DIDACTIQUE

Revue scientifique internationale arbitrée en didactique des disciplines

L'explorateur des équations de la plateforme PhET et la formation initiale des professeurs de mathématiques*

The PhET Platform Equation Explorer and Initial Mathematics Teacher Training

Espindola Elisângela
Université Fédérale Rurale de Pernambouc, Brésil
elisangela.melo@ufrpe.br

Oliveira Maria
Université Fédérale Rurale de Pernambouc, Brésil
eduarda123.eo86@gmail.com

Almeida Matheus
Université Fédérale Rurale de Pernambouc, Brésil
mralmeida769@gmail.com

Acceptation : 12/03/2022
Publication : 31/12/2022

Mots-clés: Algèbre ; Ressource Numérique ; Théorie Anthropologique du Didactique ; Approche Documentaire du Didactique ; Orchestration Instrumentale.

Keywords: Algebra; Digital Resource; Anthropological Theory of the Didactic; Documentary Approach to Didactics; Instrumental Orchestration.

Résumé :

Dans cet article nous nous intéressons à la formation initiale des professeurs de mathématiques, à l'enseignement de l'algèbre au début du collège et à l'utilisation des ressources numériques dans le cadre de l'enseignement à distance. L'objectif est d'identifier des organisations mathématiques, autour du thème des relations d'égalité et des principes d'équivalence avec « *l'explorateur des équations : les bases* – PhET » et de planifier son utilisation en classe. Nous nous basons sur la théorie anthropologique du didactique, l'approche documentaire du didactique et le concept d'orchestration instrumentale. Le recueil de données a eu lieu à partir des informations générales disponibles sur la PhET. En plus, avec la simulation avec la ressource. Nous présentons comme résultats, cinq types de tâches et également les types d'orchestrations instrumentales prévues pour l'utilisation de cette ressource dans la 6ème année scolaire (10 ans).

* Cet article présenté au 2ème Colloque International de Didactique des Mathématiques, 12 Mars 2022 (2éme DIMA), organisé par la Commission nationale pour l'éducation, la science et la culture de l'UNESCO -Algérie-, l'Institut national de recherche en éducation (INRE) et l'Université de Tiaret (laboratoire LIM), le Centre d'enseignement en mathématiques et informatique de l'école Al Awael (CEMI).

Abstract:

In this article we are interested in the initial training of mathematics teachers, in the teaching of algebra at the beginning of secondary school and in the use of digital resources in the context of distance education. The objective is to identify mathematical organizations, according to the theme based on equality relations of and principles of equivalence with the « equality explorer: basics – PhET » and to plan its use in the classroom. We based on the anthropological theory of didactic, the documentary approach to didactics and the concept of instrumental orchestration. Data collection was based on general information available on the PhET and from the simulation with the resource. We present as results, five types of tasks and also the types of instrumental orchestrations planned for the use of this resource in the 6th school year (10 years old).

Introduction :

Le Ministère de l'Éducation Nationale a lancé au Brésil, conformément au Bulletin officiel n°2 du 22/12/2017[*], la réforme des programmes scolaires. En 2018, la mise en vigueur de ce nouveau programme intitulé « base nationale commune curriculaire (BNCC) » a impacté l'enseignement de la maternelle, du primaire (de la 1ère à la 5ème année - de l'âge de 6 à 10 ans) et du collège (de la 6ème à la 9ème année - de l'âge de 11 à 14 ans). Par conséquent, le Bulletin officiel n°2 du 20/12/2019 a établi *la base nationale commune pour la formation initiale des enseignants* en consonance avec les changements curriculaires issus de la BNCC.

Signalons un point important et relativement nouveau dans la BNCC, une attention particulière à la pensée algébrique:

> Indispensable pour l'utilisation de modèles mathématiques dans la compréhension, la représentation et l'analyse de relations quantitatives de quantités ainsi que de situations et de structures mathématiques, à l'aide de lettres et d'autres symboles. Pour ce développement, les étudiants doivent identifier les régularités et les modèles de séquences numériques et non numériques, établir des

[*] Plus d'informations sur : http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79631-rcp002-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192

> lois mathématiques exprimant des relations interdépendantes entre les quantités dans différents contextes, ainsi que créer, interpréter et transiter entre les diverses représentations graphiques et symboliques à résoudre. Problèmes par des équations et des inégalités avec la compréhension des procédures utilisées. Les idées mathématiques fondamentales liées à cette unité sont les suivantes : équivalence, variation, interdépendance et proportionnalité (Brasil, 2018, p. 270).

Dans cette perspective, il est essentiel que certaines dimensions du travail avec l'algèbre soient présentes dans les processus d'enseignement et d'apprentissage de l'école primaire (tableau 1), comme les idées de régularité, de généralisation et des propriétés d'égalité. Nous nous intéressons plus précisément à ce dernier point en prenant en compte un passage de la tradition « arithmétique puis-algèbre » à une approche plus intégrée « arithmétique-et-algèbre » à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (Kaput, 2008).

Tableau 1. Habiletés en BNCC – Algèbre (notions d'équivalence, égalité, équation).

Année	Habiletés
3ème (Âge 8 ans)	(**EF03MA11**) : Comprendre l'idée d'égalité pour écrire différentes phrases d'additions ou de soustractions de deux nombres naturels qui aboutissent à la même somme ou différence.
4ème (Âge 9 ans)	(**EF04MA13**) : Reconnaître, par des investigations, à l'aide de la calculatrice lorsque c'ést nécessaire, les relations inverses entre les opérations d'addition et de soustraction et de multiplication et de division pour les appliquer à la résolution de problèmes.
	(**EF04MA14**) : Reconnaître et montrer, par des exemples, que la relation d'égalité existe entre deux termes en ajoutant ou en soustrayant le même nombre à chacun de ces termes. (**EF04MA15**) : Déterminer le nombre inconnu qui fait une égalité vraie impliquant des opérations fondamentales avec des nombres naturels.
5ème (Âge 10 ans)	(**EF05MA10**) : Conclure, par des investigations, que la relation d'égalité existant entre deux membres subsiste en additionnant, soustrayant, multipliant ou divisant chacun de ces membres par le même nombre, pour construire la notion d'équivalence. (**EF05MA11**) : Résoudre et élaborer des problèmes dont la conversion en phrase mathématique est une égalité avec une opération dont l'un des termes est inconnu.

6 ème (Âge 11 ans)	(**EF06MA14**) : Reconnaître que la relation d'égalité mathématique ne change pas lorsqu'on additionne, soustrait, multiplie ou divise ses deux membres par le même nombre et utilise cette notion pour déterminer des valeurs inconnues en résolution de problèmes.
7 ème (Âge 12 ans)	(**EF07MA18**) : Résoudre et élaborer des problèmes pouvant être représentés par des équations polynomiales du 1er degré réductibles à la forme ax + b = c, en utilisant les propriétés d'égalité.

Ces nouvelles exigences de la BNCC concernant le développement de la pensée algébrique et l'utilisation des technologies, nous ont amenés à entreprendre un projet de recherche avec des stagiaires de la licence de mathématiques, en visant à exploiter des ressources numériques pour l'étude des habiletés présentes dans le tableau 1. De ce fait, nous faisons le choix d'aborder ces questions en prenant appui sur l'approche documentaire de la didactique, de la notion d'orchestration instrumentale (Trouche, 2004) et d'organisation mathématique (Bosch & Chevallard, 1999). Le travail que nous présentons porte une analyse sure « l'explorateur des équations : les bases » - disponible sur la plateforme *Physics Education Technology (*PhET) et la planification de la mise en œuvre de cette ressource numérique en 6ème année (1ère année de collège brésilien). Remarquons que ce travail a été développé pendant la pandémie de COVID-19 qui a entraîné une situation inédite pour les étudiants et les enseignants, pour s'adapter à des modalités d'interaction avec des ressources numériques auxquelles ils étaient peu préparés.

I. Cadre Théorique

Dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) (Chevallard 1999), le savoir mathématique, en tant que forme particulière de connaissance, est le fruit de l'action humaine institutionnelle : c'est quelque chose qui se produit, s'utilise, s'enseigne ou, plus généralement, se transpose dans des institutions. Bosch & Chevallard (1999) propose un modèle/outil pour caractériser les pratiques mathématiques dans une institution, celui de praxéologie qui s'appuie sur les notions de tâche et de types de tâches. Une praxéologie mathématique est formalisée par le système [T, τ, θ, Θ], composée par un type de tâches T, une technique τ qui permet d'accomplir une tâche de type T, une technologie θ qui fournit un

discours rationnel (logos) sur la technique et enfin la théorie Θ laquelle reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique. Nous nous appuyons sur les idées de l'organisation mathématique et didactique à l'égard du travail du professeur de mathématiques :

> 1 - Fabriquer le contenu à enseigner, c'est ce que nous appellerons concevoir l'organisation mathématique (OM) des notions au programme ; sa principale contrainte est alors le respect de conformité au programme.
> 2 - Elaborer un dispositif lui permettant de réaliser un processus d'étude de façon à provoquer, pour les élèves, la genèse de cette organisation mathématique, c'est-à-dire mettre en place une organisation didactique (OD) adéquate (Comiti, 2014, p.450).

L'OD est prise en compte, dans le présent travail, surtout par rapport à la situation professionnelle des stagiaires de « concevoir et mettre en œuvre un moment de première rencontre avec la tâche » et « concevoir et mettre en œuvre un moment d'apprentissage et d'entraînement ».

Nous mobilisons l'approche documentaire du didactique (ADD) qui nous permet d'envisager l'intégration des ressources technologiques dans le système de ressources des enseignants et de futurs enseignants. À lumière de l'ADD (Gueudet & Trouche, 2008), nous considérons les interactions avec les ressources comme des éléments majeurs de l'activité du professeur. C'est-à-dire que pour réaliser ses tâches d'enseignement, le professeur agit avec des ensembles de ressources qui sont travaillées (adaptées, révisées, réorganisées) au cours de processus associant étroitement conception et mise en œuvre, appelé travail documentaire. L'ADD propose de distinguer les ressources qu'un professeur est susceptible d'exploiter pour son enseignement et les documents qu'il développe, à partir de ces ressources. Les genèses documentaires, processus de constitution des ressources en documents, sont complexes : elles combinent des processus d'instrumentation (les ressources instrumentent l'action didactique du professeur) et des processus d'instrumentalisation (le professeur s'approprie, modifie les ressources).

L'ADD accorde aussi une place importante dans les connaissances professionnelles des professeurs qui impactent les processus d'appropriation de ressources. En ce qui concerne les connaissances professionnelles, il existe différents travaux qui proposent des

classifications de celles-ci (Ball, Thames & Phelps, 2008, Mishra & Koehler, 2006).

Le concept d'orchestration instrumentale (Trouche, 2004), nous l'utilisons pour analyser la manière dont les professeurs pensent accompagner les processus d'appropriation des artefacts par les élèves dans le cadre de l'enseignement. Les orchestrations instrumentales sont le fruit de leurs choix en termes d'organisation des artefacts disponibles et de la gestion de la classe. L'orchestration instrumentale est donc définie par des configurations didactiques, c'est-à-dire l'agencement des artefacts disponibles dans l'environnement et par le mode d'exploitation de ces configurations pour l'enseignement. Drijvers et al. (2010, 2012) répertorient sept types d'orchestrations pour l'enseignement en classe entière : « démonstration technique » ; « expliquer l'écran » ; « lier écran-tableau » ; « discuter l'écran » ; « Sherpa au travail », « repérer et montrer » et « travailler et accompagner ». Ces cadres théoriques nous ont conduit à suivre les procédures méthodologiques suivantes.

II. Méthodologie

Ce travail a été développé par deux stagiaires-étudiants de la licence de mathématiques (Université Fédérale Rurale de Pernambouc - Brésil) dans le contexte de l'enseignement en ligne, à cause de la pandémie de COVID-19. En particulier, dans les cours consacrés à la discussion des activités de stage.

Nous considérons la plateforme PhET, de l'Université du Colorado à Boulder, porteuse d'un éventail de ressources en mathématiques disponibles pour soutenir les enseignants pendant cette période difficile. L'enseignant peut créer un compte pour avoir accès à des documents d'ordre pédagogique comme des vidéos explicatives, des simulations, des idées d'activités, etc. Concernant les objectifs pour l'usage de « l'explorateur d'équations », ils sont : **1.** Utilisez le modèle de la balance pour résoudre une équation à une inconnue et justifiez vos stratégies pour résoudre ; **2.** Utilisez un raisonnement sur la proportionnalité pour déterminer la valeur d'un objet unique.

Dans notre travail, les simulations interactives avec la ressource « l'explorateur des équations : les bases » ont été utilisées pour la fabrication des organisations mathématiques (dans le cadre du

programme, quelles mathématiques vais-je faire étudier à mes élèves ?) et didactiques (comment vais-je les faire étudier ?) du savoir en jeu.

Dans un premier temps, les étudiants ont réalisé l'analyse des organisations mathématiques [T, τ, θ, Θ], implicites dans la ressource et concertants les attentes du programme scolaire, celles possibles d'être utilisées en classes de 6ème année. Ensuite, ils ont cherché à répertorier les différents types d'orchestrations (configurations didactiques et modes d'exploitation) pour une séance avec la mise en œuvre de « l'explorateur d'équations » en lien avec différents moments didactiques : « concevoir et mettre en œuvre un moment de première rencontre avec la tâche » et « concevoir et mettre en œuvre un moment d'apprentissage et d'entraînement ».

III. Résultats

1. Les processus de d'instrumentation et d'instrumentalisation :

Dans le processus d'instrumentation (la ressource agit sur le professeur) nous remarquons que les stagiaires n'avaient jamais utilisé « l'explorateur des équations - les bases ». De ce fait, d'abord ils ont réalisé un travail de découverte des outils de cette ressource. L'instrumentation est vue comme un processus par lequel les spécificités et les potentialités d'une ressource vont conditionner les actions d'un professeur. Concernant le processus d'instrumentalisation (action du professeur sur la ressource), les stagiaires avec leurs connaissances professionnelles, par exemple : de contenu (relations d'égalité, principes d'équivalence, équations...) ; pédagogiques liées au contenu (avec un accent sur les programmes de l'algèbre au primaire et au collège, des difficultés d'apprentissage des élèves en 6ème / passage du primaire-secondaire) ; technologiques liées à un savoir (potentialités de la ressource choisie pour l'enseignement du thème), parmi d'autres, ils ont personnalisé l'usage de la ressource en fonction de leurs priorités et ont envisagé un ensemble de tâches possibles pour être utilisé en une classe virtuelle de façon synchrone.

2. L'organisation mathématique sélectionnée dans la ressource numérique par les stagiaires :

Dans la ressource « l'explorateur des équations - les bases », trois types d'ostensifs sont remarquables : **O1.** Balance à plateau ; **O2.** Signe d'égalité/phrases ; **O3.** Valeurs des objets.

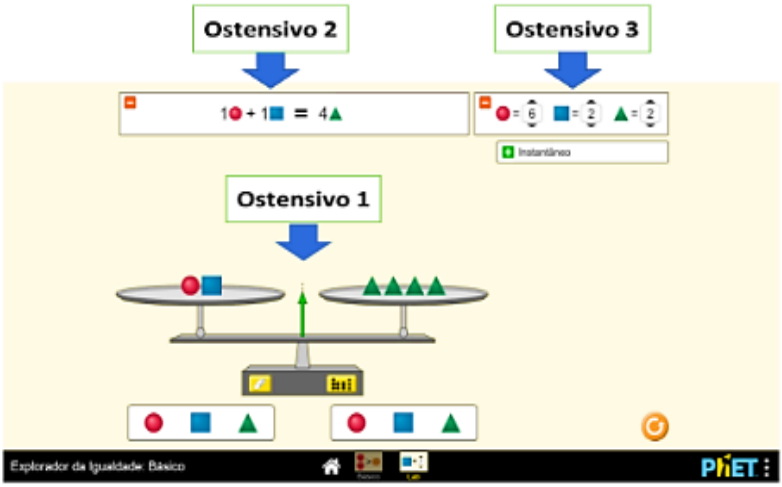

Figure 01 : L'explorateur des équations : Les bases, mode laboratoire.

Nous présentons quelques « T, τ, θ » (**Tableau 2**) identifiés par les stagiaires à travers les simulations de la ressource*.

Tableau 02 : Eléments de OM et l'utilisation de simulations.

Types de tâches	Techniques	Technologie
T1: Présenter, par des exemples, une relation entre des quantités équivalentes d'objets.	**t1**: Placer les objets des deux côtés de la balance dans le but d'obtenir l'équilibre des plateaux (**O1**).	**q1**: Relations d'égalité et d'inégalité. Concept d'équilibre. **q2**: Le significat de signe = (est égal à).
T2: Ecrire différentes phrases qui résultent la même somme dans les deux membres d'égalité.	**t2**: Fait **t1**. Relier les objets affichés de chaque plateau de la balance à leurs valeurs numériques (**O3**). Traduire les représentations des objets en langage mathématique (**O2**) pour écrire les phrases.	**q1**, **q2**. **q3**:Propriétés de l'addition.

* Plus d'informations sur : https://phet.colorado.edu/services/download-servlet?filename=%2Fteachers-guide%2Fequality-explorer-basics-html-guide_en.pdf

T3: Présenter, par des exemples, que la relation d'égalité existante entre deux termes subsiste lorsqu'on ajoute ou soustrait le même objet à chacun de ces termes.	**t3**: Fait **t2**. Mettre le même type d'objet dans les deux plateaux de la balance pour vérifier son équilibre (**O1**) et vérifier l'égalité (**O2**) en phrases (d'addition et/ou de soustraction).	**q1**, **q2**, **q3**. **q4**: Principe d'équivalence pour l'addition et la soustraction.
T4: Déterminer le terme inconnu dans une égalité mathématique en utilisant l'addition et/ou la soustraction.	**t4**. Placer un seul des objets sur un côté de la balance (cercle ou carré). Ajouter des objets représentant le chiffre « 1 » sur l'un ou les deux plateaux de la balance (**O1**). Soustraire le même nombre des deux côtés de la balance jusqu'à atteindre la valeur de l'objet (cercle ou carré) (**O2**).	**q1**, **q2**, **q3**, **q4**.
T5: Déterminer le terme inconnu dans une égalité mathématique en utilisant la multiplication et/ou la division.	**t5**. Fait **t4**. Diviser les deux valeurs de chaque plateau de la balance par le même nombre pour arriver à la valeur de l'objet (cercle ou carré) (**O2**).	**q1**, **q2**, **q3**, **q4**. **q5**: Principe d'équivalence pour la multiplication et la division.

Dans l'exemple ci-dessous (**Figure 02**), l'enseignant peut déterminer les valeurs des objets (exemple : cercle = 5, carré = 2 et triangle = 4). Puis, à partir de la phrase « 5 + 4 = 4 + 5 », l'enseignant doit amener l'élève à utiliser le principe d'équivalence, c'est-à-dire soustraire le triangle (équivalent à 4) dans les deux plateaux de la balance, en exploitant T3, t3, q1, q2, q3 e q4. Différemment, l'exemple de la **Figure 03**, montre que par T5, nous avons l'option de rajouter des objets représentant le chiffre « 1 » et exploiter t5, q1, q2, q3, q4 et q5.

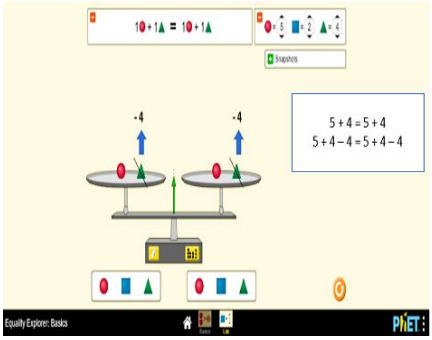

Figure 2 : Exemple 1.

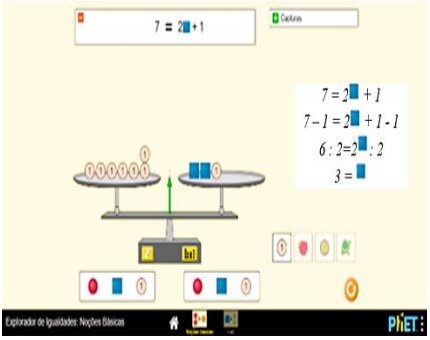

Figure 3 : Exemple 2.

Nous présentons les orchestrations instrumentales dans ce qui suit.

3. Des orchestrations instrumentales prévues :

Comme exemple ci-dessous, nous présentons le résultat de la préparation des stagiaires d'une séance virtuelle (temps 60 minutes) à propos des situations mathématiques (**Tableau 01**), les moments didactiques et les types de OI prévues pour le travail avec les tâches T1 et T2.

Tableau 03 : Orchestrations instrumentales prévues.

Moment de la première rencontre avec la tâche	
Configuration didactique	***Mode d'exploitation***
Temps : 20 minutes 1. Dans leur maison : deux stagiaires ; l'enseignant, 14 élèves ayant accès aux artefacts : Google Meet, « l'explorateur des équations - PHET », ordinateur, téléphone portable, WhatsApp, cahier des élèves et à la projection sur un l'écran d'un ordinateur permettant à tous de suivre la démonstration technique, l'explication et la discussion de la ressource.	*OI - Démonstration technique.* L'un des stagiaires fait la démonstration technique de l'utilisation de l'explorateur des équations, suivi par l'enseignant. *OI - Expliquer l'écran.* L'un des stagiaires présente une solution de la tâche permise par la ressource numérique, comme point de départ pour l'explication. *OI - Discuter l'écran.* Concerne une discussion entre élèves de la classe et stagiaires guidée par l'enseignant, sur ce qui se passe sur l'écran. Tous sont disposés de manière à se voir, lire le chat et s'entendre lors de la discussion.

Moment d'exploration du type de tâche et élaboration d'une technique de résolution	
Configuration didactique	***Mode d'exploitation***
Temps : 40 minutes 1. Dans leur maison : deux stagiaires ; l'enseignant, 14 élèves ayant accès aux artefacts : Google Meet, « l'explorateur des équations - PhET », ordinateur, téléphone portable, WhatsApp. Les élèves sont organisés en trois groupes guidés et orientés par les deux stagiaires et l'enseignant. La salle de classe est organisée pour que l'élève Sherpa puisse utiliser la technologie et que les autres élèves et l'enseignant soient en mesure de suivre les actions de l'élève Sherpa.	*OI - Guidage et explications par l'enseignant.* L'un stagiaire propose la tâche T1 à T2 aux élèves. Les élèves utilisent l'explorateur des équations et enregistrent la résolution à son cahier. Les stagiaires et l'enseignant interagissent également avec eux en posant des questions fermées. La discussion est limitée et à l'initiative de l'enseignant ou des stagiaires. *OI - Sherpa.* Un élève, appelé « Sherpa », utilise l'explorateur des équations pour présenter son travail à la demande de l'enseignant ou des stagiaires. À l'impossibilité des élèves de faire les simulations à l'explorateur des équations, l'enseignant ou le stagiaire peuvent demander aux élèves de présenter à l'oral ce qu'il peut simuler à sa place. *OI - Discussion entre les acteurs.* L'enseignant, les stagiaires et les élèves discutent à partir de l'explorateur des équations afin d'améliorer la compréhension de la tâche. La discussion est plus libre et moins réglée que dans le type d'orchestration précédente.

Les OI présentés pour le travail pour les tâches T1 et T2 peuvent être utilisés pour T3, T4 et T5. Comme toute OI prévue, celle-ci peut être modifiée par rapport à ce qui se passe effectivement en classe. Comme attentes négatives sur les OI prévues, les stagiaires ont pensé à la possibilité de contraintes et de restrictions : le temps est

insuffisant pour accomplir les tâches. Parfois on a moins de 14 élèves ceci dû au problème de l'absence dans les séances virtuelles, à cause de la difficulté d'accès à internet des élèves, du suivi de la séance uniquement par le téléphone portable. Il faut remarquer que la définition de l'orchestration instrumentale est complétée par un troisième élément : la performance didactique (Drijvers et al, 2010) qui met en évidence les ajustements en cours de séance et permet d'observer l'écart entre ce qui est prévu par le professeur et ce qui est réalisé. À la limite de ce travail, on n'a pas eu de discussion sur cet aspect.

IV. en guise de conclusion

L'intérêt de cet article a été d'analyser, dans la problématique de la formation initiale l'enseignement de l'algèbre et l'usage de technologies dans le contexte d'enseignement virtuel. Cette étude montre que le projet de séance mobilise plusieurs ressources et des connaissances variées favorisant le développement professionnel des enseignants en mathématiques. Nous considérons que l'interlocution enseignant/ressource concernant les impacts de la pandémie sur l'éducation sont mis en évidence dans plusieurs recherches qui montrent qu'on ne peut pas véritablement faire un cours en classe virtuelle comme nous le donnons en classe réelle. Les OI prévues par les stagiaires sont alors modifiables pour l'enseignement en présentiel.

Références

BALL, Deborah Loewenberg & Thames, Mark Hoover & Phelps, Geoffrey charles. 2008. Content knowledge for teaching: What makes it special? .*Journal of Teacher Education*. Vol 59. Issue 5. Pp. 389-407. DOI:10.1177/0022487108324554

BOSCH, Marianna & Chevallard, Yves. 1999. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 1999. Vol 19. N 1. Pp. 77-124. https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/

CHEVALLARD, Yves. 1999. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 1999. Vol 19. N 2. Pp. 221-265. https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/

COMITI, Caude. 2014. Recherche en Didactique et Formation des Enseignants. *Perspectivas da Educação Matemática*. 20 Déc 2014. Vol 7. N 15. Pp. 444-456.

DRIJVERS, Paul & Doorman, Michiel & Boon, Peter & Reed, Helen & Gravemeijer, Koeno. 2010. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*. July 2010. Vol 75. Issue 2. Pp. 213-234

DRIJVERS, Paul. 2012. Teachers Transforming Resources into Orchestrations. In: Ghislaine, Gueudet & Birgit, Pepin & Luc, Trouche (Eds). *From text to 'Lived' resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Documentation.* New York/Berlin: Springer. Pp. 265-281.

GUEUDET, Ghislaine & Trouche, Luc. 2008. Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. *Éducation et Didactique*. Déc 2008. Vol 2. Issue 3. Pp. 7-33. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.342

KAPUT, J James. 2008. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.). *Algebra in the Early Grades.* New York, NY : Lawrence Erlbaum. Pp. 5-17.

MISHRA, Punya & Koehler, Matthew J. 2006. Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*. 2006. Vol 108. Issue 6. Pp. 1017-1057. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

TROUCHE, Luc. 2004. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. Sep 2004. Vol 9. Pp. 281-307.