

## إختبار قابلية إحترام أشهر مقاييس التفاوت النقدي (أحادي البعد) لمبدأ بيجو- دالتون للتحويلات

مروان عبد القادر

كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير  
مخبر البحث " تسيير الجماعات المحلية والتنمية المحلية MCLDL "  
جامعة معسكر  
marouaneak.ecodeve@yahoo.com

### الملخص :

من ضمن المتطلبات الضرورية لضمان أفضل قياس لأي شيء (سواء أكان ملموسا أو غير ملموس)، وفي مختلف الميادين العلمية (سواء أكانت رياضيات، فيزياء، إقتصاد، بيولوجيا، علم اجتماع، علم نفس أو غيرها)، هو امتلاك أداة قياس ملائمة، والتي يمكنها أن تتصف بمقدرة كبيرة على إحترام مجموعة من بعض الشروط المتفق عليها. تكون هذه الشروط جد معروفة في حالة قياس التفاوت الإقتصادي أو الإجتماعي كمبادئ أو أكسيومات أو معايير، ويتم إعتبارها كخصائص مرغوب فيها لكل مؤشر تفاوت من أجل أن يكون مؤهلا كقياس مقبول للتفاوت. إن الهدف من هذا المقال هو إجراء اختبار، من خلال مثال رقمي، لمقدرة مجموعة متنوعة من مؤشرات التفاوت أحادي البعد على استيفاء أحد أهم الأكسيومات الذي يعتبر من قبل جميع أهل الاختصاص كمبدأ جوهري وإلزامي في قياس التفاوت الإقتصادي، إنه المبدأ الشهير بـ مبدأ بيجو- دالتون للتحويلات. **الكلمات المفتاحية:** التفاوت النقدي أو أحادي البعد، أكسيومات، المنهج الأكسيومي أو المعياري لقياس التفاوت النقدي، مبدأ بيجو- دالتون للتحويلات.

### Abstract:

Among the necessary requirements to ensure a best measurement of anything (whether tangible or

### مقدمة :

لقد أصبح قياس التفاوت، بنوعيه الإقتصادي والاجتماعي، يعتبر حاليا من أكثر القياسات الاقتصادية شهرة وأهمية، وذلك لأنه كان ولا زال يستخدم كأداة ملائمة لمعرفة ما إذا كان توزيع دخل في زمن معين  $t$  أكثر أو أقل مساواة مقارنة بحالته في زمن  $t-1$ ، أو لمعرفة ما إذا كان مستوى التفاوت المنتشر في بلد معين  $x$  هو أعلى أو أدنى من مستوى التفاوت السائد في بلد  $y$ ، أو إن كانت سياسة ضريبية أو غيرها من السياسات العمومية تقود لتخفيض أو رفع درجة التفاوت في توزيعات دخل أو ثروة (Atkinson A., 1970, P: 244)، أي أنه أصبح بمثابة أداة لتقييم توزيع دخل معين أو لغرض المقارنة بين توزيعات دخل مختلفة (Chakravarty S. R., 2001/ 1999, P: 163)، بمعنى انه صار يستخدم لغرض الإجابة على التساؤل: "هل توزيع الدخل  $y$

intangible), and in different scientific fields (whether mathematic, physic, economy, biology, sociology, psychology or others), is to have a pertinent measurement tool that can be characterized with a great ability to respect a set of some agreed conditions. These conditions are well known in the case of economic and social inequality measurement as principals or axioms or norms, and they are considered as desirable proprieties for each inequality index in order to be qualified as an acceptable measure of inequality. The aim of this article is to test, through a numerical example, the ability of variety of one-dimensional inequality indexes to satisfy an important axiom which is considered by all specialists as a crucial and obligatory principle in the measurement of economic inequality, it is the well-known Pigou-Dalton principle of transfers.

**Key words:** monetary or one-dimensional inequality, axioms, axiomatic or normative approach of the measurement of monetary inequality, Pigou-Dalton principle of transfers.

هو أكثر أو أقل مساواة من توزيع الدخل  $x$  ؟" (Le Breton M., 2001/1999, P: 189).

ومن أجل اقتراح مقاييس تفاوت جديدة ومحسنة ضد عيوب معامل مؤشر جيني Gini index وغيرها من المقاييس الإحصائية الأخرى للتفاوت، شدد هـوغ دالتون Hugh Dalton في ورقته الرائدة المنشورة سنة 1920، على بضعة اعتبارات نظرية (Ngo Tedga P. & al., 2014, P: 1047) لاقتراح قياس بديل للتفاوت والذي بمقدوره أن يحترم نظامه المعياري أو الأكسيومي المؤلف من ثلاثة مبادئ أو أكسيومات أو معايير ألا وهي: مبدأ التحويلات، مبدأ الزيادات المتناسبة في الدخل، ومبدأ الزيادات المتناسبة في الأفراد (Dalton Hugh.,

(2008, P: 07-10). كما يمكن تعريفه شكليا بالاعتماد على العديد من الأعمال<sup>⊕</sup> كما يلي :

نفرض أن  $A$  مجتمع إحصائي مكون من  $n$  من الأعضاء المتجانسة (وحدات تحليل)  $a_i$ ، حيث  $i = (1, 2, \dots, n)$ ، ومنه، يمكننا كتابة  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ، حيث يمثل  $n$  أصلي  $A$  أو بتعبير آخر هو عدد الأشخاص في  $A$ ، بحيث  $i$  هو مؤشر الشخص (Kolm S.-C., 1976-b, P: 82)، أو أن  $n$  هو حجم المجتمع (Santos M.E., 2009; Gajdos T, 2001, P:04)  $A$  ولنفرض أن  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  أو  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  يمثل توزيع دخل، بحيث كل عنصر  $x_i$  أو  $y_i$  يمثل مقدار دخل الشخص ذو الرتبة  $i$  (Santos M.E., 2009; Moyes P., 2009, P: 02-03)، حيث يمكن أن تسمى  $X$  كمتجه دخول  $x_i$  (Kolm S.-C., 1976-b: 82)، وهو متجه غير سالب للدخل ومعرف ببعد محدد بحجم المجتمع (Domínguez-D.J. & J.J. Núñez-Velázquez, 2004, P: 04)  $\{1, 2, \dots, n\}$  في  $\mathbb{R}$ ، التي تفرق بكل  $i$ ، بحيث  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  العدد الحقيقي  $x_i$  (بحيث أن  $x_i$  هو دخل الفرد  $i$ ) (Gajdos T., 2001, P: 04). ومن هنا، يمكن اعتبار مقياس أو مؤشر التفاوت  $I(x)$  كدالة تقييم حقيقية لتوزيع الدخل (Kolm S.-C., 1976-b: 82)  $X$  (Domínguez-D.J. & J.J. Núñez-Velázquez, 2004, P:04)، كما يسمى  $I(x)$  أيضا من طرف بعض الباحثين كدليل indicator تفاوت، ويوصف أيضا على أنه عبارة عن التطبيق المستمر الذي يرفق بالتوزيع  $X$  عددا حقيقيا  $I(x)$  يكون ممثلا لدرجة التفاوت في  $X$  (Moyes P., 2009, P: 02-03). كما جرى تعريفه أيضا في (Santos M. E., 2009; 2010, P: 04) على أنه الدالة  $I: D \rightarrow R$  التي تعبر من أجل أي توزيع  $X$  عن مستوى التفاوت  $I(x)$  في هذا التوزيع  $X$ .

### 3.1 مفهوم ومنهجية قياس التفاوت الاقتصادي:

يمكننا تعريف قياس التفاوت الاقتصادي، الذي تم وصفه من طرف (Aaberge R., 1986, P: 10) بهذا التعبير الموجز: « قياس التفاوت هو تحويل مقاييس تشتت إلى مقاييس تفاوت»، وعلى ضوء ما ورد في أدبيات التفاوت، كسيروية تقديرية لقيم مؤشرات أو مقاييس التفاوت الاقتصادي، وهي سيروية جد خاصة ومميزة تمكن الباحثين من صناعة بعض من الوصف أو التمثيل العددي، أو التقدير الرقمي لمدى تساوي أو عدم تساوي الحصص الفردية من الموارد الاقتصادية أو المادية الموزعة في مجتمع

(1920, P: 351, 355, 357) <sup>⊗</sup>، بحيث تم اعتبار هذه المبادئ principles أو الأксиومات Axioms الثلاثة مع أخرى إضافية بمثابة خصائص مرغوب فيها لمقاييس التفاوت، وأصبحت كأدوات نافعة وعملية لتحديد السلوك الذي يجب أن تكون عليه مقاييس التفاوت وللتمكن من عملية المفاضلة فيما بين مختلف مؤشرات التفاوت (Bellù L.G. & P. Liberati, 2006-a: 04).

### 1. الجانب النظري و المفاهيمي :

#### 1.1 مفهوم التفاوت الاقتصادي :

لقد تم تعريف مصطلح "التفاوت Inequality" بشكل عام، على أنه: «انحراف عن حالة المساواة» (Aaberge R., 1986, P: 01)، بينما تم تعريفه إقتصاديا على أنه: «تشتت توزيع معين، سواء دخل، استهلاك أو دليل رفاه أو خاصية مجتمع ما» (Litchfield J. A., 1999, P: 01)، ووصف بأنه «يكون منظورا نموذجيا كأناس مختلفين يملكون درجات مختلفة لشيء ما، وكثيرا ما يتم اعتباره من ناحية الدخل أو الاستهلاك بل ومطبق بالتساوي على أبعاد أخرى لمستويات المعيشة التي تبدي تغيرا مستمرا» (Mckay A., 2002, P: 01-02). كما تم تعريفه حديثا «كخلل مساواة أو إنصاف. يمكنه أن يكون اقتصاديا (دخل، مستوى معيشي، ميراث) أو اجتماعي (صحة، تعليم، ...» (Ngo Tedga P. & al., 2014, P: 1047)، كما جرى تعريفه بهذه الطريقة: «تفاوت الدخل هو نقطة بداية طبيعية لاعتبار الإنصاف عبر المجتمع برمته... تفاوت الدخل هو دليل عن الكيفية التي تكون الموارد المادية موزعة بها عبر المجتمع» (OECD, 2011, P: 66, 2014, P: 80,110).

#### 2.1 مفهوم مقياس أو مؤشر التفاوت الاقتصادي:

لقد تم تعريف "مقياس measure" أو "مؤشر index" التفاوت الاقتصادي بأنه «إحصاء موجز لتشتت الدخل» (Chakravarty S.R., 2001/1999, P: 163)، كما تم تعريفه أيضا بأنه: «تمثيل عددي سلمي للاختلافات فيما بين الأشخاص في الدخل ضمن مجتمع معطى» (Cowell F. A., 2009, <sup>⊗</sup>)

⊗ - يعني مبدأ التحويلات Principle of Transfers أنه إذا ما حدث تحويل دخل من شخص أغنى نحو شخص أفقر، فإن التفاوت يجب أن ينخفض، ويعني مبدأ الزيادات أو الإضافات المتناسبة في الدخل Principle of Proportionate additions to Incomes أنه إذا ما حدثت إضافات أو إنقاصات متناسبة إلى أو من كل الدخل فإن ذلك لن يحدث أي أثر يذكر على التفاوت، أما مبدأ الزيادات المتناسبة في الأشخاص Principle of Proportionate additions to Persons فيعني بأن التفاوت لا يتأثر إن حدثت إضافات متناسبة في عدد الأشخاص الذين يحصلون على دخل بأي مبلغ (Dalton Hugh, 1920, P: 351, 355, 357).

⊗ - حيث نجد كوويل Cowell يبرر استخدامه للمصطلح الرياضي "سلمي Scalar" لأن: «جميع المقومات المختلفة للتفاوت تكون مضغوطة في رقم مفرد. أوفي نقطة مفردة في سلم ما» (Cowell F.A., 2009, 2008: 07-10).

⊕ - نخص بالذكر كلا من: (Kolm S.-C., 1976-b)؛ (Aaberge R., 1986)؛ (Domínguez-Domínguez J. & J. J. Núñez-Velázquez, 2004)؛ (Santos M.E., 2009; 2010)؛ (Cowell F.A., 2005; 2008; 2009)؛ (Gajdos T., 2001)؛ (Moyes P., 2009).

معين. كما أن مراجعتنا لعدد جد معتبر من الأعمال القيمة حول قياسات التفاوت الاقتصادي تقودنا إلى أن نصف وبكل ثقة هذا النوع الجد خاص من القياسات السوسيو اقتصادية على أنها سيرورة مؤلفة من ثلاث خطوات متعاقبة ومتكاملة، نوجزها فيما ما يلي :

### 1.3.1 بناء متجه التوزيع النقدي (MDV):

يقوم الباحث في هذه الخطوة الأولى باختيار نوع وحدة التحليل  $a_i$  (فرد individual أو عائلة household) الأكثر ملائمة لسياق دراسته القياسية وللمعطيات المتاحة لأجل إتمام تلك الدراسة، ودليل رفاه  $y_i$  (دخل، نفقات استهلاك أو غيرها) الأكثر تعبيراً وملائمة، وبلاستناد على خياراته تلك، يقوم ببناء "متجه توزيع نقدي (MDV) Monetary Distribution Vector" مستخدماً القيم الفعلية (المشاهدة) لدليل الرفاه  $y_i$  لكل وحدة تحليل  $a_i$  من المجتمع  $A$ ، مع العلم أن أصلي  $n = A$ . وقد وصفت هذه الخطوة من طرف المتخصصين (Shorrocks A. & W. Guanghai, 2004, P: 02) بأنها مجتمع مؤلف من مجموعة أفراد (متجانسين ومرفقين بأوزان ترجيحية متساوية) وممثل بـ  $A=(a_1, a_2, \dots, a_n)$  والذي يكون مرفقاً، وبشكل متناظر، بمتجه دخول  $Y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$  (Cowell F. A., 2009; 2008, P: 07 - 10).

### 2.3.1 اشتقاق متجه التوزيع النقدي المعدل (AMDV):

هناك العديد من المبررات العملية لعدم تقدير مقاييس التفاوت من متجه التوزيع النقدي (MDV) مباشرة، وإنما يتم من النسخة المعدلة لهذا المتجه، فالاختلافات الكائنة فيما بين وحدات التحليل المركبة (العائلات) من حيث الحجم والتركيبية، وأيضاً عدم تكافؤ القدرات الشرائية للعملات المختلفة أو لنفس العملة في أمكنة أو أزمنة مختلفة هي من الأسباب الموجبة للاعتماد على (AMDV) المحصل عليه بواسطة تحويل القيم المشاهدة لدلائل الرفاه النقدية باستخدام أداتين معروفتين وقادرتين على تحويل المتجه الفعلي  $y=(y_1, y_2, \dots, y_n)$  إلى المتجه المعدل  $y^*=(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$  ألا وهما: "سلم التكافؤ أو التعادل (ES Equivalent Scale)" و "مكافئ أو معادل القوة الشرائية Purchasing Power Parity (PPP)".<sup>⊕</sup>

⊗ - حيث يعرف "سلم التعادل أو التكافؤ" بأنه: «النسبة بين دوال تكاليف عائلات بأحجام وتراكيب مختلفة» (Bojer H., 1998, P: 01)، وبأنه: «نسبة مبلغ الدخل المطلوب من طرف عائلة معينة بلوغ مستوى معيشي معين، بإعطاء تركيبة العائلة، هو مبلغ الدخل المطلوب من طرف عائلة مرجعية محققة لنفس مستوى المعيشة» (Anyagbu G., 2005, P: 49 - 50).

⊕ - لقد ورد في (Taylor A. M. & M.P. Taylor, 2004, P: 136) بأن: «الفكرة العامة وراء مكافئ القدرة الشرائية هي وجوب أن تكون وحدة عملة قابلة لشراء نفس سلة السلع في إحدى البلدان تماماً مثل ما يمكن شراؤه بالمبلغ المكافئ من عملة أجنبية، عند سعر الصرف السائد، في بلد أجنبي»، أو بعبارة أخرى فإن مكافئ أو معادل القدرة الشرائية «يتضمن علاقة بين سعر الصرف الأجنبي لبلد

### 3.3.1 إختزال متجه التوزيع النقدي المعدل في عدد مفرد:

يفاضل الباحث في هذه الخطوة النهائية ما بين بعض الصيغ أو المعاملات التجميعية أو المؤشرات التي بواسطتها يمكنه دمج أو تجميع، تحت قيد بعض المعايير القاعدية أو الأكسيومات، كافة الـ  $n$  مركبة أو إحدائية للمتجه النقدي المعدل (AMDV) في عدد حقيقي سلمي مفرد وغير سالب يرمز له بـ  $I(y)$  و يسمى بمقياس أو مؤشر تفاوت كونه يستخدم لرصد مستوى التفاوت في الدخل. ويتفق الأخصائيون على التمييز فيما بين فئتين من مقاييس التفاوت النقدي أو أحادي البعد، وذلك على الرغم من عدم وجود أي خط فاصل بوضوح ما بين هاذين النمطين (Sen A.K., 1997, P: 24).

### 1.3.3.1 مقاييس التفاوت الإيجابية أو الإحصائية:

تضم هذه الفئة من مؤشرات التفاوت الموصوفة من قبل أهل الاختصاص بأنها "إحصائية Statistical" أو "إيجابية positive"، و الواردة في الجدول (02)، بضع أدوات معيارية شائعة الاستخدام في التحاليل التوزيعية، حيث يستعمل هذا الصنف من المقاييس لرصد التفاوت بشيء من الموضوعية، كما يستخدم في العادة بعضاً من المقاييس الإحصائية للتغير النسبي في الدخل (Sen A.K, 1997, P: 02)، ووصفت بأنها إيجابية لأنها لا تقوم بأي استخدام ظاهر لأي مفهوم للرفاه الاجتماعي (Sen A. K., 1997, P: 24)

الجدول (01) : مقاييس التفاوت النقدي الإحصائية أو الإيجابية الشهيرة

| اسم المؤشر                                                                                                             | صيغة المؤشر                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| المدى النسبي<br>Relative Range (RR)<br>(Sen A. K., 1997, P: 24)                                                        | $RR = \left[ \frac{\max(y_i) - \min(y_i)}{\bar{y}} \right] \dots (01)$             |
| الانحراف المتوسط<br>Mean Deviation (MD)<br>(Spinakis A. & al., 2011, P:168)                                            | $MD = \left[ \sum_{i=1}^n  y_i - \bar{y}  \right] / n \dots (02)$                  |
| الانحراف المتوسط النسبي<br>Relative Mean Deviation (RMD)<br>(Cowell F. A., 1988, P:309)<br>(Allison P.D., 1978, P:867) | $RMD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left  \frac{y_i}{\bar{y}} - 1 \right  \dots (03)$ |
|                                                                                                                        | $RMD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n  y_i - \mu  / 2\mu \dots (04)$                     |
| التباين<br>Variance (V)<br>(Cowell F. A., 2009, P:151)                                                                 | $V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \bar{y}]^2 \dots (05)$                        |

ما ومستوى أو حركة مستوى سعره الوطني بالنسبة لذلك الخاص ببلد أجنبي» (Coakley J. & al., 2005, P: 294).

ومؤسسي "النهج الأكسيوماتي Axiomatic Approach"، من أمثال آتكسون Atkinson، كويل Cowell، فوستير Foster، سان Sen وشوروكس Shorrocks (Slottje D. J., 1989, P: 63) وغيرهم، حيث أن انتقاء أي مقياس للتفاوت على أساس احترامه لهذه الخصائص المرغوب فيها، يجعله في نظرهم مقياسا أكسيوماتيا (Bellù L.G. & P. Liberati 2006-a, P: 04)، أو معياريا. كما تجدر الإشارة إلى أن هذه المبادئ الواردة في الجدول (02) والتي ينبغي لأي مقياس تفاوت أن يستوفيها ليتم تأهيله (Shorrocks A. F., 1980, P: 619)، تشتمل على معايير أو خصائص مشتقة من مبادئ أخلاقية، موافقات حسية أو رياضية تعطي مقاييس التفاوت معنا اقتصاديا (Cowl F.A., 2000, P: 89; 2005, P: 01)، حيث تكون هذه الخصائص مشتقة من نظام أكسيوماتي خاص أو من بعض دوال الرفاه الاجتماعي، وهذا هو الذي يجعل مقاييس التفاوت، خاصة (Cowell F.A., 2001/1999, P: 271) وأيضا معبرة إقتصادية ©:

#### 4.1 مفهوم مبدأ بيغو – دالتون للتحويلات:

يشتهر "مبدأ التحويلات Principle of Transfers" الذي أسماه (Dalton Hugh 1920, P:351) "مبدأ التحويل Transfer Principle" (Atkinson A.B., 1970, P: 247)، والذي وصفه (Cowell F. A., 2001/1999, P: 271) برئيس الأكسيومات الواجب أن تستوفيها مقاييس التفاوت، في معظم أدبيات التفاوت بـ "مبدأ بيغو- دالتون للتحويلات Pigou-Dalton Principle of Transfers (PDPT)" وذلك نسبة للاقتصادي البريطاني آرثر سوسيل بيغو Arthur Cecil Pigou (1877-1959) والاقتصادي والسياسي البريطاني إدوارد هوغ دالتون Edward Hugh Dalton (1887-1962)، حيث نجد في كل من (Amiel Y. & al. 2004, P: 02) و (Harrison E. & C. Seidl, 1994, P: 71-72) موجزا تاريخيا لهذا المبدأ الذي ابتدأت قصته باكتشاف بيغو (Pigou 1912) أن تحويل دخل من شخص أغنى إلى شخص أفقر في اقتصاد من فردين، والذي لا يغير من وضعيهما سيرفع حتما رفاهيتهما الاجتماعية، ليأتي دور دالتون (Dalton 1920) الذي ارتكز على هذه الفكرة وبرهن أنه في أي اقتصاد من n شخص، فإن أي تحويل دخل من أي شخص أغنى إلى آخر أفقر

|                                                                                                                   |                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $CV = V^{1/2} / \mu \dots\dots\dots (06)$                                                                         | معامل التغير<br><b>Coefficient of Variation (CV)</b><br>(Sen A. K., 1997, P: 27)<br>(Blackorby C. & D. Donaldson 1978, P: 70) |
| $CV = 1 - \frac{1}{\mu} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \mu)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (07)$     |                                                                                                                               |
| $RCV = \frac{\sqrt{V}/\bar{y}}{\sqrt{V \max}/\bar{y}} \dots\dots\dots (08)$                                       | معامل التغير النسبي<br><b>Relative Coefficient of Variation (RCV)</b><br>(Bellù L.G. & Liberati P., 2006, P: 10)              |
| $LV = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \left[ \log \left( \frac{y_i}{\bar{y}} \right) \right]^2 \dots\dots\dots (09)$ | التباين اللوغاريتمي<br><b>Logarithmic variance (LV)</b><br>(Cowell F. A., 2009, P: 27)                                        |
| $VL = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \left[ \log \left( \frac{y_i}{\bar{y}} \right) \right]^2 \dots\dots\dots (10)$ | تباين اللوغاريتمات<br><b>Variance of Logarithms (VL)</b><br>(Cowell F. A., 2009, P: 27)                                       |
| $SDL = \left[ \sum_{i=1}^{i=n} (\log \mu - \log y_i)^2 / n \right]^{1/2} \dots\dots\dots (11)$                    | الانحراف المعياري لللوغاريتمات<br><b>Standard Deviation of Logarithms (SDL)</b><br>(Sen A. K., 1997, P: 28-29)                |
| $GI = \frac{1}{2n^2 \mu} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n}  x_i - x_j  \dots\dots\dots (12)$                      | (Sen A.K., 1976, P: 224);<br>(Molnar M. 2009, P: 547);<br>(Mussard & al., 2003, P: 01)                                        |
| $G = \mu(x) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{2i-1}{n} x_{i..} \dots\dots\dots (13)$                           | (Aristondo O. & al., 2012, P: 13)                                                                                             |
| $G = \frac{2}{n^2 \mu} \sum_{i=1}^{i=n} \left( i - \frac{n+1}{2} \right) x_{i..} \dots\dots\dots (14)$            | (Heshmati A., 2004, P: 03)                                                                                                    |
| $G = \frac{1}{n \mu_x} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{2i(x_i - \mu_x)}{n} \dots\dots\dots (15)$                           | (Shorrocks, 1999 in Ceriani L. & Verme, 2014:13)                                                                              |

مؤشر أو معامل جيني  
Gini Index or Coefficient (G)

المصدر : من تجميع الباحث

#### 2.3.3.1 مقاييس التفاوت المعيارية أو الأكسيومية:

خلافا للنوع الأول، فإن هذه المؤشرات "المعيارية normative" أو "الأكسيومية axiomatic" تم اقتراحها لقياس التفاوت ببعض من الاتجاه المعيارية للرفاه الاجتماعي بحيث تكون درجة التفاوت الأعلى مرفقة بالمستوى الأدنى للرفاه الاجتماعي لإجمالي دخل معطى (Sen A.K., 1997, P: 02)، أي أنها تكون مرتكزة على بعض من الصياغة الظاهرة للرفاه الاجتماعي والتي تجعل شعور فقدان صادر من توزيع غير متساو (Sen A.K., 1997, P: 24).

فهذه الفئة من مقاييس التفاوت، والوارد أشهرها في الجدول (03)، قد تم بناؤها بطرق خاصة أكسبتها نوعا من القدرة على استيفاء جملة من الخصائص المعيارية المرغوب فيها من قبل تلك الجماعة من المنظرين في مجال التفاوت والذين يعتبرون من رواد

© - يمكن للقارئ أن يجد توضيحات أوفى حول هذه الأكسيومات في عديد من الأعمال التي نجدها نذكر وتشرح و نضمن أكسيوم بيغو-دالتون للتحويلات، على سبيل المثال: (Foster J. E., 1983:107-108)؛ (Aaberge R., 1986: 10-19)؛ (Chakravarty S. R. & P. Muliere, 2003: 462-466)؛ (Mussard & al., 2006: 06-08)؛ (Santos M.E., 2009: 03-09)؛ (Cowell F.A., 2009:60-70)؛ (Chakravarty S.R. & al., 2013: 03-09)؛ (2009; 2010:05-09) وغيرها

|                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| al., 2013, P: 03-09)                                                                                                             | DPP؛ 4- الاستمرارية CON؛ 5- قابلية التجزئة DEC؛ 6- التسوية NOM؛ 7- التجانس الخطية LIH + الثبات السلمي بالنسبة للمقاييس النسبية فقط.                                                                             |
| (Foster J. & al., 2013, P:14)                                                                                                    | 1- التناظر؛ 2- الثبات المجتمعي؛ 3- الثبات السلمي (التجانسية من الدرجة صفر)؛ 4- مبدأ التحويل الضعيف (المعروف كمبدأ التحويل في نسخته الأقوى)؛ 5- قابلية التجزئة؛ 6- الاتساق مع الفوج الجزئي؛ 7- الحساسية للتحويل. |
| <b>ملاحظة:</b> لقد تم إيراد هذه الأكسيومات تماماً كما هي مذكورة في مصادرها مع احترام ترتيبها و الحفاظ على طريقة تسميتها وكتابتها |                                                                                                                                                                                                                 |

المصدر: من تجميع الباحث

الجدول (03): مقاييس التفاوت أحادي البعد الأكسيومية الشهيرة

| المؤشر                                                                                                                         | الصيغة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>مؤشر بونفيروني Bonferroni Index (BI)</b><br>(Giorgi G.M., M. Crescenzi, 2001, P: 07);<br>(Tumen S, 2011: 370-371)           | $B = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(\mu - \mu_i)}{\mu} \right] \dots \dots \dots (16)$<br>$B = 1 - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\mu_i}{\mu} \dots \dots \dots (17)$                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>مؤشر دالتون Dalton Index (D)</b><br>(Cowell F.A., 2009: 151)                                                                | $D_\epsilon = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i^{1-\epsilon} - 1]}{y^{1-\epsilon} - 1} \dots \dots \dots (18)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>مؤشر آتكينسون Atkinson Index (AI)</b><br>(Atkinson A.B., 1970, P: 257);<br>(Gajdos T., 2001, P:16);<br>(Kolm S.-C., 1976-a: | $I = 1 - \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i}{\mu} \right)^{1-\epsilon} f(y_i) \right]^{1/(1-\epsilon)} \dots \dots \dots (19)$<br>$IA_n = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i}{\bar{X}} \right)^{1-\epsilon} \right]^{1/(1-\epsilon)}, & \epsilon \neq 1 \\ 1 - \left( \prod_{i=1}^n \left( \frac{X_i}{\bar{X}} \right) \right)^{1/n}, & \epsilon = 1 \end{cases} \dots \dots (20)$ |

(والذي يحفظ المواضع التوزيعية لهؤلاء الأشخاص) يوجب أيضا انخفاضاً في التفاوت في هذا المجتمع .  
الجدول (02) : أشهر أكسيومات أو مبادئ قياس التفاوت النقدي

| الأكسيومات المذكورة من طرف المؤلف (ين)                                                                                                                                                                                                                       | المؤلف (ين)                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1-الاستمرارية؛ 2- التناظر؛ 3- التسوية؛ 4- النسخة الصارمة لمبدأ بيجو- دالتون للتحويلات؛ 5- قابلية التفكير؛ 6- الاستتساخ الثابت ( مبدأ إستتساخ المجتمع)؛ 7- الثبات السلمي (إستقلالية المتوسط، أو تجانسية الصفر درجة) .                                         | (Shorrocks A.F., 1984, P: 1371 - 1372)            |
| 1- مبدأ التحويلات ؛ 2- مبدأ الثبات السلمي ؛ 3- مساواة الصفر مع المساواة التامة؛ 4- القيمة القصوى الممكن تحقيقها هي واحد إذا حصلت وحدة واحدة على إجمالي الدخل بينما لا تتال الوحدات الأخرى أي دخل ؛ 5- الحساسية للتحويل ؛ 6- قابلية التفكير بمركبات عاملية.   | (Aaberge R., 1986, P: 10-19)                      |
| 1- شرط بيجو- دالتون؛ 2- الحساسية النسبية أو حساسية التحويل؛ 3- أكسيومات قابلية الفصل أو التفكير الزائدي؛ 4- التناظر؛ 5- الثبات الاستتساخي؛ 6- إستقلالية المتوسط (عدم التغير في ظل مضاعفة سلمية)؛ 7- الاتساق بالنسبة للفوج الجزئي .                           | (Sen A. K., 1997, P: 31-157)                      |
| 1- مبدأ تحويل بيجو- دالتون؛ 2- إستقلالية سلم الدخل ؛ 3- مبدأ المجتمع (الثبات مع استتساخات المجتمع)؛ 4- البناء للمجهول (التناظر) ؛ 5- قابلية التفكير.                                                                                                         | (Litchfield J.A., 1999, P: 02-03)                 |
| 1- الاستمرارية CON؛ 2- التناظر SYM ؛ 3- مبدأ المجتمع POP؛ 4- مبدأ تحويلات بيجو- دالتون PDT ؛ 5- حساسية التحويل TRS؛ 6- مبدأ حساسية التحويل الموضوعي PPT : مبدأ التحويلات حول $\theta$ ؛ مبدأ التحويلات بالقرب من $\theta$ ؛ مبدأ التحويلات ذات الشكل النجمي. | (Chakravarty S.R. & P. Muliere, 2003, P: 462-466) |
| 1- الاستمرارية CN ؛ 2- مبدأ تحويل بيجو- دالتون PD ؛ 3- مبدأ المجتمع لدالتون PP ؛ 4- التناظر (البناء للمجهول) SM ؛ 5- التسوية NM؛ 6- النسبية غير المتغيرة IR (أو تجانسية الصفر درجة).                                                                         | (Mussard S. & al., 2006, P: 06-08)                |
| 1- مبدأ التحويلات الضعيف؛ 2- استقلال سلم الدخل؛ 3- مبدأ المجتمع؛ 4- قابلية التجزئة؛ 5- مبدأ التحويل القوي .                                                                                                                                                  | (Cowell F.A., 2009, P: 60-70)                     |
| 1- التناظر (البناء للمجهول) ؛ 2- الثبات الاستتساخي أو (مبدأ المجتمع)؛ 3- الثبات السلمي (تجانسية الصفر درجة) ؛ 4- التحويل (التحويل التنازلي من نوع بيجو- دالتون).                                                                                             | (Santos M. E., 2009, 2010, P: 05-09)              |
| 1- الاستمرارية؛ 2- التناظر؛ 3- التحجب- التام ؛ 4- الثبات السلمي بالنسبة للمؤشر النسبي؛ 5- الثبات بالنسبة للتغيرات للمقاييس المطلقة؛ 6- مبدأ تحويل بيجو- دالتون.                                                                                              | (Aristondo O. & al., 2012, P: 10)                 |
| 1- التناظر SYM؛ 2- مبدأ تحويلات بيجو- دالتون PDT؛ 3- مبدأ المجتمع لدالتون                                                                                                                                                                                    | (Chakravarty S. R. &                              |

|                                                                                                                                     |                                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                     | <b>Index (Pi)</b><br>(Kleiber C. & S. Kotz, 2003, P: 31)                                                   |
| $KI \text{ or } RHI = \frac{1}{2n} \left[ \sum_{i=1}^{i=n} \frac{x_i}{\bar{x}} - 1 \right] \dots\dots\dots (28)$                    | <b>مؤشر كوزنتس أو روبن هود</b><br><b>Kuznetz or Robin Hood Index (K) or (RH)</b><br>(Molnar M., 2009: 548) |
| $HI = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} \left  \frac{x_i}{\sum_{j=1}^{j=n} x_j} - \frac{1}{n} \right  \dots\dots\dots (29)$              | <b>مؤشر هوفير</b><br><b>Hooover Index (H)</b><br>(Vasilescu B. & al., 2011, P: 314)                        |
| $KI = \log \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} e^{\bar{y}-y_i} \right] \dots\dots\dots (30)$                                        | <b>مؤشر كولم</b><br><b>Kolm Index (KI)</b><br>(Vasilescu B. & al., 2011, P: 02)                            |
| $A_p(y) = \frac{1}{\gamma} \ln \sum_{i=1}^{i=n} e^{\gamma(\mu-y_i)} \dots\dots\dots (31)$                                           | <b>مؤشر بولاك</b><br><b>Pollak Index (P)</b><br>(Blackorby C. & D. Donaldson, 1980, P: 116)                |
| $KI_n = \frac{1}{\alpha} \ln \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} e^{-\alpha(x_i-\bar{x})} \right], \alpha > 0 \dots\dots\dots (32)$ | <b>مؤشر كولم - بولاك</b><br><b>Kolm-Pollak Index (KP)</b><br>(Gajdos T., 2001, P: 16)                      |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 418)                                                                                                                                                           |
| $T_1(x) = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{x_i}{\mu(x)} \ln \frac{x_i}{\mu(x)} \dots\dots\dots (21)$<br>$T_2(x) = - \sum_{i=1}^{i=n} \ln \frac{x_i}{\mu(x)} = \sum_{i=1}^{i=n} \ln \frac{\mu(x)}{x_i} \dots\dots\dots (22)$                                                                                       | <b>مؤشر ثايل</b><br><b>Theil Index (T)</b><br>(Moyes P., 2009, P: 03)                                                                                          |
| $Sc = \begin{cases} \sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{(x_i/\mu)^c - 1}{nc(c-1)} \right), & \forall c \neq 0,1 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \log \frac{\mu}{x_i}, & \forall c = 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{x_i}{\mu} \log \frac{x_i}{\mu}, & \forall c = 1 \end{cases} \dots\dots\dots (23)$ | <b>مؤشر الأونتروبي المعمم</b><br><b>Generalized Entropy Index (GE)</b><br>(Shorrocks, A.F., 1980, P: 622; 1984, P: 1381); (Foster J. & Artyom S., 1999, P: 94) |
| $Gat = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{ y_i - y_j }{(y_i + y_j)} \dots\dots\dots (24)$                                                                                                                                                                                            | <b>مؤشر غاستويرث</b><br><b>Gastwirth Index (Ga)</b><br>(Amiel Y. & Cowell F.A., 1994, P: 21); (Cowell F.A., 2009, P: 73)                                       |
| $I_{H-H} = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \mu)^2 / 2n\mu^2 \dots\dots\dots (25)$                                                                                                                                                                                                                               | <b>مؤشر هيرفينداهل - هيرشمان</b><br><b>Herfindahl-Hirschman Index (HHI)</b><br>(Ngo Tedga P. & al., 2014: 1048)                                                |
| $PI = \frac{1}{2n\mu} \sum_{i=1}^{i=n}  x_i - \mu  \dots\dots\dots (26)$<br>$PI = \sum_{i=1}^{i=n}  x_i - \mu  / 2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i \dots\dots\dots (27)$                                                                                                                                           | <b>مؤشر بيترا أو شوتز</b><br><b>Pietra or Shutz</b>                                                                                                            |

توزيع  $G$  مشتق من  $F$  بامتداد محافظ على المتوسط (أو تتابع لمثل هذه الامتدادات) فإنه سيكون  $I(G) > I(F)$  (Cowell F.A., «I (G) > I (F)» 2001/1999, P: 271) كما تم تعريفه من طرف خبراء آخرين في مجال قياسات التفاوت بطريقة مماثلة تقريبا: «من أجل كافة  $y \in D$ ، إن كان (توزيع الدخل)  $x$  محصل عليه من  $y$  بتحويل تصاعدي، فإن  $I(x) \leq I(y)$ » (Harrison E. & C. Seidl, «I(x) ≤ I(y)» 1994, P: 71-72) (Chakravarty S.R. & W. Eichhorn, 1994, P: 29) (Cowell F.A., 2000, P: 98) (Chakravarty S.R., 2001/1999, P: 166) (Chakravarty S.R. & al., 2013, P: 03).

وإضافة لكل هذا، نجد في بعض أدبيات التفاوت تقديمًا أكثر شكلية و تفصيلا لأكسيوم تحويلات بيجو- دالتون، وذلك بوصفه أنه يعني: 1- مؤشرات التفاوت يجب أن تتخفف بتحويل تصاعدي progressive transfer (من أغنى إلى أفقر)؛ 2- مؤشرات التفاوت يجب أن ترتفع بتحويل إنحداري regressive transfer (من أفقر إلى أغنى). وبوجود مؤشر تفاوت شامل  $I$  و توزيع دخل مقدر  $y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_k, \dots, y_n)$ ، وإذا ما افترضنا حدوث تحويل تصاعدي  $\delta$  من  $y_k$  نحو  $y_i$ ، بحيث  $y_k > y_i$ ، فإن هذا سيؤدي إلى نشأة توزيع دخل جديد  $y^* = (y_1, y_2, \dots, y_i + \delta, \dots, y_k - \delta, \dots, y_n)$  مع  $y_k - \delta > y_i + \delta$ ، بمعنى، أن التحويل لا يعكس التوزيع النسبي للأفراد. وهنا، يكون مؤشر  $I$  مستوفيا لـ PT إن كان  $I(y^*) < I(y)$ ، بمعنى، إن كان يعطي قيمة تفاوت أقل لـ  $y^*$  مقارنة بالقيمة التي يعطيها لـ  $y$  الأولى (Bellù L.G. & P. Liberati, 2006-a, P: 05).

## 2 الجانب التطبيقي:

### 1.2 تقديم المثال العددي:

ليكن  $A$  مجتمع إحصائي يضم 10 عائلات  $a_i$ ،  $i = (1, \dots, 10)$ ، والمثلة مع دخولها المعدلة  $\tilde{y}_i$  في الجدول (04) كما يلي:

**الجدول (04):** متجه التوزيع النقدي الأصلي في حالته العادية (الزمن  $t_0$ )

| $a_i$         | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_5$ | $a_6$ | $a_7$ | $a_8$ | $a_9$ | $a_{10}$ |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $\tilde{y}_i$ | 2     | 1     | 5     | 3     | 4     | 7     | 1     | 3     | 2     | 07       |
|               | 9     | 2     | 4     | 3     | 7     | 2     | 6     | 8     | 2     |          |

المصدر: من افتراض الباحث

ولنفرض أنه في الزمن  $t_1$ ، حدث تحويل وحدة نقدية من  $a_7$  نحو  $a_9$ ، مع بقاء الأمور الأخرى على حالها؛ وأنه في الزمن  $t_2$ ، أرجعت  $a_9$  قيمة التحويل لـ  $a_7$  وحصلت على وحدة نقدية من  $a_1$ ، مع ثبات كل الأمور الأخرى، أنظر الجداول (05)، (06) و (07):

|                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $I_{\eta}(x) = \begin{cases} \ln \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-\eta [\mu(x) - x_i]} \right)^{-1/\eta}, & 0 < \eta \dots (33) \\ 0, & \eta = 0 \end{cases}$                                                          | <p>مؤشر كولم - سان<br/>Kolm-Sen Index (KS)<br/>(Moyes Patrick, 2009:08)</p>                                                                          |
| $I_{\geq}^A = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\mu(x)} \right)^r \right]^{1/r}, & r < 1 \text{ and} \\ 1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\mu(x)} \right)^{1/n}, & r = 0 \end{cases}$ | <p>مؤشر آتكينسون- كولم- سان<br/>Atkinson-Kolm-Sen Index (AKS)<br/>(Chakravarty S.R. &amp; P. Muliere, 2003, P: 469);<br/>(Weymark J. A, 2003:15)</p> |

المصدر: من تجميع الباحث

وقد تم تقديم مبدأ بيجو- دالتون للتحويلات، والذي تم اقتراحه لرصد عنصر جوهري في مفهوم التفاوت، وبالتالي، تقمص دور مركزي في نظرية قياس التفاوت وليكون محورا للعديد من النتائج الجد معروفة (Shorrocks A.F. & J.E. Foster, 1987, P: 485) والذي تم تبريره من قبل الخبير (Kolm S.-C., 2001/ 1999, P: 24-25) بأساليب شبه متماثلة، حيث تم تعريفه، على سبيل المثال، في عمل المتخصص آتكينسون بهذه الكيفية: «إن نحن قمنا بتحويل دخل  $d$  من شخص ذو دخل  $y_1$  إلى شخص ذو دخل أدنى  $y_2$  (بحيث  $y_2 \leq y_1 - d$ )، فإن التوزيع الجديد  $f^*(y)$  يجب أن يكون مفضلا عن  $f(y)$ . مبدأ التحويلات يظهر، إذا، ليكون مماثلا لمفهوم الامتداد المحافظ على المتوسط المقترح من طرف روتشيلد (Atkinson A.B., «Stiglitz و Rothschild» 1970, P: 247) كما عرفه الخبير شوروكس (Shorrocks A.F, 1980, P:619) بطريقة تجعله يعكس فكرة أن أي تحويل نقدي يحفظ المتوسط من شخص أغنى إلى شخص أفقر ينبغي أن يخفف التفاوت، وشكليا، إذا ما تم القيام بتحويل نقدي موجب  $\Delta$  من دخل  $y_j$  الخاص بفرد معين إلى فرد آخر بدخل  $y_i$ ، بحيث  $y_j > y_i + \Delta$ ، فإن التفاوت سيتناقص، بمعنى أن، التحويل الانحداري يرفع التفاوت والتحويل التصاعدي يخفف التفاوت (Shorrocks A.F. & J.E. Foster, 1987, P: 485). وقد قام الخبير كوويل بتقديمه بصيغة جد مشابهة: «إن كان هناك

أما الجدول (09) فهو يوضح التغيرات المطلقة الحاصلة في قيم مختلف مؤشرات التفاوت الإيجابية  $I(\tilde{y}_i)$  في كل من الزمن  $t_1$  (نتيجة للتحويل التنازلي) والزمن  $t_2$  (كنتيجة للتحويل التصاعدي) والمحسوبة بالاستناد إلى معطيات الجدول (08) كما يلي:

**الجدول (09):** التغيرات المطلقة في مقاييس التفاوت الإيجابية في  $t_2$  و  $t_1$

| المؤشر | القيمة الابتدائية | التغير المطلق بعد التحويل |                    |
|--------|-------------------|---------------------------|--------------------|
|        |                   | من $a_1$ نحو $a_9$        | من $a_7$ نحو $a_9$ |
| RR     | 1,969697          | 00,00                     | 00,00              |
| MD     | 15,8              | 00,00                     | 00,00              |
| RMD    | 0,478788          | 00,00                     | 00,00              |
| V      | 372,6             | + 1,4                     | - 1,2              |
| CV     | 0,584935          | + 0,001098                | - 0,000943         |
| RCV    | 0,184973          | + 0,000347                | - 0,000298         |
| LV     | 0,096739          | + 0,001198                | - 0,000449         |
| VL     | 0,088786          | + 0,001042                | - 0,000376         |
| SDL    | 0,311029          | + 0,001920                | - 0,000722         |
| G      | 0,32909           | + 0,000610                | - 0,000610         |

المصدر: من حساب الباحث

أما الجدول (10) فهو يتضمن نتائج محصل عليها بتطبيق أغلب مقاييس التفاوت المعيارية التي سبق لنا ذكرها وعرضها في الجدول (03)، وذلك من أجل تجميع مختلف القيم  $\tilde{y}_i$  الواردة في الجدول (05)، ومن ثم إعادة نفس العملية التجميعية لمعطيات الجدولين (06) و (07)، كل على حدا، وقد كانت النتائج كما يلي:

**الجدول (10):** قيم مقاييس التفاوت الأكسيومية في الأزمنة  $t_0$  ،  $t_1$  و  $t_2$

| المؤشر    | القيمة الابتدائية | القيمة بعد حدوث التحويل |                    |
|-----------|-------------------|-------------------------|--------------------|
|           |                   | من $a_7$ نحو $a_9$      | من $a_1$ نحو $a_9$ |
| Bn        | 0,474595          | 0,475717                | 0,473753           |
| Ga        | 0,340484          | 0,341695                | 0,339715           |
| HHI       | 0,17107           | 0,17172                 | 0,17052            |
| PI        | 0,23939           | 0,23939                 | 0,23939            |
| Ku        | 0,23939           | 0,23939                 | 0,23939            |
| H         | 0,239394          | 0,239394                | 0,239394           |
| Ko        | 10,29463          | 10,29472                | 10,29463           |
| $D_{1,5}$ | 0,037638          | 0,038063                | 0,037468           |
| $D_2$     | 0,01814           | 0,018366                | 0,018063           |
| $T_1$     | 0,17425           | 0,17538                 | 0,17354            |

**الجدول (05):** متجه التوزيع النقدي الأصلي المرتب تصاعديا (الزمن  $t_0$ )

| $a_i$         | $a_{10}$ | $a_2$ | $a_7$ | $a_9$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_8$ | $a_5$ | $a_3$ | $a_6$ |
|---------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\tilde{y}_i$ | 07       | 1     | 1     | 2     | 2     | 3     | 3     | 4     | 5     | 7     |
|               |          | 2     | 6     | 2     | 9     | 3     | 8     | 7     | 4     | 2     |

المصدر: من افتراض الباحث

**الجدول (06):** متجه التوزيع النقدي المعدل المرتب تصاعديا (الزمن  $t_1$ )

| $a_i$         | $a_{10}$ | $a_2$ | $a_7$ | $a_9$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_8$ | $a_5$ | $a_3$ | $a_6$ |
|---------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\tilde{y}_i$ | 07       | 1     | 1     | 2     | 2     | 3     | 3     | 4     | 5     | 7     |
|               |          | 2     | 5     | 3     | 9     | 3     | 8     | 7     | 4     | 2     |

المصدر: من انجاز الباحث

**الجدول (07):** متجه التوزيع النقدي المعدل المرتب تصاعديا (الزمن  $t_2$ )

| $a_i$         | $a_{10}$ | $a_2$ | $a_7$ | $a_9$ | $a_1$ | $a_4$ | $a_8$ | $a_5$ | $a_3$ | $a_6$ |
|---------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\tilde{y}_i$ | 07       | 1     | 1     | 2     | 2     | 3     | 3     | 4     | 5     | 7     |
|               |          | 2     | 6     | 3     | 8     | 3     | 8     | 7     | 4     | 2     |

المصدر: من انجاز الباحث

## 2.2 نتائج الحسابات:

الجدول (08) ناتج من تجميع كافة القيم العشرة لـ  $\tilde{y}_i$  من الجدول (05) باستخدام الصيغ الواردة في الجدول (01)، وإعادة نفس العملية مرتين مع القيم الواردة في الجدولين (06) و (07):

**الجدول (08):** قيم مقاييس التفاوت الإيجابية في الأزمنة  $t_0$  ،  $t_1$  و  $t_2$

| المؤشر | القيمة الابتدائية | القيمة بعد حدوث التحويل |                    |
|--------|-------------------|-------------------------|--------------------|
|        |                   | من $a_7$ نحو $a_9$      | من $a_1$ نحو $a_9$ |
| RR     | 1,969697          | 1,969697                | 1,969697           |
| MD     | 15,8              | 15,8                    | 15,8               |
| RMD    | 0,478788          | 0,478788                | 0,478788           |
| V      | 372,6             | 374                     | 371,4              |
| CV     | 0,584935          | 0,586033                | 0,583992           |
| RCV    | 0,184973          | 0,18532                 | 0,184675           |
| LV     | 0,096739          | 0,097937                | 0,09629            |
| VL     | 0,088786          | 0,089828                | 0,08841            |
| SDL    | 0,311029          | 0,312949                | 0,310307           |
| G      | 0,32909           | 0,3297                  | 0,32848            |

المصدر: من حساب الباحث

## خاتمة :

انطلاقاً من كل ما تم شرحه في الجانب النظري و المفاهيمي لهذه الورقة، واستناداً على النتائج المحصل عليها من خلال المثال العددي، والملخصة في الجدولين (09) و (11)، يمكننا وبكل سهولة استخلاص النتائج المعروضة في الجدولين (12) و (13):

**الجدول (12) :** مؤشرات التفاوت النقدي أو أحادي البعد أكسيوم بيجو- دالتون للتحويلات

| أكسيوم PDTP | مؤشرات التفاوت النقدي أو أحادي البعد |
|-------------|--------------------------------------|
| لا يحقق     | المدى النسبي (RR)                    |
| لا يحقق     | الانحراف المتوسط (MD)                |
| لا يحقق     | الانحراف المتوسط النسبي (RMD)        |
| لا يحقق     | مؤشر بينرا (Pi) أو شوتر (S)          |
| لا يحقق     | مؤشر كوزنتس (K) أو روبن هوود (RH)    |
| لا يحقق     | مؤشر هوفير (H)                       |
| لا يحقق     | مؤشر كولم (KI)                       |

**المصدر:** من استنتاج الباحث  
**الجدول (12):** مؤشرات التفاوت النقدي التي تستوفي مبدأ أو أكسيوم بيجو- دالتون للتحويلات

| أكسيوم PDTP | مؤشرات التفاوت النقدي أو أحادي البعد      |
|-------------|-------------------------------------------|
| يحقق        | التباين (V)                               |
| يحقق        | معامل التغير (CV)                         |
| يحقق        | معامل التغير النسبي (RCV)                 |
| يحقق        | التباين اللوغاريتمي (LV)                  |
| يحقق        | تباين اللوغاريتمات (VL)                   |
| يحقق        | الانحراف المعياري للوغاريتمات (SDL)       |
| يحقق        | مؤشر جيني (G)                             |
| يحقق        | مؤشر بونفيروني (BI)                       |
| يحقق        | مؤشر غاستويرث (Ga)                        |
| يحقق        | مؤشر هيرفينداهل- هيرشمان (HHI)            |
| يحقق        | عائلة مؤشرات دالتون (D <sub>E=1,5</sub> ) |
| يحقق        | (D <sub>E=2</sub> )                       |
| يحقق        | (T <sub>1</sub> )                         |
| يحقق        | (T <sub>2</sub> )                         |
| يحقق        | (GE <sub>α=0</sub> )                      |
| يحقق        | (GE <sub>α=0,5</sub> )                    |
| يحقق        | (GE <sub>α=1</sub> )                      |

|         |         |         |                   |
|---------|---------|---------|-------------------|
| 0,20441 | 0,20735 | 0,20534 | T <sub>2</sub>    |
| 0,20441 | 0,20735 | 0,20534 | GE <sub>0</sub>   |
| 0,18453 | 0,18685 | 0,18534 | GE <sub>0,5</sub> |
| 0,17354 | 0,17538 | 0,17425 | GE <sub>1</sub>   |
| 0,16925 | 0,17073 | 0,16988 | GE <sub>1,5</sub> |
| 0,17052 | 0,17172 | 0,17107 | GE <sub>2</sub>   |
| 0,17689 | 0,17786 | 0,17737 | GE <sub>2,5</sub> |
| 0,09014 | 0,09124 | 0,09053 | A <sub>0,5</sub>  |
| 0,18487 | 0,18727 | 0,18563 | A <sub>1</sub>    |
| 0,27909 | 0,28254 | 0,28008 | A <sub>1,5</sub>  |
| 0,36629 | 0,37016 | 0,36728 | A <sub>2</sub>    |
| 0,44124 | 0,44487 | 0,44206 | A <sub>2,5</sub>  |

**المصدر:** من حساب الباحث  
أما الجدول (11) فهو يمثل مقادير التغيرات المطلقة الحاصلة في قيم مؤشرات التفاوت المعيارية  $I(\tilde{y}_i)$  المأخوذة بعين الاعتبار، وذلك في كل من الزمن  $t_1$  (نتيجة للتحويل التنازلي) والزمن  $t_2$  (كنتيجة للتحويل التصاعدي) والمحسوبة بالاستناد إلى معطيات الجدول (10) كما يلي :

**الجدول(11):** التغيرات المطلقة في مقاييس التفاوت المعيارية في  $t_2$  و  $t_1$

| المؤشر            | القيمة الابتدائية  | التغير المطلق بعد التحويل |
|-------------------|--------------------|---------------------------|
|                   | من $a_7$ نحو $a_9$ | من $a_1$ نحو $a_9$        |
| Bn                | 0,474595           | + 0,001122                |
| Ga                | 0,340484           | + 0,001211                |
| HHI               | 0,17107            | + 0,00065                 |
| PI                | 0,23939            | 00,00                     |
| Ku                | 0,23939            | 00,00                     |
| H                 | 0,239394           | 00,00                     |
| Ko                | 10,29463           | + 9E-05                   |
| D <sub>1,5</sub>  | 0,037638           | + 0,000425                |
| D <sub>2</sub>    | 0,01814            | + 0,000226                |
| T <sub>1</sub>    | 0,17425            | + 0,001130                |
| T <sub>2</sub>    | 0,20534            | + 0,002010                |
| GE <sub>0</sub>   | 0,20534            | + 0,002010                |
| GE <sub>0,5</sub> | 0,18534            | + 0,001510                |
| GE <sub>1</sub>   | 0,17425            | + 0,001130                |
| GE <sub>1,5</sub> | 0,16988            | + 0,000850                |
| GE <sub>2</sub>   | 0,17107            | + 0,000650                |
| GE <sub>2,5</sub> | 0,17737            | + 0,000490                |
| A <sub>0,5</sub>  | 0,09053            | + 0,000710                |
| A <sub>1</sub>    | 0,18563            | + 0,001640                |
| A <sub>1,5</sub>  | 0,28008            | + 0,002460                |
| A <sub>2</sub>    | 0,36728            | + 0,002880                |
| A <sub>2,5</sub>  | 0,44206            | + 0,002810                |

[05] Anyaegbu Grace, (2005), "Using the OECD equivalence scale in taxes and benefits analysis", the Economic & Labour Market Review, Vol. 04, N° 01, office for National Statistics, pp: 49-54.

[06] Aristondo Oihana & José Luis García-Laprestay & Casilda Lasso de la Vegaz & Ricardo Alberto Marques Pereira, (2012), "Classical inequality indices, welfare functions, and the dual decomposition", ECINEQ Working Paper No. 2012-253, available in: <http://www.ecineq.org/milano/WP/ECINEQ2012-253.pdf>.

[07] Atkinson Anthony B., (1970), "On the Measurement of Inequality", Journal of Economic Theory, Vol. 02, pp: 244 -263.

[08] Bellù Lorenzo Giovanni & Paolo Liberati, (2006-a), "Policy Impacts on Inequality: Inequality and Axioms for its Measurement", EASYPol Module 054, FAO (UN), December 2006, available online in: <http://www.fao.org/docs/up/easypol>

/447/inquity\_axms\_msrmnt\_054en.pdf

[09] Bellù Lorenzo Giovanni & Paolo Liberati, (2006-b), "Policy Impacts on Inequality: Simple Inequality Measures", EASYPol Module 080, FAO (UN), December 2006, available online in: [http://www.fao.org/docs/up/easypol/448/simple\\_inequality\\_mesu\\_res\\_080en.pdf](http://www.fao.org/docs/up/easypol/448/simple_inequality_mesu_res_080en.pdf)

[10] Blackorby Charles & David Donaldson, (1978), "Measures of Relative Equality and Their Meaning in Terms of Social Welfare", in Journal of Economic Theory, Vol. 18, published by Academic Press, Inc., pp: 59-80.

[11] Blackorby Charles & David Donaldson, (1980), "A Theoretical treatment of Indices of absolute inequality", in International Economic Review, Vol. 21, N° 1, pp: 107 - 136.

[12] Bojer Hilde, (1998), "Equivalence Scales and Intra-household Distribution", A Paper Memorandum 28/1998, Department of Economics, Oslo University, Norway, available online at: <http://folk.uio.no/hbojer/Equivalence%20Scales%20and%20Intra-h.PDF>

|       |                           |  |                                            |
|-------|---------------------------|--|--------------------------------------------|
| يحقّق | (GE <sub>α</sub><br>=1,5) |  | عائلة مؤشرات<br>أتكنسون (AI <sub>ε</sub> ) |
| يحقّق | (GE <sub>α</sub> =2)      |  |                                            |
| يحقّق | (GE <sub>α</sub><br>=2,5) |  |                                            |
| يحقّق | (AI <sub>ε</sub><br>=0,5) |  |                                            |
| يحقّق | (AI <sub>ε</sub> =1)      |  |                                            |
| يحقّق | (AI <sub>ε</sub><br>=1,5) |  |                                            |
| يحقّق | (AI <sub>ε</sub> =2)      |  |                                            |
| يحقّق | (AI <sub>ε</sub><br>=2,5) |  |                                            |
|       |                           |  |                                            |
|       |                           |  |                                            |

المصدر: من استنتاج الباحث

حيث نستنتج في الأخير أن معظم مؤشرات التفاوت النقدي، إحصائية كانت أو معيارية، تحترم مبدأ بيجو- دالتون للتحويلات.

## References:

[01] Aaberge Rolf, (1986), "On the problem of measuring inequality", Discussion Paper N° 14, of the Central Bureau of Statistics, Oslo, Norway, available online in: [http://www.ssb.no/a/publikasjoner/pdf/DP/dp\\_014.pdf](http://www.ssb.no/a/publikasjoner/pdf/DP/dp_014.pdf)

[02] Allison Paul D., (1978), "Measures of Inequality", in American Sociological Review, Vol. 43, No. 6, (December, 1978), PP: 865-880.

[03] Amiel Yoram & Frank A. Cowell, (1994), "Inequality Changes and Income Growth" in "Models and Measurement of Welfare and Inequality", Wolfgang Eichhorn (Ed.), published by Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany, pp: 03-27.

[04] Amiel Yoram & Frank A. Cowell & Dan Slottje, (2004), "Why do people violate the transfer principle? Evidence from educational sample surveys", in "Inequality, Welfare and Income Distribution: Experimental Approaches", Frank Cowell (Ed.), Research on Economic Inequality series, Vol. 11, published by Elsevier Ltd., Oxford, UK., pp: 01-16.

Bourguignon (Eds.), published by Elsevier Science B. V., PP: 87-166.

[21] Cowell Frank A., (2001/1999), "Estimation of Inequality Indices", Chapter 9 in "Handbook of Income Inequality Measurement", Jacque Silber (Ed.), published by Springer Science + Business Media, LLC, NY, USA, PP: 269-289.

[22] Cowell Frank A., (2005), "Theil, Inequality Indices and Decomposition", ECINEQ WP N° 2005-01, Oct. 2005, available at: <http://www.ecineq.org/milano/wp/ecineq2005-01.pdf>.

[23] Cowell Frank A., (2008), "Measuring Inequality", a Part of the series LSE Perspectives in Economic Analysis, September 2008, published by Oxford University Press.

[24] Cowell Frank A., (2009), "Measuring Inequality", A Part of the series LSE Perspectives in Economic Analysis, published by Oxford University Press, December, available online at: [http://darp.lse.ac.uk/papersDB/Cowell\\_measuringinequality3.pdf](http://darp.lse.ac.uk/papersDB/Cowell_measuringinequality3.pdf)

[25] Dalton Hugh, (1920), "The Measurement of the Inequality of Incomes", the Economic Journal, Vol. 30, N° 119, pp: 348 - 361, by Blackwell Publishing for the Royal Economic Society.

[26] Domínguez-Domínguez Juana & José Javier Núñez-Velázquez, (2004), "The Evolution of Economic Inequality in the Eu Countries during the Nineties", A Paper prepared for the First Meeting of the Society For the Study of Economic Inequality.

[27] Foster James E., (1983), "An Axiomatic Characterization of the Theil Measure of Income Inequality", the Journal of Economic Theory, Vol. 31, published by Academic Press, Inc., pp: 105-121.

[28] Foster James E. & Artyom Shneyerov, (1999), "A general class of additively decomposable inequality measures", in Economic Theory, Vol. 14, by Springer-Verlag, PP: 89-111.

[13] Ceriani Lidia & Paolo Verme, (2014), "Individual Diversity and the Gini Decomposition", Policy Research Working Paper 6763, the World Bank, January 2014, available online in: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/17315/WPS6763.pdf?sequence=1>.

[14] Chakravarty Satya R., (2001/1999), "Measuring Inequality: The Axiomatic Approach", Chapter 4 in "Handbook of Income Inequality Measurement", Jacque Silber (Ed.), published by Springer Science + Business Media, LLC, NY, PP: 163-186.

[15] Chakravarty Satya R. & Nachiketa Chattopadhyay & Conchita D'Ambrosio, (2013), "On a family of achievement and shortfall inequality indices", ECINEQ Working Paper No. 2013-300, August 2013.

[16] Chakravarty Satya R. & Pietro Muliere, (2003), "Welfare indicators: A review and new perspectives. 1. Measurement of inequality", METRON-International Journal of Statistics, Vol. LXI, N° 3, pp: 457 - 497.

[17] Chakravarty Satya R. & Wolfgang Eichhorn, (1994), "Measurement of Income Inequality Observed Versus True Data", in "Models and Measurement of Welfare and Inequality", Wolfgang Eichhorn (Ed.), published by Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany, pp: 28-32.

[18] Coakley Jerry & Robert P. Flood & Ana M. Fuertes & Mark P. Taylor, (2005), "Purchasing power parity and the theory of general relativity: the first tests", the Journal of International Money and Finance, Vol. 24, pp: 293 - 316.

[19] Cowell Frank A., (1988), "Inequality Decomposition: Three Bad Measures", in Bulletin of Economic Research, Vol. 40, No. 04, PP: 309-312.

[20] Cowell Frank A., (2000), "Measurement of Inequality", Chapter 2 in "Handbook of Income Distribution", Vol. 01, A.B. Atkinson & F.

Income Inequality Measurement", Jacque Silber (Ed.), published by Springer Science + Business Media, LLC, NY, USA, PP: 19-100.

[38] Le Breton Michel, (2001/1999), "The Mathematical Foundations of Inequality Analysis", Chapter 5 in "Handbook of Income Inequality Measurement", Jacque Silber (Ed.), published by Springer Science + Business Media, NY, USA, PP: 187-198.

[39] Litchfield Julie A., (1999), "Inequality: Methods and Tools", a Text for World Bank's Web Site on Inequality, Poverty, and Socio-economic Performance, March, 1999, available online at: <http://siteresources.worldbank.org/INTPGI/Resourcess/Inequality/litchfie.pdf>

[40] Moyes Patrick, (2009), "Mesurer les inégalités économiques" Cahier du GREThA (Groupe de Recherche en Economie Théorique et Appliquée) N° 2009-06, UMR (Université Montesquieu Bordeaux IV) CNRS 5113, France, available at: [www.gretha.fr](http://www.gretha.fr)

[41] Mussard Stéphane & Françoise Seyte & Michel Terraza, (2003) "Decomposition of Gini and generalized entropy inequality measures", Economic Bulletin, Vol. 4, No. 7, pp: 01-06.

[42] Mussard Stéphane & Françoise Seyte & Michel Terraza, (2006), "La décomposition de l'indicateur de Gini en sous-groupes: une revue de la littérature", GREDI Working Paper 06-11, University of Sherbrooke, Departement of economy.

[43] Ngo Tedga P. & C. Chameni Nembua & S. N. Ekamena Ntsama, (2014), "Income Inequalities by the tri-decomposition of the Hirschman-Herfindahl index: Application of Cameroonian Data", the International Journal of Innovation and Applied Studies, Vol. 07, No. 03, pp: 1045- 1056.

[44] OECD, (2011), "Society at a Glance: OECD Social Indicators" 2011 Edition, Report on the responsibility of the Secretary-General of the OECD, available online at: [http://dx.doi.org/10.1787/soc\\_glance-2011-en](http://dx.doi.org/10.1787/soc_glance-2011-en)

[29] Foster James E. & Suman Seth & Michael Lokshin & Zurab Sajaia, (2013), "A Unified Approach to Measuring Poverty and Inequality: Theory and Practice", for the World Bank, Washington: Creative Commons Attribution, available online at: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/13731/9780821384619.pdf>

[30] Gajdos Thibault, (2001), "Les fondements axiomatiques de la mesure des inégalités", Working Paper, EUREQua, University of Paris, 14 February 2001.

[31] Giorgi Giovanni Maria & Michele Crescenzi, (2001), "A proposal of poverty measures based on the Bonferroni inequality index", in METRON-International Journal of Statistics, Vol. LIX, No. 03-04, pp: 03-16.

[32] Harrison Elizabeth & Christian Seidl, (1994), "Acceptance of Distributional Axioms: Experimental Findings", in "Models and Measurement of Welfare and Inequality", Wolfgang Eichhorn (Ed.), published by Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp: 67-99

[33] Heshmati Almas, (2004), "Growth, Inequality and Poverty Relationships", IZA Discussion Paper N° 1338, Bonn, October 2004, available online at: <http://ftp.iza.org/dp1338.pdf>

[34] Kleiber Christian & Samuel Kotz, (2003), "Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences", published by John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, USA.

[35] Kolm Serge-Christophe, (1976-a), "Unequal Inequalities. I", the Journal of Economic Theory, Vol. 12, published by the Academic Press, Inc., pp: 416-442.

[36] Kolm Serge-Christophe, (1976-b), "Unequal Inequalities. II", the Journal of Economic Theory, Vol. 13, published by the Academic Press, Inc., pp: 82-111.

[37] Kolm Serge-Christophe, (2001/1999), "The Rational Foundations of Income Inequality Measurement", Chapter 1 in the "Handbook of

Discussion Paper No. 2004/01, UNU-WIDER (United Nations University-World Institute for Development Economics Research), January, Helsinki, Finland.

[54] Shorrocks Anthony F. & James E. Foster, (1987), "Transfer Sensitive Inequality Measures", in *The Review of Economic Studies*, Vol. 54, No. 3, (July, 1987), published by The Review of Economic Studies Ltd., PP: 485-497.

[55] Slottje Daniel J., (1989), "The Structure of Earnings and the Measurement of Income Inequality in the U.S.", published by Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, the Netherlands.

[56] Spinakis A. & G. Anastasiou & V. Panousis & K. Spiliopoulos & S. Palaiologou & J. Yfantopoulos & Quantos S.A. & Ekke Consortium, (2011), "Expert Review and Proposals for Measurement of Health Inequalities in the European Union", full report produced for the Directorate-General for Health & Consumers, EU Health Program, European Union, march 2011.

[57] Taylor Alan M. & Mark P. Taylor, (2004), "Inequality Decomposition: Three bad Measures", the *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18, N° 04, pp: 135 - 158.

[58] Tumen Semih, (2011), "Measuring Earnings Inequality: An Economic Analysis of the Bonferroni Index", in the *Review of Income and Wealth*, Series 57, N° 04, published by Blackwell Publishing, Oxford, UK, pp: 727-744.

[59] Vasilescu Bogdan & Alexander Serebrenik & Mark van den Brand, (2011), "You can't control the unfamiliar: A study on the relations between aggregation techniques for software metrics", *ICSM*, 2011, 2013 *IEEE*, 2011; 2013, pp: 313-322.

[60] Weymark John A., (1981), "Generalized Gini Inequality Indices", in the *Mathematical Social Sciences*, Vol. 01, North-Holland Publishing Company, pp: 409-430.

[45] OECD, (2014), "Society at a Glance: OECD Social Indicators" 2014 Edition, Report on the responsibility of the Secretary-General of the OECD, available online at: <http://www.oecd.org/els/soc/OECD2014-SocietyAtAGlance2014.pdf>.

[46] Portnov Boris A. & Felsenstein Daniel, (2005), "Measures of Regional Inequality for Small Countries" in "Regional Disparities in Small Countries" Daniel Felsenstein & Boris A. Portnov (Eds.), published by Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp: 47-62.

[47] Santos Maria Emma, (2009), "Unidimensional Inequality Measurement", a Lecture of the Summer School on Capability and Multidimensional Poverty, 27 August- 8 September, 2009, Lima, Peru, OPHI, University of Oxford and HDCA.

[48] Santos Maria Emma, (2010), "Unidimensional Inequality Measurement", a Lecture of the Summer School on Capability and Multidimensional Poverty, 11-20 September, 2010, Amman Jordan, OPHI, University of Oxford and HDCA.

[49] Sen Amartya K., (1976), "Poverty: An Ordinal Approach to Measurement", in *Econometrica*, Vol. 44, No. 02, (Mar., 1976), published by The Econometric Society, pp: 219-231.

[50] Sen Amartya K., (1997), "On Economic Inequality", expanded edition with a substantial annex by James E. Foster and Amartya Sen, published by Oxford University Press Inc., NY., first edition, 1973.

[51] Shorrocks Anthony F., (1980), "The Class of Additively Decomposable Inequality Measures", in *Econometrica*, Vol. 48, No. 3, (April, 1980), pp: 613-625.

[52] Shorrocks Anthony F., (1984) "Inequality Decomposition by Population Subgroups", in *Econometrica*, Vol. 52, No. 6, (November, 1984), pp: 1369-1385.

[53] Shorrocks Anthony F. & Guanghua Wan, (2004) "Spatial Decomposition of Inequality",