من نظريات وأن تكون مستقلة عن أخرى بمعنى إلا يشتق إحداها من أخرى، وأن تكون المجموعة كافية بإمكان اشتقاق قضايا صادقة منها

التمييز بين البديهية والمصادرة عند العرب

العلاقة بين البديهية والمصادرة هي علاقة عام بخاص، فكل بديهية هي مسلمة لكن ليست كل مسلمة هي بديهية، والبديهيات عامة لكل الدراسات بينما المسلمات تتعلق بدراسة خاصة حاضرة، لكن هذا التمييز في تبدل وتغير في العصور المتأخرة فكان ينظر إلى المسلمة على إنها بناء

يمكن السماح به، بينما كانت تعتبر كل الافتراضات الأولى بديهيات، أما في الرياضيات الحديثة، فلم يعد لهذا التمييز قيمة كبرى بل أصبحت كلمة بديهية مرادفها بكلمات مسلمة<sup>(95)</sup> إن القارئ لقاموس الرياضيات يجد أمامه معنيين لكلمة بديهية تختلط بينهما البديهية والمسلمة فهي تعنى مبدأ واضح بذاته ومقبول بوجه عام، وتعنى أيضاً افتراض أو مسلمة، إلا أن هذا المعجم يذكر لنا أيضاً أن التمييز بين المسلمة والبديهية ليس كبيراً ، فالبديهية تشير إلى الصدق الأولي *priori* لنظرية أكثر مما تشير المسلمة إلى ذلك فقد يسلم فرد بشئ يمكن البرهنة عليه ويكون من الصعب أن يسمه بديهياً.

إذن من حيث المعنى الذاتي نجد اللفظين مترادفين، ويؤكد ذلك أن اسم البديهية هو الذي عادة ما يستخدم حتى لو كنا إزاء إحدى المصادرات تبعا للنظرة القديمة فاستخدام لفظ البديهية يتجه إلى أن يفرض نفسه وذلك عن طريق مجموعه من الألفاظ المشتقة منه مثل نسق البديهيات *Axiomatic* ووضع البديهيات، وتكوين البديهيات *Axiomatiser* وهي كلمات كلها لا نجد لها مقابلا إذا بدأنا بكلمة المصادرة، ولكن إذا كانت التسمية تنطوي على قدر من الغموض، فإن المعنى الذي يضيفه الفكر الحديث على فكرة البديهية لم يعد حوله ظل من الشك، فليس المهم أن تكون القضية التي نسميها بديهية واضحة بذاتها أو لا تكون، بل سيظل أستاذ الرياضيات يستخدم في محاضراته كلمة بديهية دون أن يتجاوز مطلقا معنى القضية المبدئية التي لا تقوم عليها أى برهان، والتي تمكن من البرهنة على قضايا أخرى، ولن يشير الرياضى إلى أية بداهة كافية في تلك القضية<sup>(96)</sup>

رغم ما سبق نجد هناك فروقا جوهرية بين المصطلحين، وأول هذه الفروق يتعلق بمدى صدق كل منهما، فالبديهية تتمتع بصدق واضح أكثر مما تتمتع به المسلمة، ولكن هذا التميز لا يضع لنا حدوداً موضوعية دقيقة بينهما على الوجه الذي يمكن معه إدراك الفرق بينهما، والمناطق المعاصرون يميزون بين البديهية والمسلمة على أساس أن الأولى لا تحتوى على ألفاظ مما يتبع العلم الذي ترد فيه، بل كل ألفاظها تتبع علوماً مفروضة سابقاً، أما الأخيرة فتشتمل على لفظ أو ألفاظ تابعة للعلم الذي ترد فيه سواء كانت هذه الألفاظ من اللامعرفات أو معرفة بواسطة تلك اللامعرفات ، وهذا الخلط الواضح بين البديهية والمسلمة يتعين علينا لكى نصل إلى التحديد الدقيق لمعنى البديهية ومعنى المسلمة يجب أن نميز بين نوعين من العبارات :

الأول:العبارات التي لا تحتوى على أى لا معرفات أو أية حدود معرفة في العلم ذاته بل تحتوى فقط على حدود خاصة بعلوم تفترض أسبقيتها وهذه هي البديهيات.

الثاني:العبارات التي تحتوى على حد أو حدود يوصفها غير معرفة في النسق أو باعتبارها معرفة بواسطة لا معرفات خاصة بالنسق، وهذه هي المصادرات فمثلاً لو سلمنا بأسبقية علم الحساب لعلم الهندسة في بناء العلم الرياضى تكون العبارة التالية " جميع الزوايا القائمة متساوية" مصادرة على مستوى علم الهندسة فهي تحتوى على الزوايا القائمة بوصفها حداً غير معرف، أو معرف بواسطة لا معرفات نسق هندسى معين لكنها تحتوى كذلك على معنى التساوى وتستخدمه لا بوصفه من اللامعرفات ودون أن تتوقف لتعريفه أو توضيحه إذ أن ذلك من شأن علم آخر أعم وهو علم الحساب الذى يفترض مثلاً أن "الكميات التى تساوى كل منها كمية معينة واحدة هي كميات متساوية، وهكذا يصبح معنى التساوى في الهندسة من البديهيات<sup>(97)</sup>، والعبارة الأخيرة لا تبرهن عليها الهندسة ولا تثبت صحتها بل تقبل صحتها على أساس افتراضها من قبل آخر أعم وأشمل هو علم الحساب، فالعبارة الواحدة يمكن أن تكون مصادرة، ويمكن أن تكون بديهية وذلك في علمين من مستويين مختلفين، كما هو الحال في المثال السابق بالنسبة لعلى الحساب والهندسة، ووضع الرياضيون تمييزاً آخر بين البديهيات والمسلمات، فالبديهية توصف بأنها تحليلية، أما المسلمة فهي تركيبية والبديهية أشد وضوحاً من المسلمة وأكثر منها عمومية وضرورية، ولكن الرياضى عندما يستخدم هذه المبادئ في البرهنة على مختلف النظريات متبعاً قواعد الاستنباط لا يشير إلى هذا التمييز بين طبيعة المسلمات وطبيعة البديهيات، فالمسلمة وإن كانت لا تفرض على عقلنا بوضوح مطلق تؤدي دور نقطة البداية المطلقة بيقين يماثل اليقين الذى تؤدي به البديهية الدور نفسه عندما نسلم بالمصادرة، يجب علينا اتخاذها أساساً مؤكداً كما لو كانت بديهية واضحة بذاتها، بل من الممكن أن نقيم نظريات معينة على مسلمات تصدم الحدس الساذج تضارع النظريات التى تقوم على البديهيات الواضحة، وباختصار فإن البديهيات والمسلمات تؤدي الدور نفسه، ومن ثم لا داعى للتمييز بينهما<sup>(98)</sup> وإن أوجه الشبه الكبيرة بين البديهيات والمسلمات لا يمكن أن تجعل الأولى مرادفة للثانية أو العكس، لأننا لو اعتقدنا أن كل المسلمات مستحيلة البرهان سواء في داخل النسق أو خارجه لكان ذلك تسليماً بكونها بديهيات وعلى الرغم من عدم تمام وضوحها عند البعض، وإذا

اعتقدنا بإمكان البرهنة عليها اعتماداً على مسلمات أخرى يقوم عليها نسق آخر وأناساق أخرى، لكان ذلك مساوياً للقول بأن أوليتها ما هي إلا شيء مفترض ولكانت المسلمات مجرد فروض لا تقوم على أي حدس، وهذا ما أكدته الرياضيات الحديثة التي أصبحت المسلمات فيها أبعد ما تكون عن الوضوح والبداهة حتى أن بعض الرياضيين المعاصرين يؤكد أن المسلمات ليست صحيحة دوماً<sup>(99)</sup>

### تعقيب

يمكن: القول أن من الدقة والموضوعية العلمية أن نقول أنه لا يمكن الحكم على التراث العلمي لأمة من الأمم ولحضارة من الحضارات أو لعلم من العلوم، إلا إذا شملت النظرة العلمية لهذا التراث الجانب الداخلي والخارجي لهذا العلم أو هذه الحضارة، فالنظرة الداخلية إنما تعني التفسير الداخلي (الإبستمولوجي) للعلم مع النظرة الخارجية أي إلى العوامل الدينية والحضارية التي دفعت مساره إلى الأمام وهو ما يسمى بالتفسير السوسيولوجي للعلم، وهذه النظرة التكاملية نراها جلية وواضحة عند علماء الرياضيات العرب وقد دفعهم إلى تلك النظرة التكاملية عوامل داخلية تتعلق بخصوصيات الحضارة الإسلامية، وأخرى خارجية تتمثل في حاجاتهم الشديدة لهذا العلم لضبط أحكام المواثيق ونظامها والمعاملات، لقد حرص علماء الرياضة العرب على إعادة بناء العلم الرياضي وتنقيته من الشوائب الميتافيزيقية والخرافية التي امتلأت بها كتب الرياضيات عند السابقين عليهم من فرس وبابليين وهنود ويونان. الخ -جعل العرب من الرياضيات علماً منهجياً موضوعياً دقيقاً بكل معنى الكلمة، وقاموا بحركة نقد داخلي للمكونات الداخلية لهذا العلم.

وقد انقسم الرياضيون العرب في طبيعة العلم الرياضي إلى اتجاهات متميزة فمنهم أنصار الاتجاه العقلاني، الذين عدوا الموضوعات الرياضية هي تجريدات عقلية أي موضوعات ذهنية تستخلص بالتجريد والتعميم، ولم ينسبوا أي وجود موضوعي لهذه الموضوعات أو المفاهيم الرياضية كما فعل اليونانيون، كما اهتم أنصار هذا الاتجاه بدراسة الجوانب المنطقية في العلم الرياضي قبل المحدثين والمعاصرين بقرون عديدة ومنهم أنصار الاتجاه التجريبي، الذين اهتموا بدراسة دلالة الرموز والمفاهيم الرياضية على الأمور الطبيعية، وبحثوا عن الكائنات الرياضية وخواصها، وأخوان الصفا هم أبرز من يمثل هذا

الاتجاه فاهتموا بدراسة خواص الأعداد والأشكال، وأضافوا عليها الطابع السحري واعتقدوا أن الأمور الطبيعية أكثرها جعلها الباري جل ثناؤه مربعات مثل الطبائع الأربع، والأركان الأربعة، والأخلاق الأربعة، والأزمان الأربع، وقد تأثروا في ذلك فالفيثاغورثيين كما تأثروا بالأفلاطونية الحديثة .

ومنهم أصحاب الاتجاه الوسط الذي مزج أنصاره بين العلوم الطبيعية والعلوم الرياضية مع الاحتفاظ بالطابع التجريدي الصوري الخالص للرياضيات، وقد أدى هذا التصور إلى تغيير أو تعديل في وظيفة العلم الرياضي نفسه، فأصبحت الرياضيات أداة أو مدخل لدراسة العلوم الطبيعية، وصار التعاون بينهما وثيقاً وتداخل بعضهما في بعض وتعتبر القوانين الفيزيائية أفضل مثل على هذه العلاقة، فإذا كانت القوانين الفيزيائية تستخلص من التجربة ولكن التعبير عنها لا بد من لغة خاصة، وهذا ما جعل الفيزيائي لا يستطيع الاستغناء عن الرياضيات .

-كان العرب أول من أنتقد مقدمات النسق الاستنباطي الأقليدي، فقد انتقدوا البديهيات والمصادرات فانتقد الحسن بن الهيثم تعريف إقليدس للخطين المتوازيين بأنها الخطان اللذان لا يلتقيان أبداً في الامتداد واعتبر ابن الهيثم أن هذه ليست من القضايا اليقينية الضرورية كما زعم إقليدس فهذا التعريف ليس تعريفاً علمياً عند ابن الهيثم لهذا أقام ابن الهيثم بتصحيحه وتربيضه أي جعله رياضياً بعد أن أدخل عليه مفهوم الحركة والزمن ومفاهيم أخرى كالاستمرارية والبساطة .

-لم تعد الضرورة عند العرب هي الفكرة التي يقبلها العقل قبولاً فطرياً أولاً سابقاً على كل تجربة، ويشترك في إدراكه جميع الناس إنما قسم العرب إلى قسمين أو نوعين الأول:الضرورة التي يكتسبها الإنسان عن طريق التجربة .

والثاني:الضرورة التي يكتسبها بالطباع أو الفطرة .

وهذا التقسيم يعكس التكاملية في العقل العربي الذي استطاع الجمع بين النظر والتطبيق ولم يغرق في الحقائق العقلية الخالصة، فقد أثبت الكندي على سبيل المثال لا الحصر أن البديهية هي أمر نسبي وليست أمراً واضحاً وضوحاً ذاتياً دائماً، بل هي حقيقة قد لا تكون واحدة عند كل الناس، وبعض هذه البديهيات تحتاج إلى البرهنة عليها لهذا كان الكندي يسميها " الشرائط الوضعية " أي هي أشياء مشروطة بالاتفاق على قبولها قبل الدخول في البرهان، وهذا

التصور هو ما تدعو إليه معظم الاتجاهات المنطقية والرياضية المعاصرة، فقد أصبحت مسألة الوضوح الذاتي مسألة نسبية وليست مطلقة.

خامساً: عرف العرب مقدمات النسق الاستنباطي من آيات القرآن الكريم قبل معرفتهم بالتراث اليوناني بحوالى قرنين من الزمان فقد عرفوا البديهيات الحسابية واللغوية والمنطقية كما عرفوا المصادرات أو المسلمات، فعرفوا العمليات الحسابية التي تتم بصورة بديهية وتدرج إدراكاً مباشراً لا تحتاج إلى البرهنة كما جاء في قوله تعالى ( فمن لم يجد فصيام ثلاثة أيام في الحج وسبعة إذا رجعتم، تلك عشرة كاملة )

كما عرفوا البديهيات اللغوية أى البديهية الدال على بدايتها المدلول اللغوى لكلمة أو جملة سابقة كما جاء في قوله تعالى ( سبحان الذى أسرى بعبده ليلاً )

وما جاء بدايته دون استثناء إلى نص سابق كقوله تعالى ( ثم إنكم بعد ذلك لميتون ) وعرفوا عدم الجمع بين النقيضين أو الضدين كما جاء في قوله تعالى ( أموات غير أحياء )

- أدرك العرب مبكراً أن مهمة البديهيات لا تنحصر في مجرد تقنين الفروض والقواعد في نظرية رياضية خاصة، بل أن نسق البديهيات لا يقتصر في الواقع على عرض البديهيات والمعاني الأولية الخاصة بنظرية ما، وعلى دراسة مدى اتساق هذه البديهيات فيما بينها واستقلال لكل منها عن الأخرى، وإنما يسعى إلى فهم " السياق العميق " للاستدلالات المتسلسلة، الكشف عن هيكل الاستدلال بغض النظر عن طبيعة الموضوعات التي تتدخل في النظريات الرياضية، وهو يجمع النظريات لا لأنها تعالج موضوعات رياضية لها طبيعة واحدة، وإنما لأنها تكشف عن بناءات واحدة، فالبديهيات هي افتراض يكون مقدمة لاستنتاج مقدمات أخرى منطقياً، وتشكل القاعدة التي تكون أساساً للنظام الشكلي وهي لا تشتق بمبادئ الاستنتاج لأنها مقدمات مفترضة وليس هناك شيء آخر تستنتج منه منطقياً والخلاصة أنها تعبير شكلي منطقي يستعمل في الاستدلال للحصول على أكبر عدد ممكن من النتائج.

الهوامش والحواشي

الخوارزمي (محمد بن) (1) (2) G., Crawther: A short History of science . Methue . Educational . LTD . London . 1969 . p.27 .

(موسى): مفاتيح العلوم، عني بتصحيحه ونشره إدارة المطابع المنبرية، القاهرة ، مطبعة الشرق، 1324 هـ، ص 116 .

- (3) الغزالي: معيار العلم، تحقيق د. سليمان دنيا، دار المعارف، ط2، 1969، ص21 من المقدمة.
- (4) قدرى حافظ طوقان: تراث العرب العلمى فى الرياضيات والفلك، لجنة التأليف والترجمة والنشر، ط2، القاهرة، 1958، ص145 – 146 .
- (5) حسن عبد الحميد محمد مهران: فلسفة العلوم ومناهج البحث، مكتبة سعيد رأفت، القاهرة، 1978، ص6.
- (6) د. توفيق الطويل: العرب والعلم " فى عصر الإسلام الذهبى "، دار النهضة العربية، القاهرة، 1969، ص 59 – 62 .
- (7) الفارابى : إحصاء العلوم ، تحقيق د. عثمان أمين ، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة ، 1968، ص94 .
- (8) أنظر - محمد عابد الجابرى : المدخل إلى فلسفة العلوم والعقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمى، مركز دراسات الوحدة العربية ، بيروت ، 1994 ، ص 62 – 66 .
- (9) إخوان الصفا: رسائل إخوان الصفا ، الجزء الرابع، دار صادر، دار بيروت، بيروت، مج 1، القسم الأول 1917، ص 110-130.
- (10) Bell.E.T.: Men of Mathematics New York 1973. pp.20 – 21
- (11) الغزالي: المنقذ من الضلال ، تقديم وتحقيق وتعليق الشيخ محمد مصطفى أبو العلا، الشيخ محمد محمد جابر، مكتبة الجندي، القاهرة، 1973، ص45 – 48 .
- (12) Russell.B.: In Introduction to Mathematical philosophy. George Allen, & unwin, London, 1924. p.2 .
- (13) Al.Sabra. Ibn Alhaylhems. Lemmas for solving Alhazen. Problemv. 2.6 d . 4pp . 302 – 303 . 1982 .
- (14) هنرى بوانكاريه: قيمة العلم، ترجمة الميلودى شغوم، دار التنوير للطباعة والنشر، بيروت ، سنة 1982، ص141 .
- (15) المرجع نفسه .
- (16) محمد على الجندي: تطبيق المنهج الرياضى فى البحث العلمى عند علماء المسلمين، دار الوفاء للطباعة والنشر، المنصورة، ط1، 141هـ- 1990، ص 31 .

- (17) أنظر: أفلاطون الجمهورية، ترجمة فؤاد زكريا، مراجعة محمد سليم سالم، دار الكاتب العربي، ص 134، د.ت.
- (18) نقلاً عن د. محمود زيدان، المنطق الرمزي " نشأته وتطوره"، مؤسسة شباب الجامعة، الاسكندرية، 1989، ص 31.
- (19) محمد السرياقوس: المنهج الرياضي بين المنطق والحدس، دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة 1982، ص 100.
- (20) أرسطو طاليس: المنطق، ج 2 التحليلات الثانية، المقالة الأولى، تحقيق د. عبد الرحمن بدوي، ضمن كتاب " منطق ارسطو"، ج 2، مطبعة دار الكتب المصرية، 1979، ص 463.
- (21) عبد الرحمن بدوي: مقدمة كتاب البرهان من الشفاء، لأبن سينا، دار النهضة العربية، مصر، ط 2، 1966، ص 13.
- (22) بول موى: المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد زكريا، دار العروبة للنشر والتوزيع، القاهرة، 1981، ص 115.
- (23) الفارابي: آراء أهل المدينة الفاضلة، قدم له وعلق عليه البير نصري، ط 6، دار المشرق، بيروت، لبنان، ط 6، ص 84.
- (24) الفارابي: البرهان، تحقيق مياها تکر، أنقرة، 1964، ص 217 – 218.
- (25) الفارابي، آراء أهل المدينة الفاضلة، ص 84.
- (26) القاضي عبد الجبار: المغنى في أبواب التوحيد والعدل، ج 12 " النظر والمعارف"، تحقيق ابراهيم مدكور، أشرف طه حسين، طبعة وزارة الثقافة، القاهرة سنة 1962، ص 63.
- (27) الحسن بن الهيثم: المناظر، تحقيق عبد الحميد صبرة، المقالة الأولى، الفصل الأول، طبعة الكويت، 1983، ص 380.
- (28) البغدادي: المعتبر في الحكمة، حيدر أباد، الدكن، ج 1، ص 205 د.ت.
- (29) ابن حزم الأندلسي: الفصل في الملل والأهواء والنحل، الجزء الأول، مكتبة السلام العلمية، ص 11 د.ت.
- (30) الرازي ( فخر الدين): لباب الإشارات والتنبيهات، تحقيق أحمد حجازي السقا، مكتبة الكليات الأزهرية، القاهرة، 1986، ص 53 – 54.

<sup>(31)</sup> المرجع نفسه .

<sup>(32)</sup> رشدي راشد: تاريخ الرياضيات العربية وفلسفتها، ص 46 – 55 .

(33) Rusell.B.,: whaithead.A.N.,principia Mathematica,vol12. New ed

Cambridge,London.1962, p.12 .

<sup>(34)</sup> لودفيج فتجيشن :رسالة منطقية فلسفية ،ترجمة عزمى إسلام ،مراجعة زكى نجيب محمود ،مكتبة الأنجلو المصرية . 1968 ، ص 104 .

(35) Hans Hans Mathematics and knowledge Mathueu, London, pp-147-152 .

<sup>(36)</sup> محمود قاسم: المنطق الحديث ومناهج البحث ،مكتبة الأنجلو المصرية،1970، ص 389 .

<sup>(37)</sup> عبد الرحمن بدوى:مناهج البحث العلمى، دار النهضة العربية، مصر، ط2، 1968 ، ص 94.

<sup>(38)</sup> الكندى:رسائل الكندى الفلسفية ،حققها وأخرجها مع مقدمة تحليلية محمد عبد الهادى أبوريده ،ج1،دار الفكر العربى ،القاهرة ، سنة 1950 ، ص 187 .

<sup>(39)</sup> ابن سينا:رسالة الحدود،تحقيق مدام جواشون،المعهد العلمى الفرنسى،القاهرة، 1963 ، ص 235 .

<sup>(40)</sup> ناصر هاشم:فلسفة العلوم ومناهج البحث،دار التيسير للطباعة والنشر،المنيا،1998.ص 125-135

(41)Copi,i.,:Introduction to logic.Macunillen Company.New York,1953p 43

(42)عبد الرحمن بدوى : مناهج البحث العلمى ، ص 89 – 90 .

<sup>(43)</sup> ابن الهيثم : ثمره الحكمة ،تحقيق محمد عبد الهادى أبوريده ،ضمن كتاب زكى نجيب محمود مقدماً أو دينا وفيلسوفاً،ط1 الكويت ، سنة 1987 ، ص 544 .

(44)Aristotle .Posterior Analytics . English Translat by Jenkinsene , Great Books ,

London , 1967 pm .

<sup>(45)</sup> الجوينى : الكافية فى الجدل ، تحقيق فوقية حسين محمود،دار الأنصار ص144

<sup>(46)</sup> المعجم الفلسفى : إصدار مجمع اللغة العربية ص 21 ، وأيضاً جميل صليبا ،المعجم الفلسفى ،بيروت ،دار الكتاب اللبنانى، ط1،1977،ص252 .

(47) على عبد المعطى - ماهر عبد القادر: المنطق الرياضى " برينبيكا ماتيماتيكاً " ، ط1، دار المعرفة الجامعية ،الإسكندرية، 1981، ص 120 – 121 .

(48) الفارابى:تحصيل السعادة،حيدرآباد،الدكن،مطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانية ،1345هـ ص2

(49) ابن حزم الأندلس : الفصل فى الملل والأهواء والنحل ط1 ص5 – 6 .

(50) popper.k.H . , objective knowledge ,An Enalutionary . Approoch ,Oxfrod university press , 1972 . p.130 .

(51) هنرى بوانكاريه : قيمة العلم ، ص18

(52) المرجع نفسه : ص 17 – 20 .

(53) الجرجاني: التعريفات، ص53

(54) الكندى :رسائل الكندى الفلسفية " رسالة نهائية ما لا يمكن أن يكون لا نهاية له .

(55) الفارابى: إحصاء العلوم، ص94 – 96 .

(56) Hampel .C., on the Nature of Mathematical truth , the philosophy of Mathematics, by Benn carref & Putnam,H, prantics.Hell, U.S.A. 1954. P. 367 .

(57)Rechieubach.H.,the theory of realtvity and A prior knowledge, university of California prss. Berkely and los Anglos,1965 p.76 .

(58)Ibid

(59)ابن منظور: لسان العرب ، دار صادر، بيروت، مادة صوب ، ط1 ، ص 534 .

(60)أبو حيان الأندلسى : البحر المحيط ، ط1، ص83 .

(61)عبد الرحمن الرومى:البديهيّات فى القرآن الكريم،مكتبة التوبة،الرياض،ط1997،ص 11–

12

(62)الكندى : الرسائل الكندى إلى على بن الجهم فى وحدانية الله وتناهى جرم العلم – ط ص202 .

(63)المرجع نفسه ص 186 .

(64)الكندى : الرسائل ( رسالة فى إيضاح تنهاى الجرم ) ص 187 .

<sup>(65)</sup> المرجع نفسه .

<sup>(66)</sup> رشدی راشد : فی الرياضیات وفلسفتها عن العرب، ص 140- 150

<sup>(67)</sup> ابن الهیثم : ثمرة الحکمة ، تحقیق محمد عبد الهادی أبوریدة، ص 55 .

<sup>(68)</sup> نقلا عن یحیی هویدی:الفلسفة الوضعية المنطقية فی المیزان،مکتبة النهضة المصرية،القاهرة سنة،1973،ص142،

<sup>(69)</sup> الحسن بن الهیثم : المناظر ص 380 .

<sup>(70)</sup> الحسن بن الهیثم : ثمرة الحکمة ص 543 .

<sup>(71)</sup> القاضی عبد الجبار: شرح الأصول الخمسة،تحقیق عبد الکریم عثمان،ط1،القاهرة،1968،ص48

<sup>(72)</sup> Dumitru Ahisrtory of Logic , vol .4 . Abacus press. 1977. p. 153 .

<sup>(73)</sup> الفارابی : البرهان ،نشره میاهات ترکر، أنقرة ، سرنه ، سنة 1964 ، ص 217

<sup>(74)</sup> الکندی : الرسائل " رسالة الکندی فی إيضاح تناهی جرم العالم ص 187 . "

<sup>(75)</sup> المرجع نفسه .

<sup>(76)</sup> عزمی إسلام : دراسات فی المنطق ،مطبوعات جامعة الكويت ،سنة 1985، ص 103 .

(77) Susanne Langer, An Introduction To symbolic,Logic, 2nd , ed . Dovet Publication, 1955. p. 84.

<sup>(78)</sup> جلال الدین سعید :معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية ،دارالجنوب للنشر،تونس سنة 1994،ص76 .

(79) Basson.A.H.,& o'connor.D.J., Introduction to symbolic Logic , calcuta,oxford university press Delly, Bombay,Madras,1976.p. 71 .

<sup>(80)</sup> ماهر عبد القادر محمد : التطور المعاصر لنظرية المنطق، ص 51 – 54 .

<sup>(81)</sup> عبد الرحمن بدوی : مناهج البحث العلمی ص 89 – 90 .

<sup>(82)</sup> ابن الهیثم : المناظر، ص380 .

<sup>(83)</sup> ابن الهیثم : ثمرة الحکمة ، ص 544 .

<sup>(84)</sup> نقلاً عن محمد السرياقوس، المنهج الرياضي بين المنطق والحدس، ص 111

<sup>(85)</sup> المرجع نفسه .

<sup>(86)</sup> المرجع نفسه ص 100: 114

<sup>(87)</sup> أنظر المعجم الفلسفي عبد المنعم الحفني، الدار الشرقية للطباعة والنشر، ط1، القاهرة، 1990، ص 321

<sup>(88)</sup> محمود زيدان : كانت وفلسفته النظرية ، دار المعارف ، القاهرة ، 1974 ص 112 .

<sup>(89)</sup> جون كميني : الفيلسوف والعلم، ترجمة د. أمين الشريف ، بيروت ، سنة ، 1965 ص 54

<sup>(90)</sup> عبد العظيم أحمد أنيس - وليم تاضروس عبید : مقدمة في تاريخ الرياضيات، مطابع مجموعة مؤسسة الهلال، القاهرة، 1988، ص 129 .

<sup>(91)</sup> محمد السرياقوسى : المنهج الرياضى بين المنطق والحدس، ص 83 – 90 .

<sup>(92)</sup> المرجع نفسه .

<sup>(93)</sup> المرجع نفسه .

<sup>(94)</sup> جون ديوى: المنطق ونظرية البحث، ترجمة زكي نجيب محمود، دار المعارف، القاهرة، 1960، ص 330 .

<sup>(95)</sup> Church.C,West.:Elements of Logic & Formal Seince.London . 1963 . p13 .

<sup>(96)</sup> Evets. H., In Introduction to the history of Mathematics , Hall , Rinehart and Winston . U.S.A . 1964 . p . 122 .

<sup>(97)</sup> بول موى: المنطق وفلسفة العلوم، ص 127 – 142 .

<sup>(98)</sup> عزمى إسلام: الإستدلال الصوري، ج2، مكتبة سعيد رأفت ط2 سنة 1981 ص 143 – 149 .

<sup>(99)</sup> زلاتكا شبورير: الرياضيات في حياتنا، ترجمة فاطمة عبد القادر المما، سلسلة عالم المعرفة، المجلس الوطنى للثقافة والفنون والآداب، الكويت، العدد 114 يونيو 1987، ص 120 .